

**PHYSICES ELEMENTA
MATHEMATICA,
EXPERIMENTIS
CONFIRMATA; SIVE
INTRODUCTIO AD...**





55

PHYSICES
ELEMENTA
MATHEMATICA,

EXPERIMENTIS CONFIRMATA;

Sive

Introductio ad Philosophiam
NEWTONIANAM.

Auctore

GULIELMO JACOBO 'S GRAVESANDE.

TOMUS PRIMUS.

Editio Quarta, auctior & correctior.



LEIDÆ,

Apud { JOHANNEM ARNOLDUM LANGERAK, } Bibliop.
{ JOHANNEM ET HERMANNUM VERBEEK. }

M D C C X L V I I I.

D E D I C A T I O .

Primæ Editioni Anni MDCCXIX. præmissa.

ILLUSTRIBUS, NOBILISSIMIS

ET *AMPLISSIMIS*

ACADEMIÆ BATAVÆ,

QUÆ LEIDÆ EST

CURATORIBUS,

D. GULIELMO BARONI

DE WASSENAER,

TOPARCHÆ IN STERRENBURGH, EQUESTRI NO-
BILIUM HOLLANDIÆ ORDINI ADSCRIPTO, DELE-
GATORUM ILLUSTR. ET PRÆPOT. HOLLANDIÆ
ORDINUM PRÆSIDI, ETC. ETC.

D. HUBERTO ROSEBOOM, Jcto,

TOPARCHÆ IN 'sGREVELSREGHT, SUPREMÆ BA-
TAVORUM CURIÆ PRÆSIDI, ETC. ETC.

D. HERMANNO VANDEN HONERT, Jcto,

REIPUBLICÆ DORDRACENÆ CONSULI, AGGERUM
ALBLASSERWAERDENSIUM COMITI, ETC. ETC.

EORUMQUE COLLEGIS
NOBILISSIMIS GRAVISSIMISQUE
VIRIS

REIPUBLICÆ LUGDUNENSIS
CONSULIBUS,

D. JOANNI VANDEN BERGH, Jcto,

EX FOEDERATA HAC REPUBLICA OLIM, NOMINE
IMPERATORIS CAROLI VI., BRABANTIÆ, FLAN-
DRIÆ, HANNONIÆ, ETC. EPHORO, ET AD RES
EARUM ORDINANDAS DELEGATO.

D. JOANNI VAN ASSENDELT, Jcto,

D. HENRICO VAN WILLIGEN, Jcto,

D. ABRAHAMO VAN GERWEN, Jcto;

NEC NON

VIRO SPECTATISSIMO

D. PETRO GIJS, Jcto,

REIPUBLICÆ LUGDUNENSIS SCABINO,
AMPLISSIMIS CURATORIBUS ET CON-
SULIBUS A SECRETIS,

Hac Physices Elementa

D. D. D.

G. J. 's GRAVESANDE.

P R Æ F A T I O.

Primæ Editionis anni 1719.



Uⁱ variorum Philosophorum circa *Physicam* scripta contulerit, scientias omnino diversas hoc nomine designari, in dubium vocare vix poterit, dum omnes se veram causam Phænomenon naturalium tradituros pollicentur. Nil mirum, Mathesis fallere nescia non semper contentionem omnem à se remove potuit.

Sed ne nos sententiarum varietas à veritatis inquisitione abducatur, studio & labore, quantumvis abscondita, in lucem protrahitur veritas; & qui flagranti hujus amore rapitur, si errores non omnes, quod minime humanum, evitet, difficilius tamen in illos cadit.

Caute in *Physicis* procedendum; circa *Intelligentiæ* supremæ opera versatur hæc scientia; tradit

quas, dum primordia rerum

Pangeret omniparens, Leges violare Creator

Noluit, æternique operis fundamenta fixit. Hal.

quomodo hisce legibus universa rerum congeries regatur; & quomodo ordo, nunquam satis mirandus, quibus omnia peraguntur, iisdem legibus in mundo servetur, explicat.

Cavendum ne fictum pro vero admittamus, eo ipso ulteriori examini januam claudimus; nulla vera Phænomenon explicatio ex falso principio deduci potest; mentisque humanæ figmentum discere, aut *Intelligentiæ* sapientissimæ opus perpendere quantum interest! Cumque sapientiæ divinæ investigatio, & cum hac semper conjuncta veneratio, scopus *Physici* esse debeat, hinc ex fi-

etis hypothefibus ratiocinandum non esse ulterius probare inutile foret.

Ipsa ergo Natura indefeffo labore, animoque attento, continuo examinanda eft. Lente quidem progredimur, fed quæ deteguntur certa funt; &, ubi mortalium cognitionibus limites ponantur, sæpe determinamus. Quod fere omnes in errorem duxit, eft fciendi immoderata cupido; & quia pudet fateri nescire quæ nesciunt. Sæpe tamen ftudio acquiritur ignorantia; &, fi in verbis ludere non vetitum, docta indoctæ fcientiæ antepone-da ignorantia eft.

Phyfica inter partes Matheseos, cujus objectum eft quantitas in genere, merito refertur. Dividitur Mathesis in puram & mixtam. In generales figurarum, aliarumque quantitatum, proprietates inquirat illa, abstratasque ideas pro objecto fuo habet. In hac res ipsæ examinantur, confequentiasque non modo legitimas dari requiritur, fed ut cum rebus ipsis congruant ideæ circa quas ratiocinamur.

Ad Mathesin mixtam pertinet Phyfica; ratiociniorum mathematicorum bases funt corporis proprietates, & naturæ leges, quod nemo, qui hujus fcientiæ scopum examinavit, inficias ire potest. Quid autem pro naturæ lege fit habendum, qua methodo ad has leges investigandas procedendum, minime inter Philosophos convenit. Necesse ideo duxi in hac præfatione tueri quam in hoc opere fecutus sum philosophandi Methodum *Newtonianam*, quæ in primo capite breviter exponitur.

Non agitur in Phyticis de prima rerum formatione; nihil magis rationi consentaneum eft, quàm quod Sacræ
Litte-

Litteræ tradunt, mundum à DEO conditum; nequidem per momentum temporis naturam examinantem Intelligentiæ supremæ vestigia latent. Asserere ex quibusdam generalibus motûs legibus mundum originem ducere potuisse, & *omnino parum referre* quid de prima materiæ divisione fingatur. *Et vix aliquid supponi posse ex quo non idem effectus per easdem naturæ leges deduci possit*: illudque hac de causa, quod *cum illarum ope materia formas omnes quarum est capax successive assumat, si formas istas ordine consideremus, tandem ad illam, quæ est hujus mundi, nos posse devenire*: adeo ut hîc nihil erroris ex falsa suppositione sit timendum.

Hæc, inquam, asserere, & notiones maxime claras evertere, vix differt, ut à plurimis Viris doctis abunde probatum, & ad quod argumenta proferre inutile videbitur illi, cui ignotum, sententiam, adeo à ratione remotam, & Divino Numini contumeliosam, ab antiquis & novis, etiam præclaris Philosophis, & ab omni atheismi labe remotissimis, in medium prolatam.

Positis ergo omnibus à DEO creatis, explicandum quibus legibus omnia regantur; & ut solam Lunam memorem, dicendum:

*quâ causâ argentea Phæbe
Passibus haud equis graditur, cur subdita nulli
Hactenus Astronomo numerorum fræna recuset;
Cur remeant nodi, curque auges progrediuntur.*

*quantis refluxum vaga Cynthia Pontum
Viribus impellit; dum fractis fluctibus ulvam
Deferit, ac nautis suspectas nudat arenas;
Alternis vicibus suprema ad littora pulsans.* Hal.

De

De investigatione autem naturæ legum ut dicam, res altius petenda est.

Substantiæ quid sint inter nobis ignota referendum est. Quasdam ex. gr. materiæ proprietates novimus, sed in quo subjecto hæreant hæ nos omnino latet. An corpori non multæ aliæ tribuendæ sint proprietates, de quibus nullam habemus ideam, quis asserere potest? Cui etiam enotuit an, præter corporis proprietates, quæ à materiæ essentia profluunt, non dentur aliæ à DEI libera potestate pendent, substantiamque extensam & solidam (hæc enim à nobis corpus vocatur) quibusdam, sine quibus existere posset, proprietatibus ornari. De ignotis nihil affirmandum aut negandum est.

Quantum ab hac regula aberrant illi, qui, quasi omnia quæ ad corpus pertinent plenissime perspecta haberent, in Physicis ratiocinantur, paucasque Corporis proprietates notas ipsum Corpus constituere asserere non dubitant!

Quid obsecro sibi vult proprietates substantiæ ipsam constituere substantiam? An quæ separatim subsistere non possunt simul juncta subsistent? An extensum, impenetrabile, mobile esse, &c. concipi possunt, sine subjecto cui hæ proprietates competant? Et an hujus subjecti ullam habemus ideam?

In dubio relinquendum quod certum non est; & ne ignorantiam fateri pudeat: neque timendum de ignoto nimium affirmari, dum subjectum omnino ignotum quibusdam incognitis proprietatibus forte præditum esse asserimus. Qui vero cum hoc axioma se nixos dicunt, quod de incognitis non sit ratiocinandum, pro ratiocinii tamen fundamento habent, nil circa corpus

pus ignoti dari, nisi forte fortuna errorem non vitabunt.

Corporis proprietates à priori detegi nequeunt; Corpus ipsum ideo est examinandum, hujusque proprietates exactissimè perpendendæ sunt, ut possimus determinare quid, in rerum Phænomenis, ex illis proprietatibus sequatur.

Corpus majori cum cura examinando, videmus quasdam leges dari generales, secundum quas corpora moventur. *Corpus motum in motu continuare: corpus quiescens motui resistere, dum motum acquirit*, extra omne dubium est. Variæque aliæ similes circa corpus deteguntur leges, quæ minime ex proprietatibus, quæ ipsum corpus constituere dicuntur, deduci possunt; cumque hæ leges semper, id est, in omnibus occasionibus, & ubique, obtineant, & omnia corpora iis subjiciantur, pro generalibus naturæ legibus habendæ sunt. Circa has in obscuro est, an ex materiæ essentia fluant; an deducendæ sint ex proprietatibus, corporibus, ex quibus constat Mundus, à DEO tributis, sed Corpori minime essentialibus; tandem, an non pendeant effectus, qui pro naturæ legibus habentur, à causis extraneis nobis nequidem ideis attingendis.

Quis mortalium de omnibus aut singulis naturæ legibus hac in parte aliquid non temere asserere poterit? Multas etiam leges non esse detectas, circa alias varia desiderari, qui naturæ Phænomena examinavit, plenissime persuasum habebit.

Non tamen, ut ignoto fundamento nixum, contemnendum Philosophiæ naturalis studium. Limitibus arctis circumscribitur mentis humanæ cognoscendi capacitas; &, qui nisi evidentiae assensum dare negat, omni-

* *

bus

bus momentis in dubio hæret, & inter incognita refert multa, circa quæ vix per momentum temporis dubitandum plerique credunt. Cognita tamen ab ignotis rite separare est animæ intelligentis perfectio, terræ incolam superans, sed ad quam acquirendam, continuo, animo attento, sese applicare debet. Si in Physicis nos multa latent, quæ in hac scientia traduntur certa sunt. Ex paucis generalibus principiis innumera Phænomena peculiariter explicantur; hæcque ex illis mathematicâ demonstratione deducenda sunt. Agitur ubique de motuum collatione, id est, de quantitatum comparatione, circa quam ille, qui demonstrationibus mathematicis in rationibus non progreditur, si non in errorem, saltem in dubias conclusiones incidet.

Quæcunque ergo habeat ignota Physica, vasta & certissima est nihilominus hæc scientia, & maxime utilis. Corrigit innumera circa res naturales, & divinam sapientiam, falsa judicia; omnibusque momentis in DEI operibus hanc sapientiam ante oculos ponit; & satis non est supremi Numinis potentiam, sapientiamque, argumento metaphysico novisse: sed & has omnibus momentis in effectibus ipsis contemplari debemus; eo magis magisque ad DEO debitam venerationem excitamur.

Satis ergo patet, quinam sit scopus Physices, ex quibus naturæ legibus phænomena sint deducenda; & quare, quando ad leges generales pervenimus, non ulterius in causarum cognitionem penetrare possimus. Superest, ut de ipsarum legum investigatione dicamus, & tres regulas *Newtonianas*, in primo hujus operis capite traditas, sequendas esse probemus.

Prima est, *causas rerum naturalium non plures admitti debere*

deberè quam quæ vera sint, & earum phenomenis explicandis sufficiant. Pars prior ex ante dictis plenissime sequitur. Altera à nemine, qui sapientem rerum Conditorum non negat, in dubium vocari potest; si causa non sufficit, veram non esse sponte sequitur; si sufficit, aliam superaddere inutile erit. Adde effectum ex duplici causa nunquam exactissime eundem esse cum effectum ex simplici; ergo si duabus effectus explicetur, unica non sufficiet.

Regulæ duæ sequentes ut probentur, quædam generalia præmittenda sunt.

Jam monuimus demonstrationes mathematicas nisi circa ideas non versari, & ubi de rebus ipsis agitur ante omnia requiri, ut cum rebus ideæ conveniant, quod nullâ mathematicâ demonstratione probari potest. Cum tamen omnibus momentis circa res ipsas ratiocinandum sit, & nil de rebus in mente dari possit præter harum ideas, ratiociniaque omnia ideas immediate spectent, sequitur à DEO constitutas quasdam regulas, quibus de convenientia idearum cum rebus possimus judicium ferre.

Omnia ratiocinia mathematica talem idearum tantum comparisonem spectant, ex qua sequitur contrarium contradictionem involvere. Triangulum rectilineum, cujus tres anguli duos rectos non æquant, impossibile est; quia idea trium angulorum trianguli, ipsa est idea duorum angulorum rectorum. Ubi de rebus ipsis agitur, contraria propositio impossibilis non semper datur. Indubitatum est, ex. gr. *Petrum vivere*, licet certissimum sit, illum heri potuisse mori. Cum autem in innumeris occasionibus in casu simili, remoto dubio affirman-

dum aut negandum sit, cùmque hoc clarè ex rerum constitutione, deducatur, sequitur, voluisse rerum Conditorem in talibus occasionebus, ratiocinia dari certa, à mathematicis demonstrationibus necessario diversa. Qui enim homines necessitate cogit, de veritate aut falsitate propositionis pronunciare, assentiendum esse, clare indicat, argumentis, quibus judicium necessario nititur; & non digne de DEO sentit, qui aliter ratiocinatur.

Ut ad Physicam redeamus, in hac de convenientia rerum cum ideis sensibus judicandum. Extensio, ex. gr., materiæ & hujus soliditas, quæ hoc fundamento affirmantur, extra omne dubium sunt. Non hîc agitur, an sensus quibusdam in occasionebus fallant, & quomodo error vitetur, rem in genere hîc examinamus.

In Physicis de omnibus non possumus immediate sensibus judicium ferre; datur & alia legitima, licet non mathematica, ratiocinandi methodus, hoc axiomate nixa: *Pro vero habendum omne, quod si negetur, societas inter homines destruitur, aut his vivendi ratio adimitur.* Ex qua propositione, quæ à nemine in dubium vocari potest, regulæ philosophandi *Newtonianæ* secunda & tertia evidentissime deducuntur.

Nisi enim, quæ ubique obtinent ubi experimenta instituere licet, pro generaliter veris habeantur, effectusque similes ex causa simili oriri ponantur, quis per momentum temporis tranquille vivere poterit?

Quotidie, nequidem ad illud attendendo, sequentia ratiocinia unusquisque pro indubitatis habet, & clare videt horum conclusiones, sine præsentis rerum constitutionis destructione, in dubium vocari minime posse.

Edi-

Ædificium, hodie in omnibus partibus firmum, crastino die sponte non ruet: id est, partium corporum cohesio horumque gravitas, quas, nisi interveniente causa extranea, nunquam mutatas vidi, aut audiui, hac nocte non mutabuntur; quia causa cohesionis & gravitatis eadem erit crastino die ac hodie. Cujus ratiocinii firmitatem, nisi ex memorato principio deduci non posse, quis non videt?

Tigna & lapides, quæ in quacunque regione ad ædificium construendum apta sunt, seposita omni mutatione ex causa extranea; hic translata inservire poterunt, & de ruina non magis sollicitus ero, ac in prima regione incola fuissent, si, non translatis tignis & lapidibus, ipsi ex his domum construxissent; id est, vis, qua partes coherant, & illa, qua corpora gravia sunt, in variis regionibus non differunt.

Tali cibo per tot annos usus sum, & hodie eo sine timore vescar.

Ubi cicutam video, venenum ibi dari concludo, licet de hac ipsa, quam video, nullum experimentum sumsero.

Hæc omnia ratiocinia analogiam pro fundamento habent, & extra omne dubium est, nos à rerum Conditoris necessitate cogi, per analogiam ratiocinari; & hanc ideo ratiociniorum legitimum esse fundamentum. Analogiæ autem fundamentum est hoc; *rerum universam congeriem legibus immutatis regi.*

Quibus semel probatis, hac ratiocinandi methodo uti poterimus etiam in illis occasionibus, in quibus non similis ratiocinandi necessitas datur. Argumento, quod in uno casu procedit, in alio assensum negare non debemus. Quis enim concipiet, *quæ eodem modo probantur*

non *aque certa esse*? Adde ex necessitate quidem generaliter deduci, ratiocinandi methodum esse legitimam, ratiocinia vero peculiariter ab hac necessitate non pendere. Ex analogia concludo, cibum non esse veneficum; an argumentum non procedit nisi cum esurio? Ex necessitate ratiocinandi per analogiam, mundum fixis legibus à rerum Conditorum regi, probamus; unde deducimus, & sublata necessitate, ratiocinia hæc extra dubium esse posita.

In physicis ergo per Phænomena naturæ leges sunt detegendæ; per inductionem pro generalibus habendæ; de cetero mathematicè ratiocinandum. Qui, quo hæc tractandæ Physicæ methodus fundamento nitatur, serio examinaverit, solam hanc esse legitimam, hypothesefque omnes esse rejiciendas, facillime percipiet.

Hæc de philosophandi methodo; restat ut de ipso opere quid dicatur.

Dividitur totum opus in quatuor libros. Primus agit de corpore in genere, & corporum solidorum motu. Secundus fluida spectat. Quæ ad lucem pertinent, in tertio tractantur. In quarto tandem motus corporum cœlestium, & quæ in terris ad hos relationem habent, explicantur. Primi duo libri hoc Tomo continentur.

Ut Physicæ studium, quantum fieri potest, amœnum & facile reddatur, omnia experimentis esse elucidanda, ipsasque conclusiones mathematicas, hac methodo sub oculos esse ponendas, necessarium duxi.

Qui scientiæ elementa conscribit, non quid novi, quantum ad materiam, pollicetur; ideoque inutile duxi monere, ubi reperiantur, quæ hîc traduntur. Pro meo sumsi, quodcunque proposito meo utile mihi

hi visum est, credidique satis esse de hoc monere ad omnem furti suspicionem vitandam. Malo gloriam, si quam ex paucis novis, quæ sparsim in hoc tractatu dantur, sperare possum, amittere, quam alii suam detrahere; sumat ergo quisque quod suum credit, nihil mihi vindico.

Quod machinas attinet, quibus experimenta instituenda sunt, varias juxta præscriptum aliorum Auctorum construi curavi, multas inter has mutavi perfectioresque reddidi, plures novas addidi. Neque mirum in hanc necessitatem illum incidisse, qui ad experimentum vocavit multa, de quibus nil simile nemo antea forte tentavit. Mathematicus enim circa illa, quæ mathematicè demonstrantur, experimenta superflua credit: nos autem mathematicas demonstrationes, semper abstractas, faciliores reddi, si experimentis conclusiones sub oculos ponantur, extra omne dubium habuimus; in hoc imitati Anglos, quorum docendæ Philosophiæ naturalis methodus nobis occasionem dedit cogitandi de hac, quam in hoc opere secuti sumus; illorum vestigia tenere semper gloriabimur, qui, Principe Philosophorum duce, primi in philosophicis detegendæ veritatis viam ingressi sunt, fictas omnes hypotheses ex physicis amandantes.

Circa machinas ulterius monebo, plerasque constructas esse ab artifice in hac urbe ingeniosissimo, & simul Philosopho non imperito, *Joanne van Musschenbroek*, cui omnes quæ hîc explicantur plenissime notæ sunt; quod monere non ingratum fore iis credidi, qui fortè quasdam similes machinas comparare vellent.

MONITUM

Secundæ Editioni præfixum.



Um primum ad hac Elementa conscribenda animum applicarem, hoc mihi fuit propositum, ut auditores, quæ fusiùs explicata audivissent, & demonstrata vidissent, illa facile in memoriam revocare possent. Etiam, ut lectoribus, quibus prima tantum Geometriæ elementa nota essent, ideam darem Philosophiæ naturalis mathematicâ methodo tractatæ. Cumque, ut tironibus præcipue liber hicce utilis esset, difficiliora omnia intacta relinquerem, sæpe propositiones indicavi, de quibus tantum monui, has à Geometris probari.

Ut autem secunda hæc editio, & lectoribus magis in Mathematicis versatis, usui esset, propositiones tales omnes, in capite quocunque indicatas, mathematicè demonstratas in scholiis, capitibus subjunctis, adjeci. Et ne hæc lectores alios turbarent, ipsa minore charactere imprimi curavi. Omnia tamen ita disposui, ut illa sola, quæ majore charactere edita sunt, separatim quasi opus constituent.

In scholiis etiam alia quædam tradidi, quæ in ipso opere commodè tractari non potuere, quamvis cum explicatis relationem habeant, aut ad hæc illustranda inserviant.

Secunda hæc editio, & aliis respectibus, est auctior & magis accurata.

Novæ multæ machine, & antiquæ emendatæ, in hujus tabulis exhibentur; & experimenta, ipsorumque successus, in hac majori cum curâ exponuntur.

Novam etiam nostram Percussionis Theoriam, quæ Leibnitzianam, quam & Hugenianam dicere auserim, de
viri-

viribus insitis doctrinam pro fundamento habet, hic plenius explicatam, novisque variis experimentis fulcitam, & illustratam tradimus.

Non animus unquam mihi fuit, nec adhucdum est, cum ullo, utcumque provocatus, in arenam descendere, ut de veritate contendam. Quod mihi verum videtur, hoc, ubi datur occasio, pro viribus defendo; & in his ut, quantum possem, omnem contentionis speciem removerem, argumenta, quibus memorata Theoria inniti mihi videntur, ita proponere conatus sum, ut responsa ad difficultates inde facile deduci queant, paucasque tantum directe solvere suscepi: lectorique dijudicandum relinquo, an non Virium, Percussionum, ut & Resistentiarum, Retardationumque, corporum in fluidis motorum, Theoria cum Phenomenis, & inter se, quàm exactissimè conveniant.

Nostro labore quisque pro arbitrio utatur, & ne nos ad respondendum objectionibus, quæ proponi poterunt, devinctos credat. Qamdiu illa pro veris habebimus quæ scripsimus, nos jure silere posse persuasum habemus.

Quamvis in multis, quæ spectant memoratas Theorias, à NEWTONIANA recesserim sententia, non tamen titulum Introductionis ad Philosophiam Newtonianam servare, & huic secundæ editioni ipsum inscribere, ullo modo dubitavi. Varia enim in hisce illustramus ex iis, quæ ab eximio illo Philosopho fuere tradita; & pleraque, quæ hic explicamus, eo conducunt, ut facilius intelligantur, à summis Philosophis in perpetuum celebranda, & à nemine unquam sine admiratione legenda, NEWTONI scripta Philosophica.

Qui tantum ex Phenomenis, omni fictâ rejectâ hypothesi, in Physicis ratiocinatur, & quantum in ipso est, caste hanc methodum sequitur, ille NEWTONI vestigiis insistere co-

natur,

natur, & merito *NEWTONIANAM* se sectari Philosophiam profitetur; non autem ille, qui in verba jurat magistri.

Ut autem augmenta, & emendationes, hujus editionis, & illis, qui primam jam possident, inseruirent, supplementum separatim edi curavi: in quo, ut prima editionis possessoribus utilis essem, prestiti quod potui, non autem omne quod voluissem. In supplemento dedi omnium machinarum novarum descriptiones, additamenta omnia, & propositiones mutatas. Non autem huic inserere potui, machinarum correctiones, neque illa, quibus, quae in prima editione continentur, aut illustrantur, aut clare & magis accurate exprimuntur; supplementum omnibus partibus completum, lectori nimio fuisset labori, & ipsius pretium nimium excrevisset.



P R Æ F A T I O

Hujus tertia Editionis.



Copus, Librum hunc cùm scriberem, fuit, *Physices Elementa Mathematica* dare. Hac de causâ illa tractanda elegi, in quibus certa à dubiis separari posse mihi videbatur; & intacta relinqui posse credidi, quæ ex fictis hypothesebus deducuntur.

Non diffiteor hypotheses sæpe ad veritatem viam aperire; sed ubi constat illud verum esse, quod antea fuit hypotheticum, nullum superest figmentum.

Usitatum hodie est argumentum: *si, quam fingo causam, vera non esset, non daretur causa.*

Hoc autem probandum foret; non enim, quia nos aliam detegere non possumus, inde sequitur, non aliam dari; probatio per exclusionem omnium causarum possibilium, ubi agitur de rebus naturalibus, de quibus, artis admodum limitibus circumscriptam, scientiam habemus, difficilis est.

Alii ex principiis ab his diversis hypotheses tueri conantur. Nullam nos, nisi mancā, habere rerum naturalium cognitionem, contendunt; primaque ratiociniorum de his ipsis hypothetica esse; ipsamque analogiam, sine qua nihil in physicis detegere possumus, ad hypotheses debere referri.

Hicce jam responsum dedimus in præcedenti præfatione anni 1719. Postea, cùm mihi in solemnitate academicâ publicè verba essent facienda, hoc ipsum thema ad examen revocavi, & de fundamento persuasionis, ubi agitur de rebus corporeis, distinctius egi; sermonem hunc, quamvis jam publici juris factum, huic Præfationi subnectam, ut omnem, si quis superfit, scrupulum removeam.

Hypothesium defensores sæpe quoque argumentis utuntur, quæ vocantur ad hominem, sed hæc ad me non pertinent; si quis enim mihi probaverit, me hypothesim unam aut alteram admittisse, non inde sequeretur hypotheses esse admittendas; ne quidem ipse hanc conclusionem admitterem, sed hypotheses rejicerem.

Præter generalem scopum indicatum, peculiarem hunc alium ulterius mihi proposui; ut ipsas mathematicas demonstrationes cum experimentis jungerem; & omnia ita disponerem ut systema efficerent, & introductionem continerent ad altiora in physicis.

Non deficiebant auctores, qui experimenta suppeditarent, sed pleraque ad scopum nostrum non pertinebant; & plura, nobis necessaria, nullibi reperiebamus.

Plerique, qui de rebus physicis, quæ mathematicè tractari possunt, scribere, minimè solliciti fuere de experimentis, quibus demonstrata illustrari possent. Illi verò, qui experimentis animum applicarunt, circa illa tentamina præcipuè occupati fuere, ad quæ mathesis deducere non potest, & quæ cum mathesi non intimam connexionem habent.

Directe magis ad nostrum propositum spectabant experimentales cursus, quos tunc temporis Londini demonstrabant, vir doctiss. *Joh. Theoph. Desaguliers*, ut & *Joh. Hauxbee, Jun.*, hujus experimenta explicante viro eruditiss. *Gul. Wisthon*.

Ordine naturali omnia explicabantur, & simul corpus quoddam efficiebant; sed hæc prima & levissima principia tantum spectabant; & triginta duabus Lectionibus primus, viginti sex secundus, absoluebatur cursus.

Latiorem campum circumarare mihi in animum induxeram; & plura, huc usque intacta quantum ad experimenta, sub oculos ponere mihi proposueram, ut in præcedenti præfatione monui, ubi reliqua habentur, quæ ad primam editionem pertinent.

De secunda editione egi in monito, illi editioni præfixo, quod ante hanc præfationem quoque repetitur.

Libenter illa, quæ in præsentī editione addita, aut mutata, fuere, separato supplemento comprehensa dedissem, quod illis inserviret, qui secundam editionem, aut primam, cum supplemento ipsius possident; sed nimium tale supplementum excrevisset, cum ita mutatus, & auctus, sit hic liber, ut pro novo opere haberi possit.

Eundem tamen ordinem servavi, sed opus integrum, quod in præcedentibus editionibus in quatuor libros erat distributum, hac vice in sex divisi; quia, rebus dispositis ut nunc sunt, hæc divisio mihi magis commoda visa est.

Eadem quoque est materia, ad quam, quæ nova addita sunt, referuntur; & quamvis pauca hic tractentur, quæ non ab aliis jam fuere explicata, non ea mente scripsi, ut lectores à studio aliorum auctorum avocarem; quisque propriam habet methodum, & una uni, alia alteri, magis placet.

Nemo quoque in intimam scientiarum cognitionem penetrare potest, nisi varia scripta circa hanc ipsam inter se conferat, quod ita intellectum velim, ut quis auctorem sibi eligat, & duce hoc primum generalem, deinde magis peculiarem scientiæ cognitionem acquirat. Postea quosdam alios auctores eadem curâ perlegat, pluraque deinde scripta perlustret, ita tamen ut integrum auctoris persequatur

sequatur systema, & illa tantum prætermittat, quæ alibi jam vidit. Tandem ad Tractatus peculiares transeundum erit.

Ut illis, qui ita studia dirigunt, præcipuè prodessem peculiarem adhibui curam : ideo illa, quæ alibi habentur, novis saltem demonstrationibus illustrare tentavi, & quoties, quæ ab aliis fuere tradita, commodè prætermitti potuere, hæc prætermisi, ut apud ipsos auctores videantur : nam propositum meum fuit introductionem dare ad intelligentiam illorum, quæ ab aliis fuere tradita, præcipue quæ sunt altioris indaginis, qualia quotidie nova in lucem prodeunt; plures enim hodie inter summos mathematicos & philosophos hoc ipsum philosophiæ mathematicæ & experimentalis studium mirè excolunt, & illustrent, continuoque magis ac magis proferunt.

Testimonia exstant in commentariis annuis tot academiæ in bonum harum scientiarum, in diversis Europæ regionibus, præcedenti, & hoc ipso sæculo, erectarum.

Præter illos, quorum scripta in his commentariis reperiuntur, quotidiana nobis suppeditant testimonia, & quid juncta mathesis eum experimentis præstare possit demonstrant viri celebres *Poleni*, *Desaguliers*, *Bernouillii*, *Wolf*, *Musschenbroek*, totque alii, quos recensere longum foret. Horum scriptis mathematico-physicis addenda sunt quæ de his ipsis rebus reliquerunt, *Gallileus*, *Toricelli*, *Guthelmii*, *Mariotte*, *Huigens*, plurimique alii, qui de peculiaribus matheseos partibus, ad physicam pertinentibus, scripsere, & quorum quosdam in sequentibus indicabo.

Inter illos autem, qui physicam mathematicis demonstrationibus & experimentis illustrarunt, principem locum occupat *Isaacus Newton*, qui in *Philosophiæ naturalis Principiis mathematicis*, quid mathesis in physicis præstare possit, demonstravit, cum nemo ante illum in tam abscondita penetraverit.

In opticis novum detexit systema physicum, & quantumvis mira sint quæ dedit, ingenii vis præcipuè elucet in ipsa arte, qua viam sibi aperuit, quam constanter persecutus est, quasi Ariadne filo duceretur, donec ad scopum pervenerit.

Experimenta quasi cohærent inter se; ex uno, magnâ sæpe subtilitate, deduxit auctor quodnam aliud esset tentandum, ut ad scopum magis accederet.

Quæ superius dixi de prætermisissis, quæ apud alios habentur, ut nempe ibi legantur, cum restrictione indicata intelligenda esse clarum est; pleraque enim de quibus agimus ab aliis fuere explicata; sed in hoc casu, potius novam adhibendam esse demonstra-

tionem, dixi, si nempe hoc cum scopo conveniat; nam ubi aliis demonstratio majorem dat perspicuitatem, sine dubio eâ uti debemus, & absurdum foret aliter agere: Cavendum autem ne sæpius hoc fiat, eo enim plures lectores tædio afficerentur.

In hac editione machinæ sunt multiplicatæ, & aliæ ita correctæ, ut fere omnes pro novis haberi possint; cùm autem plures jam sæpius in usus aliorum constructæ sint, majori cum curâ ipsas & harum usus explicavi; hoc me illis debere credidi, qui ipsis utuntur, aut in posterum utentur.

In præcedentibus editionibus non indicavi ubi habeantur illa, quæ ex aliis desumfi, quod à multis improbari percepi; ego vero libenter, si hoc utile credant, ipsis morem geram, breviterque opus percurram, & conabor in memoriam revocare, ubi habeantur, quæ mea non sunt; machinas eodem modo ad veros inventores referam; paucae tamen in hac editione aliorum habentur.

Hoc tantum rogo, ut, si quid prætermiserim, credat B. L. præter intensionem hoc accidisse.

Liber primus tres continet partes. In prima, vulgo notas, generales corporum proprietates ad examen revocamus.

In schol. 1. cap. 1v. divisibilitatem materiæ illustrare conamur, consideratione curvæ logarithmicæ spiralis; cujus curvæ proprietates primi demonstrarunt *Wallis* (1.), *Barow* (2.), & *Jacobi Bernoulli* (3.).

In transitu indicamus, in casu peculiari, angulum, quem tangens cum radio efficit; error autem datur in præcedenti editione, qui in hac corrigitur.

Pendet hæc determinatio, à solutione hujus problematis. *Dato centro, & duobus punctis ad libitum, in dictâ spirali, cum numero revolutionum inter puncta data, sive numerus hic sit integer, sive fractus, detegere angulum, quem tangens cum radio efficit.*

Solutio est perquàm facilis, quamvis primo intuitu intricata appareat. Si enim concipiamus curvam de qua agitur, servatis uno ex punctis datis, cum tangente in hoc puncto, ut & ordinatis, mutari in logisticam vulgarem, cujus asymptos per centrum transeat, & perpendicularis sit ad radium transeuntem per punctum quod servatur, statim patebit sine ullo calculo, quomodo regulâ propor-

(1.) Tractatus de Cycloide; operum Tom. 1. pag. 560.

(2.) Lectio 12. Geom.; Prob. 4.

(3.) Acta Lips. 1691. pag. 282.: sed præcipuè 1692. pag. 210.

proportionum, adhibitis tabulis logar. & tang., anguli quæfiti tangentem habeamus.

Quæ in schol. 3. ejusdem capitis de infinitorum classibus explicamus, *Newtoniana* sunt (4.), sed demonstrationem addidi in editione 1725. quæ hîc repetita est.

Experimenta 5. 6. & 7. capitis v. *Hanxbeana* sunt (5.); Exp. 11. 12. 13. à *Mariotte* describuntur (6.), reliqua sunt vulgo nota. Plures de causis horum phænomenorum scripserunt; sed nos, ex aliis principiis, hæc in scholiis illustrare conamur, quare iis quæ alii dederunt inhærendum non est.

Vulgo nota sunt quæ in cap. vi. habentur.

In parte secundâ Lib. 1. agitur de actionibus potentiarum, sed de talibus, quæ contrariis aliarum potentiarum actionibus destruuntur; id est, in totâ hac parte 2^{dâ}. agitur de æquilibrio.

De fundamento æquilibrii variæ sunt mathematicorum demonstrationes; sed hoc persuasum habeo, paucas dari, in quibus ille, qui attentè ipsas ad examen revocabit, non percipiet, implicite illud poni, quod est demonstrandum. *Wallisus* verum fundamentum indicavit (7.), quidam etiam alii.

De hac materiâ agimus in cap. vii. & abstractè rem consideramus.

In cap. viii. generalia de gravitate indicamus, præcipuum est, corpora omnia æquali velocitate gravitate descendere, quando non cohibentur; reliqua sunt vulgo nota.

Hanc velocitatem æqualem, de qua philosophi contendebant, primus experimentis cum plumbo & subere demonstravit *Galileus* (8.). Distinctius postea rem illustravit *Newtonus* cum auro, argento, plumbo, vitro, arenâ, sale communi, ligno, aquâ, tritico (9.). Deinde etiam hoc ipsum fuit confirmatum experimentis in vitris, ex quibus aer erat exhaustus, tentatis cum corpore levissimo & auro. Tale quoque est experimentum, quo nos hanc de gravitate assertionem confirmamus.

Pleraque experimenta de libra & centro gravitatis, quæ in cap. x. explicantur, habentur in curibus *Hanxbei* aut *Desagulærii*, de quibus

(4.) Schol. Lemm. 10. Libri 1. Princ.

(5.) Philosoph. Transact. N. 305. p. 2223. N. 336. p. 539. N. 332. p. 395.

(6.) Mouvement des Eaux; part. 2. Duc. 1.

(7.) Mechan. cap. 2. prop. 5.

(8.) Mech. Dialog. 1.

(9.) Princip. Lib. 3. Prop. 6.

bus supra locutus sum. Experimentum 11. à *Cassio* describitur in Mechanicâ (10.).

De centro gravitatis *Wallisus* primus observavit, non debere sine demonstratione hanc admitti propositionem : in omni corpore dari determinatum punctum, circa quod, in omni situ, illud sit in æquilibrio; demonstravit ideò omne corpus habere centrum gravitatis. (11.). Demonstratio nostra ejusdem propositionis habetur in scholio 1. In hoc ipso *Wallisum* sequimur pro centri gravitatis determinatione (12.). In secundo scholio hujus ejusdem capituli arithmeticam mechanicam tradimus. Hujus explicandi occasionem dedit *Cassini*, qui, per libram quasdam iniri posse operationes arithmeticas demonstravit, divisis brachiis in partes æquales (13.).

De machinis simplicibus & compositis, quarum nullam, nisi vulgo notam, proponimus, nihil hic monendum habemus, si cuneum excipiamus.

Mira de hac machinâ est sententiarum varietas. Qui maximâ cum curâ hanc examinerunt sunt *de la Hire* (14.) & *Varignon* (15.). Hujus ultimi tamen auctoris solutio, quia neglexit anguli cunei considerationem, tantum applicari potest casibus, in quibus cuneus replet angulum, quem partes ligni separatæ efficiunt. Solutio nostra in præcedenti editione anni 1725. jam habetur.

In editione primâ anni 1719. proposueram machinam, qua vim cunei demonstrarem, aliâs erat & parum tantum mutata; ipsam postea rejeci propter nimium attritum, & præcipuè quia actionem cunei non demonstrabat.

Novam ideò in editione sequenti dedi, quæ in hac distinctius exhibetur & explicatur.

Post machinas agimus de potentiis obliquis. In præcedentibus editionibus, statim punctum consideravi, quod tribus trahitur potentiis, & quod quiescit; & *Varignonis* demonstrationem (16.) dederam; ex hac postea deduxeram reductionem potentiae obliquæ ad directam.

Ordinem nunc mutavi, quia secunda hæc propositio magis simplex est, & quàm facillimè demonstratur; si vecti angulari duas poten-

(10.) Lib. 1. cap. 7.

(11.) Mechan. cap. 4. prop. 15.

(12.) ibid. prop. 24.

(13.) Journ. des Sçavans 27. Decemb. 1676.

(14.) Mechan. chap. du Coin.

(15.) Mechan. sect. 8.

(16.) Projet d'une nouv. Mech. Lemme 3. & prob. pag. 23.

potentias directas applicatas ponamus, quarum semper una obliqua est respectu alijs. Ex hac reductione postea facile deducimus, quæ spectant punctum quod tribus trahitur potentijs, & ad triangulum *Varignonis* reducimus propositionem.

Cujus sit demonstratio, propter simplicitatem magni facienda; per vectem angularem, non memini, sed mea non est.

De puncto, quod tribus trahitur potentijs, quoque egit *Mersennus*, & demonstravit proportionem harum haberi inter latera trianguli, cujus constructionem demonstrat (17.). Hoc simile est triangulo *Varignonis*, quod adhibeo; quia facilius est hujus constructio.

In præcedentibus editionibus dedi machinam pro potentijs demonstrandis, quando plures idem punctum trahunt, ipsam & hic dedi, quia admodum simplex est. Novam tamen addidi, quæ magis composita est, sed cujus usus admodum extenditur, quamvis in his elementis de casibus intricatis virium obliquarum, quibus hæc machina applicari potest, non agam.

Pars tertia libri 1. agit de potentiarum actionibus in corpora; quæ non retinentur.

Galilei doctrina de descensu gravium in cap. XVIII. & XIX. explicatur.

In cap. XX. agitur de pendulis. Plura, & quidem præcipua; quæ in hoc capite, aut hujus scholijs, habentur, sunt ex *Hugenio* (18.), sed aliter demonstrata. De cycloide plura hic habentur, non tamen *Hugenius* est hujus curvæ inventor, *Galileo* jam nota fuit, & de ijs, qui præcipuas hujus proprietates invenerunt, magna fuit contentio (19.). *Hugenius* verò hanc detexit proprietatem, descensum in cycloide semper fieri æquali tempore. Ille quoque primus evolutam dedit hujus curvæ, cujus ope viam penduli direxit. Ante illum hoc genus curvarum Mathematicis ignotum erat. Primus quoque *Hugenius* de centro oscillationis egit. In præcedenti editione demonstrationem, quæ quoque in hac repetitur, dedi de hoc centro, ex generali theoriâ compressionum deductam; hæcque tunc, quia tantum corpora considerabam eidem lineæ applicata, sufficiebat. Nunc autem plura addita fuere & in textu & in scholijs, quæ in sequentibus usu veniunt; quare etiam centrum oscillationis in alijs casibus determinari debuit, quod cum, nisi magis intricatâ demonstratione, ex solâ Theoriâ compressionum

* * *

præ-

(17.) *Phenom. balistica*, prop. 6.

(18.) vide *Horol. Oscill.*

(19.) vide *Gröningii Hist. Cycloëidis*.

præstare non possem, in N^o. 476. in subsidium vocavi principium *Hugenianum*, ex quo ille omnes demonstrationes de centro oscillationis deduxit.

In ultimo scholio demonstramus cycloëidem esse lineam celerissimi descensûs; quam hujus lineæ proprietatem primus detexit Mathematicus ante dimidiatum seculum jam celeberrimus, & adhuc dum hodie studium mathematicum juvenili vigore promovens, *Johannes Bernoulli* (20.).

Caput xxi. est integrum novum, spectat materiam, huc usque à scriptoribus de Mechanicâ neglectam, utilem tamen.

In cap. xxi. de gravium projectione post *Galileum* demonstramus, viam corporis projecti esse parabolam conicam. In hoc capite duo solvimus problemata, primum est. *Data velocitate ex puncto dato, in punctum datum corpus projicere.* Secundum est. *Ex dato puncto, per punctum datum, in punctum datum projicere corpus.*

Primum ex his vulgare est, & plures diversorum Mathematicorum solutiones videri possunt apud *Blondel* (21.). Solutio, quam damus, est *Cotesii* (22.). Quomodo autem in hanc solutionem methodo facillimâ inciderim, antequam dicti celeberrimi viri solutionem videram, in *Matheseos Universalis principiiis* explicavi.

Caput xxiii. ultimum Lib. 1. est de viribus centralibus. Præcipua *Hugeniana* theoremata de hoc motu (23.) demonstramus; Theoremata hæc vir ille celebris dedit anno 1673. ad calcem libri *de Horologio Oscillatorio*. Illa quoque, quæ de hoc ipso motu apud *Newtonum* habentur, illustramus, pluresque ex nostris demonstrationibus idem cum *Newtonianis* fundamentum habent.

In primâ editione machinam explicaveram pro comparatione virium centralium; sed cum ageretur de primo tentamine, non admodum perfecta hæc erat; sæpius postea illam correxi, & tandem rejeci; nunc autem novæ, qua admodum accuratè experimenta demonstrantur, explicationem dedi. De viribus hisce quidem experimenta instituebantur, plura demonstrabant *Desagulier*, & alii; sed de conferendis corporum, separatim agitatorum, viribus, nemo quod sciam ante primam à me propositam machinam quid tentaverat.

In Libro 11. agitur de viribus insitis, & corporum collisione.

Im

(20.) Acta Lips. An. 1697. pag. 206.

(21.) Art de jeter les Bombes, part. 3. Liv. 5. chap. 5: 6: 7.

(22.) Opera miscellanea p. 87.

(23.) Opera varia. p. 188. Opera reliqua Vol. 11. Tom. 2. p. 107.

In capite 1. de naturâ virium agitur; quod primùm de his demonstramus, est vim insitam in infinitum superare compressionem. Non nova est hæc opinio, quamvis plures Mechanici de comparatione harum quantitatum agant quasi has conferri posse clarum esset.

Aristoteles primus dictam differentiam indicavit; hic enim quærit, quare securis feriens dividit, premens verò non (24.).

Ipsa hæc quæstio ponit effectum compressionis esse nullum, saltem infinitè exiguum respectu effectûs percussionis; in responsione etiam nihil aliud continetur. Responsio enim hæc, si aliis verbis exprimitur, significat, in uno casu tantùm dari compressionem, in alio compressionem cum percussione. *Gallileus* ex quibusdâ experimentis eandem deduxit conclusionem (25.). *Borellus* verò primus clarè demonstravit, quantitates has esse incommensurabiles, & percussionem esse infinitè magnam, si cum compressione quacumque conferatur (26.).

In 11. & 111. cap. agimus de mensurâ virium; plures auctores de his egerunt, & duæ hodie sententiæ de his ipsis Philosophos dividunt. Omnes vim sequi proportionem massæ concedunt; plures autem, ubi velocitas differt, hujus rationem sequi vim continent; dum alii velocitatis rationem duplicatam in his locum habere tueri conantur.

Prima controversia de hac mensurâ, indirecta saltem, fuit *Hugenium* inter & *Abbatem Catalanum*, occasione determinationis centri oscillationis.

Qui *Hugenii* demonstrationes examinabit in 4^{ta}. parte libri de *Horologio Oscillatorio*, & has conferet cum objectionibus *Catalani*, evidentissimè videbit agi revera in hac controversiâ de mensurâ virium.

Ambo viri celebres perpendunt casum, in quo plura corpora juncta, solâ vi gravitatis descendunt, deinde soluta, velocitatibus acquisitis, in altum feruntur; aut quæ soluta descendunt & conjunctim adscendunt.

Hugenius dum hunc casum perpendit, ex hoc axioma ratiocinatur, corpora actione gravitatis adscendere non posse, & demonstrat, summam productorum ponderum, singulorum multiplicatorum per altitudines, à quibus descendunt, aut ad quas adscendunt, esse eandem ante & post solutionem; id est, quando pondera sunt soluta,

* * * * 2

(24.) *Mechanica. Quæst. 10.*

(25.) *Mechan. Dial. 4. in fine. Mersennus Cogit. Phys. Math. Tom. 111. Reflex. cap. 23.*

(26.) *De vi percussionis prop. 90.*

luta, quarit summam productorum quadratorum velocitatum per massas (27.).

Catalanus contra ita ratiocinatur. „Si pondera duo æqualia, se-
„paratim suspensa ex eodem puncto, [ad distantias inæquales]
„& elevata ad idem planum horizontale, quod per punctum sus-
„pensionis transit, demittantur ita, ut arcus similes describant,....
„acquirent velocitates tales, ut horum quadrata sint inter se, ut
„altitudines, unde illa pondera perpendiculariter descendunt ad ho-
„rizontem.,,

„Quod si deinde pondera hæc duo, lineâ, aut virgâ inflexili;
„quam pondere expertem ponimus, jungamus, & ex eodem
„puncto, ad easdem distantias, suspensa demittamus, ab eadem,
„qua ante, altitudine; pendulum ex illis compositum acquireret tan-
„tum velocitatis, quantum summa duorum pendulorum simplicium.,,
Rationem hæc statim addit. „Nam separatio ponderum non mutat
„quantitatem motûs (28.),,

Hugenius facillè demonstravit, principia hæc ad absurdas deducere
consequentias (29.). Ponebat quidem ille cum reliquis, quantita-
tem motûs proportionalem esse producto velocitatis per massam,
(quam proportionem sequitur translatio) sed absurdam esse *Catalani*
opinionem, quantitatem hanc non mutari, facillè demonstravit. Cir-
ca quantitatem motûs jam antea dixerat (30.), quod postea de-
monstravit (31.), in collisione corporum perfectè elasticorum, (quæ
ab ipso ad perfectè dura referebantur) quantitatem motûs non ser-
vari; sed summam productorum quadratorum velocitatum per massas
collisione non mutari, hancque summam ante & post collisionem
esse eandem; postea verò magis generaliter locutus est; cum dixit
in ultimâ responsione ad *Casalanum*, minimè pro lege natura esse ha-
bendum, eandem motûs quantitatem semper conservari, nisi alicui im-
pendatur, & consumatur; sed hanc esse constantem legem natura, cor-
pora servare vim suam adscendentem (force ascensionelle) & idcirco
summam quadratorum velocitatum illorum semper manere eandem (32.).
Observandum agi de massis æqualibus, nam ad illum casum redu-
xerat *Catalanus* quæstionem, ut vidimus.

Ante

(27.) Horol. Oscill. pars iv. prop. 3. & 4.

(28.) Journal des Sçavans 1682. in initio. Opera varia p. 217.

(29.) Journal des Sçavans, 29. Juin 1682. Opera varia pag. 222.

(30.) Journal des Sçavans 18. Mars 1669. 5. & 6. règle du mouv.

(31.) Opera posthuma de Motu. prop. 6. & 11.

(32.) Histoire des Ouvrages des Sçavans, Juin 1690. & Opera varia
pag. 148.

Ante finitam hanc controversiam alia orta est inter *Leibnizium* & eundem *Abbatem Catalanum*. Penultimum *Hugenii* scriptum pertinet ad annum 1684. ultimum, ex quo verba memorata sunt desumpta, est anni 1690. Anno autem 1686. *Leibnizius* Actis Lipsiensibus mensis Martii inseruit scriptum, in quo hæc verba subjungit demonstrationi, quam dederat, & in qua agitur de altitudinibus ex quibus corpora descendunt, aut ad quas adscendunt. „ *Ex his apparet quomodo vis æstimanda sit à quantitate effectûs, quem producere potest, ex. gr. ab altitudine ad quam ipsa corpus grave data magnitudinis, & speciei, potest elevare, non verò à velocitate, quam corpori potest imprimere.* Dicendum ergo est vires esse in compositâ ratione corporum & altitudinum, ex quibus cadendo tales velocitates acquirere potuissent. . . . *Ex quo quamplures errores nati sunt. . .* Quin & hinc factum puto, quod nuper regula *Hugeniana* circa centrum oscillationis pendulorum, quæ verissima est, à nonnullis viris doctis in dubium fuit vocata.

Hæc satis conveniunt cum verbis *Hugenianis* quæ supra habuimus, & quæ quamvis posteriora sunt *Leibnitianis*, tantum explicant illa, quæ in scriptis anterioribus *Hugenii* revera continebantur. Simile quid sæpius contingit; ita qui præcedunt res explicant, ut auctori novi inventi nihil faciendum super sit, quam distinctius exponere, & verbis magis apertis illa declarare, quæ alter tantum obscurius indicavit. Non nego *Leibnizium* pro auctore esse habendum illius mensuræ virium, quam in verbis memoratis exponit, sed hoc affirmare ausim *Hugenium* illum eò deduxisse.

Leibnizio Catalanus, (33.) postea & *Papinus* (34.), responderunt; scripsit iterum *Leibnizius* variaque scripta inde orta (35.). Deinde plures alii de hac eadem questione egerunt.

Hæc ipsa est de qua agitur in indicatis capit. II. & III. libri II. hujus operis; plura addidi experimenta nova iis, quæ in præcedenti editione proposueram. De verbis non contendo, hæc duo probare, & experimentis directis probare in animum induxi; *Corpori quiescenti non communicari velocitatem, nisi actione qua sit ut productum masse per quadratum velocitatis. Et corpus motum nunquam amittere totam velocitatem nisi resistantiam superet, id est, effectum præstet, qui sequatur dictam rationem.* Agitur de integrâ, & hac solâ, actione,

**** 3.

(33.) Nouvelles de la République des lettres Sept. 1686.

(34.) Acta Lips. 1689. pag. 186.

(35.) Nouv. de la Rép. Juin & Sept. 1687. Acta Lips. 1690. pag. 228. 1691. p. 6. & 439. 1695. p. 145.

actione; quæ movendo corpus impenditur; & de effectu integro; & solo, quem corpus, dum motum amittit, præstat. Qui has negaverit propositiones, negabit quæ ad oculum patent: si verò quis has concedat, & affirmet has sequi ex mensurâ virium antea receptâ, cum tali ego non contendo, vim voco agendi capacitatem in corpore, quæ per integrum effectum mensurari debet. Rogo tamen illos qui aliam illam mensuram adhibent, ut videant an omnia, non tantum quædam, experimenta nostra, de viribus & collisione, explicare possint. Rogo quoque ubi tempora considerabunt, quibus effectus præstantur, ne figmenta pro veris temporum mensuris adhibeant; plura de hac temporis mensurâ in scholiis habemus.

De experimentis, quæ virium mensuras spectant, monere debeo virum nobiliss. & eruditiss. *Joh. Poleni* primum immediatè experimento demonstrasse, effectibus æqualibus consumi vires positis massis inversè ut quadrata velocitatum (36.). Hoc ipsum *Polenii* experimentum, adhibitâ machinâ, ut magis accuratè peragatur, dedimus in n. 834.

In secundâ parte libri II. agimus de corporum percussione; de hac diu hallucinati sunt Philosophi. Tandem anno 1669. *Wallisius* veras leges dedit, quæ locum habent in corporibus mollibus, quamvis ille ad perfectè dura has referat; circa idem tempus *Hugenius* & *Wrennius*, idem pro corporibus elasticis præstiterunt (37.), quamvis de elasticitate non loquantur.

De duobus his ultimis hæc in actis societatis Anglicanæ leguntur. *Extra omne dubium est, neutrum horum Theoria illius quicquam, priusquam scripta eorum simul compararent, rescivisse ab altero; sed utrumque propriâ ingenii fecunditate pulchellam hanc sobolem enixum fuisse.*

Solvit equidem Hugenius ante aliquot jam annos, Londini cum ageret, illos de motu casus qui ipsi tunc proponebantur; luculento sanè argumento eum jam tum exploratas habuisse regulas, quarum id evidentia præstaret. At non affirmabit ipse se cuiquam Anglorum suæ theoria quicquam aperuisse (38.).

De hac Theoriâ demonstramus in cap. 5. lib. 2. ipsam cum *Wallisiana*, quæ in cap. 4. datur, in eo solo differre; quod, ubi corpora sunt elastica, mutatio velocitatis ex ictu dupla sit illius quæ locum habet, quando non sunt elastica, & eo Theoriam hanc ad magnam simplicitatem reduximus. Ubi autem agitur de demonstrandis regulis *Wallisianis*, propriam sequor Theoriam.

Quod

(36.) De Castellis §. 118.

(37.) Philos. Transactions N. 43. & 46.

(38.) ibid. N. 46. pag. 927.

Quod ad experimenta attinet, plura circa collisionem, jam antea notas veras hujus regulas fuere tentata cum corporibus pendulis; sed hæc nullius usus fuere; quædam generalia tantum spectabant & nullius momenti sunt.

Primus *Wrennius* & *Rooscius* magis accurata demonstraverunt, illi enim talibus experimentis regulas datas coram societate Regiâ confirmarunt (39.). Postea *Mariotte* integrum tractatum de collisione dedit cum accuratâ experimentorum expositione.

Nos etiam utimur corporibus suspensis; sed quam jam in primâ editione, perfectam satis machinam, & cum *Mariottianâ* in plurimis convenientem, dedimus, quam correctam in secundâ editione exhibuimus, nunc multò perfectiorem redditam adhibemus; & collisionem ipsam multis novis experimentis illustramus.

Postquam à viris cel. memoratis veræ regulæ collisionis directæ fuere detectæ, nulla in explicandâ percussione obliquâ duorum corporum difficultas supererat; quod etiam à plurimis viris doctis est præstitum, hisce casibus applicatâ resolutione motûs *Keplerianâ*; separatim nempe considerando mutatum motum directum, & manentem motum lateralem (40.).

De collisione compositâ, sive directâ, sive obliquâ, trium corporum concurrentium, pauca & ad casus simplices pertinentia apud auctores habentur, non tamen omninò hanc materiam esse negligendam credidi & plura in hac editione addidi.

Pars ultima libri 2^{di}. agit de legibus elasticitatis. Illa, quæ de motibus fibrarum dicimus, sunt ex *Merfanno*. *Hugenius* detexit laminæ elasticæ vibrationes esse æquè diuturnas. Experimentum 1. cap. xiv. quoque novum non est, sed his omnibus demonstrationes addidi, & veram legem elasticitatis experimentis illustravi.

Liber 111. agit de fluidis, & quidem pars 1. de pressione fluidorum. Plura ex iis quæ explicamus sunt ex *Archimede* (41.); reliqua fere omnia à plurimis auctoribus explicantur; inter præcipuos numeramus *Simonem Stevinum* (42.), *Pascalium* (43.) & *Boileum* (44.);

(39.) ibid. N^o. 46. & *Newtonus* Princip. Schol. Corol. 6. Legis Motûs 3^a.

(40.) Paralipom. in Vitellionem Cap. 1. prop. 19. „Cum quid oblique
„movetur versùs superficiem, motus is componitur ex perpendi-
„culari & parallelo superficiem. At superficies tantum ei parti ob-
„jicitur, quæ est in se perpendicularis, non ei quæ est sibi pa-
„rallelòs. Quare nec impedit partem sibi parallelon, sed patitur
„mobile resiliendo pergere ad partem alteram, sic ut advenerat.

(41.) De insidentibus Humido.

(42.) De la Statique, liv. 4. & 5.

(43.) De l'Equilibre des Liqueurs.

(44.); Nihil in hisce mihi vindicare possum præter methodum explicandi, & plura quæ ad experimenta pertinent; in quibus tamen quoque eisdem auctores, præcipuè *Boileau*, prædecesores habui.

Vir doct. *Jo. Georg. Leutmannus* in Actis Academiæ Petrop. demonstravit methodum exiguas ponderum differentias accuratè determinandi adhibita bilance, cujus brachia essent inæqualia (45.). Occasione hujus inventi negotium hoc examinavi, & hydrostaticè illud adhucdum magis accuratè posse præstari percepi; methodus hæc in cap. 4. libri 3ⁱⁱ. habetur.

In parte secundâ hujus libri 3ⁱⁱ. motus fluidorum, & horum effluxus ex vasis perpenditur. Plura ex *Newtono* explicantur. Magnum etiam lumen huic materiæ communicant, quæ ex *Mariotte & Poleni* mutuatus sum. In reliquis relictis controversiis, inter viros doctos de hisce motibus agitatis, illud quod mihi verum videtur proposui, additis rationibus quare ita judicavi.

Experimentum. 2. cap. ix. dedit *Mariotte* (46.), quantum & quintum jam dedimus in editione præcedenti anni 1725. Monere autem hic debeo virum ingeniosum & doctiss. unum ex his, quintum nempe, explicasse in commentariis Academ. Scient. Gall. anni 1736. (47.), mutatâ circumstantiâ hac: utitur tubis lateraliter vitro clausis; quam methodum ut illi sequantur, qui experimentum imitari in animo habebunt, commendo. In reliquis nostram methodum esse anteponendam haud difficulter probari potest.

Capit. x. agit de motu fluminum. Quæ de determinandâ velocitate aquæ habemus, dedit *Gulielmini* (48.). Ex quo auctore etiam quædam alia desumimus (49.).

Illa quæ de motu Penduli collato cum motu undæ demonstramus; in capite sequenti de undis, *Newtoniana* sunt (50.).

In parte tertiâ libri 3ⁱⁱ. fluidorum motorum actiones perpenduntur, & tria examinantur: impetus fluidorum profluentium; pressio lateralis fluidorum per tubos motorum; & tandem resistentia, quæ superari debet, ut fluidum, auxilio machinæ, in locum elatum transferatur.

Quod ad primum attinet, non dissiteor experimentum, quod dedi de impetu fluidorum, non convenire cum experimentis virorum celebrium;

(44.) Paradoxa Hydrostatica.

(45.) Tom. 111. pag. 138.

(46.) Mouv. des eaux 3. part. 1. discours, sur la fin;

(47.) Mémoires pag. 191.

(48.) Mensura Aquarum fluentium:

(49.) De Fluminum Natura.

(50.) Princip. Lib. 2. prop. 44.

lebrum; sed nullus dubito semper eventum illum futurum; quem retuli, si modo omnes quas indicavi cautelæ observentur.

Circa pressionem lateralem in tubis monere debeo, me, postquam jam per aliquod tempus constructam habuissem, cum omnibus partibus, machinam, quam adhibui in experimentis cap. XIII., similem, quæ fortè ante meam constructa fuit, descriptam vidisse in actis Acad. Petrop. à viro celeberrimo, & primi ordinis mathematico, *Daniele Bernoulli* (51.), qui eandem iterum exhibuit in elaboratissimo opere *Hydrodynamices*.

De machinis Hydraulicis in capite sequenti plura huc usque neglecta demonstramus, quæ insignem usum habere possunt; generalissimè tantum rem consideramus, applicatio ad peculiares machinas scopum nostrum non spectat.

In parte ultimâ libri 3ii. agimus de corporibus in fluidis motis; & in hac editione nihil addidi; pauca magis illustravi. Plures ex propositionibus quæ in scholiis cap. XVI. demonstrantur sunt *Newtonianæ*; in demonstrationibus autem hæc est præcipua differentia. Ubi vir celeberr. adhibet hyperbolæ quadraturam, substitui lineam logarithmicam, quod faciliè fieri posse notum est, quo tamen minus abstractæ sunt demonstrationes; *Newtonus* autem à generali sua methodo determinandi magnitudines per quadraturas curvarum, quam in multis occasionibus feliciter adhibet, in hoc casu peculiari recedere noluit.

Proprietates lineæ hujus logarithmicæ primus *Hugenius* indicavit ad calcem tractatus de Gravitate; hasque *Hugenianas* propositiones in libello peculiari demonstravit Mathematicus celebris *Guido Grandi* (52.).

Liber noster quartus agit de aëre & igne. In primâ parte de aëre, hujus gravitatem & elasticitatem consideramus, & præcipua phænomena quæ ab his pendent explicamus.

Gravitas aëris, antiquis nota, & experimentis comprobata (53.); nullius fere usûs erat in explicandis phænomenis. Ipse *Galileus*, qui *Aristotele* duce, aërem, in lagenâ accumulatum, ponderaverat (54.), nunquam suspicatus est pondere aëris aquam in antliis sustineri, quamvis ipsi notum esset, non ultra certam altitudinem, aquam in antlias suctorias, ut loquuntur, attolli posse (55.).

Torricellius primus est, qui cum anno 1643. similem effectum cum mercurio detexisset, & vidisset hunc in tubo aëre vacuo non ultra certam altitudinem sustineri, in suspicionem incidit effectum hunc

** ** *

pref-

(51.) Tom. 4. pag. 194.

(52.) vide *Hugenii* opera reliqua tom. 1.

(53.) *Aristoteles* de cælo lib. 4. cap. 4.

(54.) *Dialog. 1. Mechan.*

(55.) *ibid.*

pressioni aëris à gravitate oriundæ esse tribuendum. Veram hanc esse conjecturam anno 1648. probavit *Pascalius* experimento celebri, quod ad hujus petitionem fuit institutum, quo constitit in apice montis *le puis de domme* in comitatu *Alvernia*, mercurii altitudinem in tubo *Torricelliano* minorem fuisse quàm ad ejusdem montis radicem, & differentiam superasse pollices tres; quod imminutam pressionem cum ipsâ quantitate aëris deorsum prementis demonstravit (56.).

Brevi postquam hæc fuere detecta plura circa aërem nova fuere tentata, & inter hæc præcipua sunt experimenta *Ottonis de Guericke*, *Roberti Boile*, & *Academiae Italicae del Cimento* dictæ (57.); quæ ultima, quamvis laude dignissima, minus notabilia sunt, saltem quantum ad aërem; non enim hunc, nisi ex globulis minoribus, cum tubis *Torricellianis* in superiori parte cohærentibus, eduxerunt. De *Guericke* autem & *Boileus* majora vasa adhibuerunt, & auxilio antliarum aërem eduxerunt; vocaturque hodie *Antlia pneumatica*, quæ ad hunc usum est accommodata.

De inventore hujus antliæ *Boileus* nos docet, *Ottonem de Guericke* primum aërem ex vase eduxisse, se verò primum machinam commodam ad hunc usum construi curasse (58.). *Papinus* autem primus duas antlias conjunxit, quæ simul motibus contrariis agitabantur, ut breviori tempore, & magis commodè (conjunctio enim antliarum admodum laborem minuit) effectus desideratus obtineretur (59.).

Post *Boileum* plures diversæ antliarum constructiones adhibitæ fuere, quæ omnes cum *Boileanâ* & methodo *Guerickianâ* idem fundamentum habent.

Ego varias methodos ab aliis propositas adhibui, & incommoda, quæ occurrebant, corrigere tentavi. Sed varias methodos explorando, & corrigendo, tandem ad illam, quam in cap. 4^{to}. libri IV. explicavi, duplicis antliæ constructionem perveni; quam eandem constructionem postea ad minorem simplicem antliam, in eodem capite demonstratam, applicavimus. Duplicem hanc antliam, omnibus aliis mihi notis anteponendam credo; non tamen hanc non perfectiorem fieri posse contendo; sed illos monere debeo qui hoc tentabunt, sæpe contingere, ubi, ut incommodum vitemus, aliquid mutamus, inde aliud imprævisum majus, & nisi usu detegendum, pro-

(56.) Pascal Récit de la grande Expérience de l'Equilibre des liqueurs.

(57.) Vir Clariss. P. van Musschenbroek anno 1731. latino idiomate editionem dedit horum Exp. cum commentario pulcherrimo & multis experimentis novis.

(58.) Proœm. Experim. Physico-Méchan.

(59.) Boilei Exp. Phys. Méch. continuatio 2^{da}. in præfatione.

profluere. Quod & ad alias machinas quoque referri debet; facile inexpertus corrigendo deteriore machinam facit.

Fundamentum constructionis antliæ cujuscumque, qua aër exhauritur, est aëris elasticitas, quare de *Guericke* proprietatem hanc ignorare vix potuit. *Galileus* qui, ut supra vidimus, aërem in lagenam compressit, cum hunc ponderavit, effectum elasticitatis sub oculis habuit. Ipse *Aristoteles*, cum uteros inflatos graviores detexit quam vacuos (60.), aëre compresso usus est, aliter enim gravitas aucta non fuisset. Nihilominus tamen nemo ante *Boileum* de hac ipsa egit; vir hic celeberr. primus est, qui hanc proprietatem distinctè exposuit, & experimentis illustravit (61.).

In cap. v. & vi. plura explicamus de aëris gravitate & elasticitate experimenta hoc tempore vulgo nota, quod tamen de omnibus, septimo & octavo ex. gr. cap. vii. & quibusdam aliis, dici non potest. Pro omnibus demonstramus quomodo in ipsis procedendum sit, & in variis non à vulgo receptâ methodo recedimus. Duas tantum novas machinas in hisce dedimus, pro aëris compressione primam; & alteram, cujus ope pluribus vicibus repetitur experimentum de corporibus in vacuo cadentibus.

Occasione aëris, generalia quædam observamus de aliis fluidis elasticis. De his fluidis plura habentur apud *Boileum*, qui hæc designat nomine aëris factitii (62.); de his etiam plura notatu admodum digna dedit vir diligentiss. *Steph. Hales*, qui hæc omnia fluida ad aërem refert (63.).

Sonus per aërem propagatur; de illo quoque agimus in hac parte libri iv. *Newtonianam* explicamus theoriā; & ipsa est *Newtoni* demonstratio, quam in scholio 1. cap. vii. damus de agitatione particularum aëris, sed hanc minus abstractè proposuimus. Circa hanc ipsam viri celebres observarunt vitium dari in hac *Newtoni* demonstratione; propositionem tamen ipsam esse veram demonstravit vir doctiss. Philosophiæ & Matheseos Professor Genevensis *Gabr. Cramer* (64.).

De velocitate soni plures tentarunt experimenta, præcipua autem sunt, quæ dedit vir plurimis scriptis clarus *Gul. Derham* (65.).

In parte 2^{da}. libri iv. agitur de igne. Ex observationibus, & experimentis, notis deduxi quasdam ignis proprietates, quæ mihi plurium phænomenorum explicationes suppeditarunt.

***** 2

In

(60.) Loco supra indicato.

(61.) Exp. Phys. Mechan. & alibi.

(62.) Exp. Phys. Mech. contin. 2da.

(63.) Vegetable Statics. Vol. 1. Chap. 6.

(64.) Newt. Princ. editio Genev. Tom. 2, pag. 364.

(65.) Philos. Transact. No. 313. pag. 2.

In physicis quando ex simplicibus naturæ legibus ratiocinari non conceditur, non alia patet via, & intacta relinquenda sunt, quæ ignoramus. Non tantum ita egi circa plura, quæ ignem spectant; sed multa alia, quæ apud scriptores de Physicâ explicantur, prætermisi; quia hypotheses admittere nolui.

In capite ix. mentionem feci de lapidibus lucidis: quæ indicavi habentur in Actis Academiae scientiarum Gallia (66.).

Ubi in cap. x. ago de dilatatione corporum ex calore, simpli ei experimento tantum demonstro hanc obtineri omnes partes versus. Hæc autem corporum proprietas majori cum curâ ab aliis fuit explorata, præcipue à viro illustri, nuper nostræ Academiae ornamento *Hermanno Boerhave* (67.). Primus autem qui ad accuratissimam mensuram hanc dilatationem revocavit est vir clariss. Collega conjunctiss. *Pet. van Musschenbroek*, qui philosophiam experimentalem quotidie feliciter promovet (68.). Machinam, à *Musschenbroekiana* diversam, ingeniosè quoque excogitatam in actis societatis Londinensis dedit *J. Ellicott* (69.).

Hæc hunc in finem constructa est, ut diversorum corporum dilatationes dato eodem caloris gradu possent conferri inter se. Sed quamvis sæpius hoc, magnâ cum curâ, adhiberâ tali machinâ tentaverim, & usus fuerim machinâ accuratissimè elaboratâ ex Angliâ transmissâ, pervenire eo non potui; sed experimenta me docuerunt, inutiliter hanc comparisonem tentari, nisi corpora quæ exp'orantur fluido immersa fuerint, ut à fluido circum ambiente ipsis calor communicetur.

Occasione ignis pauca dedi de electricitate, ut pateret, connectionem dari inter phænomena quædam ignis & ipsam electricitatem. Experimenta hæc sunt ex *Hauksbeio*; cui etiam debentur experimenta, quæ dedi de attritu in vacuo; sed machina, qua in his experimentis utor, diversa est ab illa, quam indefessus ille novorum experimentorum investigator adhibuit. Plura admodum sunt quæ ad electricitatem pertinent; qui distinctius cognoscere cupit quæ ad hanc materiam spectant videat loca quæ ad calcem hujus paginae notamus (70.). Experimenta varia de mercurio lucido, habemus in capite xi. Primus hanc proprietatem in Barometro detexit *Picardus* (71.)

Postea

(66.) Memoir. de l'an. 1730. p. 324. & 1735. p. 347.

(67.) vide Elementa Chemiæ. Tom. 1. p. 138.

(68.) Tentamina Exper. Acad. del Cim. Part. 2. pag. 12.

(69.) Philos. Transactions N°. 443.

(70.) Philos. Transactions Nis. 417. 423. 426. 431. Mem. de l'Ac. des Sci. années 1733. pag. 23. 73. 233. 457. — 1734. pag. 341. 503. — 1737. pag. 86. 307.

(71.) Acad. des Sci. Tom. xi an. 1675. pag. 566.

Postea in majoribus vasis aëre vacuis etiam, hanc proprietatem demonstravit supra laudatus *Joannes Bernoulli*, qui etiam detexit mercurium præsentē aëre lucere (72.).

Liber v. agit de Lumine. In præcedenti editione duces secutus eram *Barovium* in prælectionibus opticis, *Hugenium* in Dioptricâ, *Newtonum* in Optice, cui nunc etiam addidi prælectiones opticas quæ tunc temporis nondum publici juris factæ erant. Antequam liber hicce quintus prælo committeretur, ad manus meas pervenit opus pulcherrimum de opticâ *Rob. Smith* Cantabrigiensis Professoris. Vir celeberrimus integram tractare opticam sibi proposuit, ego tantum Elementa, non mirum ergo si pleraque quæ ego habeo etiam ab illo auctore examinentur. Methodus tamen quam sequor, & demonstrationes satis differunt à pulcherrimis hujus auctoris demonstrationibus, ut plagii suspicio locum non habere possit. Præterea à viro doctissimo tractantur, quæ ad scopum nostrum non pertinent. Ex ipso tamen opere illa quæ dixi de causâ quare duobus oculis objectum non videamus duplicatum mutuatus sum. Statim percipimus causam hanc convenire omnino cum principiis ex quibus in pluribus locis conclusiones deduxi. Ipsa hæc principia quoque fusius in Logicâ nostrâ explicavimus, nempe sensus per se nihil docere, omnem usum experientiæ deberi.

Pro experimentis de lumine in primâ editione apparatus machinarum explicaveram, eundem nunc correctum amplificatumque do, ut plura experimenta & omnia facilius, & magis accuratè, demonstrari, & nova tentari, possent.

Machina omnium primâ radiis solaribus in eadem lineâ servandis inservit; primus qui talem adhibuit est *Farenheitius*, qui manubrio speculum movendo faciliè radium ad pristinum situm reducebat; horologium adhibere potuisset quo hoc speculum dirigeret. Hujus machinæ simplex erat constructionis fundamentum, duo adhibebat specula; primum, quod continuo agitabatur manubrio; radios solares juxta axem telluris reflectebat, & secundo ad libitum hos ipsos dirigebat. Sed duplici hac reflexione nimium radii debilitantur.

Unico nos utimur speculo, quod horologio dirigimus; sed si quis continuo manu hoc efficere vellet, & præterea post quadrantem aut semihoram, paululum situm machinæ mutare, simplicissima esset constructio.

In sexto aut ultimo libro pauca addidimus. In primâ parte, quæ ipsos motus corporum coelestium spectant & horum apparentias explicamus; in secundâ causas physicas tradimus juxta mentem *Newtoni*. Quæ de figurâ telluris habemus, deducimus ex mensuris recentioribus, ut suo loco indicamus.

***** 3

Biblio

(72.) Acad. des Sciences. M. 1704. pag. 1. & 147.

Bibliopolæ L. S.

Quæ sequuntur, ad finem usque hujus Præfationis, Clarissimus Auctor mutare in animo habebat, cum morte fuit oppressus: quidquam tanti viri scriptis addere aut detrahere religio fuit; idcirco hæc ultima damus qualia in ejus chartis reperta sunt. Quas correctiones & additiones mente agitaret conicere est ex duobus sequentibus fragmentis, quæ imperfecta reliquit, & quæ hic subjungimus ne quid ex summâ Philosophi scriptis deperdatur.

Liber noster quintus de Luminis phænomenis agit; & in eo scientia explicatur, quæ integra recentioribus debetur Philosophis. Si enim antiquiora scripta perlustremus, auctores veras phænomenorum causas latuisse statim patet, & ipsos plura nobis inutilia suppeditasse. Testimonia hujus assertionis quisque detegit qui scripta de opticâ perlustrabit *Euclidis, Heliodori, Albazeni Arabis, Vitellionis*, quibus etiam addere possumus quæ de opticâ reliquit celebris monachus seculi decimi tertii *Rogerus Baco*; ut & *Jo. Bapt. Porta*, cujus liber de refractionibus editus fuit anno 1598.

Liber hicce quintus quatuor continet partes, quarum prima agit de motu Luminis, & hujus inflexione. Quæ ad motum directum & velocitatem pertinent explicantur, indicatis auctoribus quibus debemus quæ ad hanc materiam pertinent. Inflexio luminis de qua postea agitur ex observationibus *Grimaldi* (73.) deducta fuit, sed præcipuè ex iis quæ *Newtonus* de hac detexit (74.).

In parte de refractione examinamus hujus leges, & agimus de lentibus vitreis & harum usu, ut & de microscopiis & telescopiis.

Primus *Snellius* veram legem refractionis detexit, ut *Hugenius* docet (75.). Lentæ vitreæ detectæ fuere circa finem seculi decimi tertii; de qua inventionem videri potest *Willel. Molynæus* (76.), pater illius de quo mentio fit in capite 1. hujus libri v. Ut mihi autem videtur lentium inventor est incertus, & superius memoratum *Rogerus Baconem* pro tali non esse habendum, nisi additâ restrictione, contra opinionem auctoris indicati persuasum habeo; Vir quidem hic doctiss. loca *Baconis* memorat ut opinionem confirmet, quæ separatim sumpta ipsam evincere videntur; sed ita sumpta hæc loca sensum præ se ferunt diversum ab eo quem ipsis tribuet ille,

(73.) Acad. des Sciences. H. an. 1715. pag. 52.

(74.) Optic. Lib. III.

(75.) Hugenii Opera reliqua. Vol. II. pag. 2.

(76.) A. Treatise of dioptricks. pag. 257.

ille, qui in ipsa connexione verba examinabit, & ad alia loca simul attendet. Quando *Baco* loquitur de objectis *per Medium* visis (77.), non intelligit objecta ultra medium esse posita, sed intra medium, posito oculo in alio medio. Concipiebat quoque solem, lunam, & stellas dari in ipsis vaporibus ex Tellure adscendentibus, spectatorem autem, extra vapores in medio rariori positum, hæc corpora contemplari (78.).

Nihilominus tamen illa, quæ *Baco* de vitris memorat, naturaliter ad constructionem lentium deducere potuerunt. Juxta sua principia (de quorum veritate aut falsitate hic non agitur) affirmabat objectum in vitro terminato superficie convexâ, posito oculo in aëre, citra centrum sphaeræ apparere amplificatum; unde deduxit, per segmentum minus sphaeræ vitreæ litteris applicatum, has amplificatas apparere.

De Microscopiis simplicibus de quibus egi nihil dicam, sunt tantum lentes convexæ. Compositorum Microscopiorum inventor est *Drebbelius* (79.).

Jo. Bapt. Porta primus est qui Telescopiorum mentionem fecit; dum affirmat objecta longinqua apparere — — — — —

(77.) De Perspectiva Pars III. Distinct. 2. cap. 3.

(78.) Ibid. cap. 4.

(79.)

Locum quem in priori fragmento punctis distinximus amplificare volebat Auctor, Baconis verba ad examen revocando, ut patet ex hoc secundo fragmento.

UT mihi autem videtur lentium inventor est incertus, & superius memoratum *Rogerum Baconem* pro tali, accuratè si loquamur, non esse habendum contra opinionem Auctoris indicati persuasum habeo; ipsum verò inventioni januam aperuisse extra dubium credo.

Hæc constabunt indicatis quibusdam *Baconis* locis: si verò non sint corpora plana, per quæ visus videt, sed sphaerica, &c. (77.). Non agitur in his de lentibus, neque de objectis visis ultra aliquod medium. Examinat Auctor mediorum convexorum & cavorum phænomena, ut plana examinavit, & considerat objecta uni medio immersa, dum oculus extra hoc in alio datur, & nullibi considerat duplicem refractionem quæ locum habet, quando objectum ultra medium est positum.

Baco tamen rem acutè tetigit, sique experientiam cum theoriâ conjunxisset, detectas habuisset lentes vitreas, & circa ipsam refractionem quam examinat plures errores evitasset.

Cum

(77.) De Perspectiva, Pars III. Distinct. 2. cap. 3.

Cum enim affirmasset rem amplificatam apparere, *si oculus est in subtiliori medio, & convexitas medii in quo res est sit versùs oculum* (78.). Hoc postea ad vitrum transfert, & ut objectum quasi in vitro esset consideraret, vitrum concipit ad partem oppositam planum, & ipsi objecto immediatè applicatum; & quamvis de lente plano-convexâ loquatur hic Auctor, nullum sibi effecit conceptum vitri ultra quod objecta post duplicem refractionem amplificata apparent. Locus notabilis est, *si verò homo aspiciat literas & alias res minutas per medium crystalli vel vitri, vel alterius perspicui, suppositi literis, & sit portio minor sphaera, ejus convexitas sit versùs oculum & oculus sit in aère, longè melius videbit literas & apparebunt ei majores &c.* Statim addit ideo hoc instrumentum est utile senibus & habentibus oculos debiles. — — — —

(78.) De Perspectiva, Pars III. Distinct. 2. cap. 3.



ORATIO



* ORATIO DE EVIDENTIA.



*N*emo non dicam in Mathematicis disciplinis versatus, sed in hisce scientiis tiro, & quidem in primo limine, non percepit, peculiarem probanda veritatis Methodum sibi vindicare scientias hasce; Mathematicasque demonstrationes Evidentiâ concomitari, pertinaciam omni alio modo invictam superante.

Hinc tot doctorem virorum labores ut hac ipsâ Evidentiâ & alias illustrarent disciplinas: & non dubitabo asserere Matheos studium scientiis, ab hisce disciplinis quàm maxime remotis, face suâ lumen præbuisse.

Sed quo non abutuntur mortales! hoc ipsum quod Matheos in detegendâ veritate utile habet, multis ut verum ipsum, firmissimis evidentissimisque licet sultum argumentis, rejicerent ansam præbuit.

Dum nihil nisi Mathematicâ quod evincitur demonstratione pro vero habendum contendunt, in multis omne veritatis cri-

terium

* Habita Leidæ vi. Id. Februarii A. 1714. quum Auctor Rectoris manere abiret.

terium tollunt, dum unicum se veritatis criterium tueri gloriantur.

Quam parum autem hi secum consistant facile quisque percipiet, si tales rogaverit, an non in superficie Telluris vitam degentes aliorum auxilio indigeant, an non persuasum habeant Solem, quem orientem observant, post tempus occasurum; an in dubium unquam vocaverint potentissimum olim fuisse populum Romanum, huiusque Imperii caput urbem fuisse Romam. Non tamen hac Mathematicis constant demonstrationibus.

Datur ergo Evidentia à Mathematicâ diversa, cui assensum nostrum denegare jure non possumus, quem etiam nemo in iis denegabit in quibus veri amor solum dubii est fundamentum.

Evidentiam à Mathematicâ diversam Moralem dixere recentiores Philosophi, Certitudinisque Moralis, antiquis ignotâ voce utentes, nomen dedere persuasioni quæ Moralem sequitur Evidentiam.

Hec etiam à paucis veris suis circumscribitur limitibus, dum multis morali Evidentiâ niti contendunt propositiones vix minimâ probabilitate fultas.

Credidi, cum mihi in hac solemnitate coram Celeberrimo Nobilium & Litteratorum virorum cœtu verba sint facienda me, nihil à munere alienum neque vobis A A. O O. N N. ingratum facturum, si de utrâque Evidentiâ, Mathematicâ & Morali, & Persuasionem inde oriundâ, hac horâ egerim.

Hoc mihi erit propositum ut verbis complectar quæ volo, & dicam planè quæ intelligatis; hoc unicum à Philosopho exigit Philosophorum eloquentissimus Cicero, ipsam à Philosopho eloquentiam non admodum flagitans.

Evidentia Mathematica indolem traditurus, quare huic assen-

assensum denegare nemo sanus potest, dicturus, ipsius Mensis nostra natura examini subjicienda erit.

Mens nostra idearum est capax, hasque confert inter se, in eo tota sita est intelligentia.

Mens nostra ideas percipit, conscia hujus perceptionis sibi est & in dubium nemo unquam vocare poterit, an quam percipit ideam, hanc revera percipiat.

Non hic agitur de convenientiâ inter ideas & res extra nos, de ipsâ tantum, quæ menti præsens est, loquor representatione. Dum Ædificii idea Menti obversatur, in dubium vocare potero, utrum Ædificium quoddam peculiare huic idea respondens extra me revera detur, an dari possit; sed hoc non dubitabo, me cogitare de Ædificio quod Menti representatur; Mens enim est quid perceptionis suæ conscium.

Non unica semper Menti eodem momento præsens est idea, eo plures simul Menti obversantur quo hujus capacior est intelligentia.

Ubi verò plures simul ideae Menti præsentes sunt, Mens necessario harum percipit comparisonem, sibi quæ hujus format ideam.

Negare, ubi duas præsentes mihi habeo ideas, me percipere utrum hæc differant inter se nec ne, & quo respectu differant, hoc ipsum esset negare mihi præsentes esse ideas, quas revera præsentes habeo, de ipsis ideis tantum loquor, de eo quod Menti præsens est.

Pugnantia ergo hæc sunt, Mentem percipere ideas, & hanc non percipere veram quæ datur inter ideas comparisonem; & eo ipso hujus perceptionis sibi conscia erit, persuasumque habebit dubium nullum circa hanc comparisonem superesse posse, id est, huic propositioni, illam inter ideas revera dari comparisonem quam inter has percipit, assentiet. Si conse-

ram ideam numeri septem cum ideâ summa horum numero-
rum quatuor & trium, statim percipio has ideas minimè differ-
re, & in dubium vocari non posse, tria & quatuor simul sum-
ta valere septem.

En habetis *AA. HH. Evidentie Mathematica* funda-
mentum, videtis quare hac suâ naturâ assensum nostrum se-
cum trahat.

Habetis quo facîle, quibus veritatem involvere moliuntur
Sceptici, solvuntur nodi. Dicant veritatem criterio indigere,
verum criterium à falso distinguendum esse, novumque ut hoc
fiat criterium desiderari; quod criterium novum & suo indige-
bit, & sic in infinitum, contradictionem ideo involvere veri-
tatis dari criterium ullum.

Respondemus veri desideratum criterium ipsam esse Eviden-
tiam; ipsam nempe perceptionem comparisonis inter duas ideas.
Evidentie criterium esse conscientiam; Hanc autem proprium
secum ferre criterium; non tali enim indigeo ut certus sim,
me conscius esse idee quæ Menti præsens est. An possum non
percipere ideam quam percipio; dum conscius sum, an eo ipso
non sum conscius me conscius esse? Aliud conscientia qua-
rere criterium contradictionem involvit: Hanc autem uni-
cum Evidentie Mathematica esse fundamentum jam proba-
vimus.

Vanam in Evidentie fundamentis detegendis nos impendere
operam clamitant alii, cum nihil cognosci possit. Ut enim quid
cognoscamus, huius cum alio differentiam perspectam habere
debemus, ipsam autem non detegimus differentiam, nisi etiam
res nobis nota fuerint: res ergo ipsa, & harum differentie in
perpetuum nos latebunt.

Exemplo argumentum illustrandum puto.

Triangulum non cognoscam nisi in quo cum Quadrato diffe-
rat

rat mihi pateat, quod mihi ignotum erit quamdiu Trianguli & Quadrati cognitionem non habeo.

Quis verò non videt res hic separari, quæ minimè separari queunt, & quis dubitat mihi Triangulum, & illud quo cum omni aliâ re differt, unico actû manifesta fieri.

Sed Scepticos nunc relinquamus.

Expositis Evidentiæ Mathematica fundamentis, haud difficulter probabimus quare Mathesis sibi non satis æstimandum vindicet Privilegium non errare: cujus ut pateat justus titulus, quædam de Matheſeos objecto, Mathematicorumque methodo breviter memoranda erunt.

Primò: Versatur Mathesis circa ideas, & circa ideas tantum; minimèque curat Mathematicus, quæ Mathematicus, utrum idea de quibus ratiocinatur cum ullâ re quæ est congruant an non. Ubi probat, e. gr. in Triangulo rectilineo rectangulo Quadratum Hypothenuse valere Quadrata reliquorum laterum simul sumta, de ipso Triangulo sollicitus non est; neque curat an Quadrata laterum sint formata, ad ipsas tantum Quadratorum ideas attendit, & de eo pronunciat quod locum haberet si darentur. Semper ex hypothesi hac, si detur, ratiocinatur Mathematicus.

Tali hic caret hypothesi ne in errorem cadat, contrariam sibi fingit Physicus dari revera quod sibi fingit, & rarò admodum erroris scopulos effugit.

In illis etiam Matheſeos partibus in quibus de rebus ipsis agitur, eadem hypothesis si res dentur demonstrationum fundamentum est. Mixtam in hoc casu dicimus Matheſin, ut hanc à purâ, id est ideali, distinguamus.

Dum Sidera lustrat, dum horum cursus metitur, non Mathematici partes sustinet Astronomus. Mathematicus ex præviis observationibus conclusiones deducit, solasque observationum ideas examini subjicit, & nihil de motibus cælestibus

nisi hypotheticè affirmat, si observata erroris fuerint expertia.

Sæpe etiam Astronomi ex observationibus hypothesin de motu fingunt, in quo casu conclusiones Mathematica, licet in se verissima, ad res ipsas applicari non poterunt, nisi & in hypothesi de motu, & observatis quibus nititur, nullus error detur, aut nisi forte fortunâ errorum detur compensatio.

Sed hæc non spectant Mathematicum quia Mathematicum: hic ad solas ideas attendit, & Evidentia quam Mathematicam diximus, quam suâ naturâ assensum nostrum secum trahere demonstravimus, in Disciplinis Mathematicis, à quibus nomen mutuata est, locum habet.

2°. Objectum Matheos est quantitas, hanc in genere, ante omnia, considerant hujus scientiæ cultores, & in peculiari- bus Matheos partibus quantitates speciales examini subjiciunt. Extensionem mensurat Geometra. Vires confert Mechanicus. Motus in variis Matheos partibus perpenditur.

Quantitatum ejusdem generis tantum fieri potest collatio; & harum idea si simplices fuerint, quàm distinctissime sunt, & sine erroris periculo conferuntur. Si magis composita, hæc omnibus aliis facilius in peculiare resolvuntur, ut per partes fiat comparatio.

Tandem. In conferendis ideis compositis tali utuntur Methodo, qua error facile vitari potest. A simplicioribus ad magis compositas procedunt, quas, ut jam monuimus, per partes conferunt: Quod si fieri nequeat, ideas intermedias in subsidium vocant, ut nulla fiat collatio, nisi idearum quarum unicâ perceptione patet convenientia aut diversitas.

Non in solis scientiis Mathematicis idea sola considerantur, in aliis etiam Evidentia Mathematica locum sibi vindicare potest. In illis quoque in quibus agitur de rebus ipsis, ratiocinia
tantum

tantum ideas spectant, & Evidentia Mathematica hypotheticè locum habebit, si cum rebus idea congruant, ut de Mathesi mixtâ monuimus.

Methodus autem, qua utuntur Mathematici, omnibus scientiis potest applicari, nihilque sibi peculiare servat Mathesis præter objectum, Quantitatem nempe; ita ut facilius quidem in Mathematicis errorem vitemus, in aliis tamen scientiis eâdem arte illum effugere possimus, si nempe eâdem methodo cum Mathematicis ideas conferamus, quod tamen quàm difficile sit in multis occasionibus statim dicam.

In Logicis agitur de ratiocinandi methodo, de regulis nempe quibus idea inter se conferri debent, id est, idea collationum aliarum idearum sunt Logices objectum, totaque hæc scientia ideas spectat, hæcque à Mathesi solo objecto differt. Quod naturam Evidentiæ qua Logica illustrari potest minimè mutat. Regule etiam, ut hoc solum memorem, qua vulgò de Syllogismis traduntur nulli Mathematico Theoremati firmitate cedunt.

Ontologia, scientia quæ omnium quæ sunt proprietates communes perpendit, in totum etiam circa ideas versatur. Generalis hæc idea esse hujus scientiæ est objectum, & quantumvis idea hæc simplex videatur, non ita arctis terminatur limitibus scientia hæc, lumenque cæteris disciplinis maximum communicat, si quibus à Philosophis involuta fuit liberetur ambagibus.

Nulla in hac ad examen vocatur res peculiaris; omnia verò quæ sunt ad classes referuntur, ut generaliores inter hæc differentias determinemus.

Perpendimus etiam in Ontologicis generaliores illorum quæ sunt aut esse possunt comparationes; & in his maxima hujus scientiæ sita est utilitas. Qui ex. gr., quæ de causâ & effectu

Et ut demonstrantur, examinabit, usum in dirimendis questionibus difficillimis facile percipiet.

Pneumatologia versatur circa omnium Intelligentiam proprietates. Cum omnis cognitio à cogitatione pendeat, ante omnes alias ipsius Ingenii idea in Mente nostra hæret, & Intelligentie proprietatum notiones omni extraneo deficiente auxilio acquirimus, cum autem de hisce solis agat hæc scientia, quæ in hac demonstrantur, Mathematicâ nituntur Evidentiâ, & certa sunt Mathematicè.

Si ad illam Pneumatologia partem nos convertamus in qua de Deo agitur, & hanc in totum circa ideas versari videbimus, & ex talibus notionibus deduci, circa quas dubium nullum in Mente herere potest; quod ex ipsarum naturâ sequitur; ideoque Evidentiâ Mathematicâ etiam niti, quæ de Intelligentiâ supremâ & infinitâ disputantur.

Aliquid nunc est; ergo aliquid ab æterno fuit.

Cogito ego; id est datur quid intelligens; inde deduco hujus primum auctorem ab æterno esse & in infinitum intelligentiâ superare quam produxit Intelligentiam; quo etiam cogor ei tribuere potentiam qua Mens formari potest, id est in infinitum superantem omnem cuius ego mihi effingere possum ideam.

Hæc primo intuitu manifesta sunt; si attentius rem considerem, facile percipio, Intelligentiam dari quæ nullum habet initium, cuius esse nulli causæ extraneæ tribui potest; ipsam ergo à se esse & sua sponte, nihilque dari posse quo ipsius perfectiones fines habeant, unicamque talem dari.

*Constat ergo Deum esse unicum, æternum, immensâ scientiâ praditum; hujusque nullis terminis circumscribi potentiam. Quibus demonstratis, ex his alia quæ de Deo deteguntur profluunt. Bonitas ex. gr. in gradu supremo, ex infinitâ deducitur Sipientiâ. Non difficulter enim probamus omne quod
illi*

illi opponitur ex defectu intelligentiæ sequi, & nisi in Intelligentiam limitatam cadere non posse.

Illud ipsum quo probamus Deum esse, & sapientem esse, ex examine rerum deductum, argumentum Mathematicâ concomitari Evidentiâ defendimus.

Fateor non mathematicè certum est, Sidera moveri, Solem calore suo vitam plantis communicare, Animalium corpora mirabili artificio constructa dari, hæc ad moralem pertinent Evidentiâ; sed dicam quod ad ideas spectat, & ad ideas solas. Datur extra me aliquid, quodcumque hoc fuerit quo in Mentem meam excitatur idea congeriei vastissimæ rerum, ordine sapientissimo dispositarum, & juxta leges ab omni Intelligentiâ mirandas agitarum.

Non quero nunc unde oriantur idea, quas in examine Universi acquirō, nil de harum origine affirmo, me autem ipsarum esse auctorem ne per momentum suspicari possum. Unde sequitur extra me dari Intelligentiam quæ ipsas, quomodocunque, hoc non determino, in me excitavit: de cujus Intelligentiæ sapientiâ si ex hisce ipsis ideis judicium feram, illam omnem cujus ego mihi formare possum ideam in immensum superare in dubium vocare non potero.

Hæc omnia indicare tantum, non autem plenius examinare nostrum spectat propositum.

Ad scientias quæ Mathematicam Evidentiâ pro fundamento habent, id est quarum constantia & firmitas à solo examine idearum pendet, referimus etiam primæ Ethices fundamenta, id est omnia quæ in genere spectant fundamenta officiorum Intelligentiæ erga Intelligentiam, & præcipuè erga Intelligentiam supremam à qua originem accepit, & à qua omnem felicitatem sperare debet.

Satis video A. A. N. N. paradoxum admodum vobis vi-

dubi-

debitur, me tot aliis Philosophiæ partibus tribuere Evidentiam & stabilitatem, quæ Mathesim extra erroris contentionisque limites posuere; dum innumera Philosophorum in Metaphysicis dissensiones evidentissimè errorem, saltem ad aliquam partem, dari evincant.

Fateor A. A. N. N. sæpè errarunt Philosophi, objectioni etiam majorem vim concedam, & libenter agnoscam, nil tam absonum, nil tam à rectâ ratione alienum fingi posse, quod non cum Philosophorum quorundam somniis Metaphysicis equiparari possit; in paucissimis verò puram Mathesim spectantibus erratum fuit, erroresque quàm facillimè correxere alii: eadem tamen Evidentia, eadem ratiocinandi methodus, in Metaphysicis, & Mathematicis locum habent. Unde verò errores in Philosophica non itidem in Mathematica profluant, non difficulter detegere potero. Non loquar de iis qui, dum primas regulas ratiocinandi ignorant, primaque vix scientiæ fundamenta cognoscunt, nihilominus se judices de difficillimis, captumque superantibus, declarare audent; vulgare hoc in Metaphysicis, rarum autem in Mathematicis.

Non hic etiam agam de animi affectibus, in Metaphysicis multò magis quàm in Mathematicis Mentem afficientibus.

Satis erit si indicavero, sepositis affectibus, concesso sincero veritatis detegenda desiderio, errorem à limitatâ Intelligentiâ separari minimè posse, & demonstravero non ut in Mathematicis aequè facile in aliis scientiis vitari posse.

Satis explicavi quomodo Mathematici errorem effugiant, quedam tamen addenda sunt.

Nullâ voce utuntur nisi quid hac designent exactissimè explicaverint, accuratissimè enumerando ideas peculiare quæ in ideâ compositâ continentur. Eâdem voce idem semper exprimunt. Veritates demonstratas distinctissimis verbis complectuntur, ut illis quasi axiomatibus utantur. Quam-

Quamdiu de quantitativibus agitur, quàm accuratissimè cautela hæc observari possunt, & non quidem impossibile est, easdem aliis indicatis Philosophiæ partibus applicare regulas, sed in omnibus requisitâ adhibitâ curâ iisdem uti humanam fere superat intelligentiam.

Ubi ratiocinamur de actionibus proprietatibusque Mentis nostræ, harum quidem ideas habemus, sed circa naturam Mentis multa nos latent, & sæpè difficillimum est, talem tantum deducere conclusionem, quæ ab ignotis minimè labefactari possit.

Etiam in Ideâ, quam examinamus, multa sæpè continentur idea simpliciores, quas non omnes semper consideramus, unde quidem conclusio minimè incerta est, eo respectu quo fuit deducta; sed si eam deinde eidem applicemus idea, alio respectu considerata, incerta semper, sæpissimè falsa, erit conclusio. Quàm autem difficile est hoc vitare in scientiis in quibus eadem voce non modo exprimimus eandem ideam compositam variis respectibus consideratam, sed plerumque ideas toto Cælo diversas!

In errores inde oriundos non inciderent homines, si dum propositione antea demonstratâ utuntur, hujus demonstrationem Menti præsentem haberent. Tunc non quod de ideâ quadam fuit determinatum alii applicarent. Sed cui mortaliū fuit concessum, propositionis, auxilio variarum intermediarum, à primo principio deductæ, cum hoc primo principio nexum unico intuitu percipere?

Ex ipsa ergo Mentis imbecillitate sequitur difficilius in Ontologicis & Pneumatologicis quàm in Mathematicis errorem vitari, attento tamen animo casus, in quibus nulla erroris suspicio datur, ab aliis separari posse, ex dictis satis manifestum est.

Non me latet AA. NN. abstractiora hæc, nisi exemplis illustrentur, huic dicendi generi non convenire; sed condo-

nate rogo, si hac non ulterius explicem, condonate si plurimis, quos ex Philosophis in hisce mecum sentientes habeo, exemplis non displiceam.

Indicatis scientiis in quibus Evidentia Mathematica locum habet, circa alias omnes notamus, cum Mathesi mixtâ has equiparari posse. In hisce agitur de ideis rerum quæ sunt extra nos. Utrum hæc idee cum rebus ipsis conveniant nec ne, ad Evidentiam Mathematicam minimè spectat, ad quam perceptiones ratiociniæque tantum referri debent, & hæc nisi circa rerum ideas versari queunt.

Ad Mathematicam ergo non pertinent Evidentiam, Theologia, Ethica, Physica, ut & Historia. Ad Physicam, in genere omnes scientias, quæ ad rerum naturalium cognitionem spectant, referimus. Ad Historiam pertinet in genere omnis rerum gestarum expositio.

In hisce omnibus scientiarum fundamenta, ipsarumque firmitas, ab ideis nostris non pendet.

In Theologicis determinandum ante omnia, an suprema & infinita Intelligentia voluntatem suam Hominibus peculiari-
bus declaraverit Oraculis, & ubi dentur hæc; hoc ex simplici idearum collatione nunquam determinari poterit: ubi autem de Oraculis constat, conclusiones, ex iis deducende quæ Deus declaravit, ad ideas spectabunt; & ratiociniorum stabilitas Mathematica erit, hypotheticè nempe, ut semper ubi de rerum ideis agitur, si Deus hæc nota fecit; utrum verò hæc nota fecerit, ad aliam illam pertinet Evidentiam quam diximus Moralem vocari.

Ethices fundamenta, quatenus spectant generaliter Intelligentium officia, ad ideas pertinere jam monuimus. Sed ubi de Hominibus agitur, requiritur ut nobis constet de mutuis auxiliis quibus in Societate viventes Homines indigent; id est,

est, necesse est, ut acquiramus ideam Societatis inter Homines, iis animi affectibus praditos, quos in Hominibus revera observamus. Si etiam & huc referamus Societatem civilem, ut revera quando de officiis hominum loquimur referri debet; necesse est, ut in singulis Societatibus peculiari-
bus, de quibus agendum, notum sit, ubi detur Potestas à qua Leges emanare debent, & quas promulgaverit Leges.

Horum omnium cognitionem, id est, persuasionem de convenientiâ inter ideas, quas de hisce in Mente habeo, & res ipsas, non ex solâ idearum consideratione haurire possum.

Positâ autem hac convenientiâ mathematicè constabunt ratiocinia legitimè instituta. Utrum verò idea rebus ipsis respondeant, ad Moralem pertinebit Evidentiam.

In Physicis Moralem etiam tantum habeo Evidentiam de Motibus, quibus Universam rerum congeriem constituentia agitantur corpora, & Legibus quibus subjiciuntur.

Non ad Evidentiam refero Moralem à quibusdam agitatam questionem, an corpora dentur. Inter ipsos, qui hac esse negant, de hoc convenit, pro singulis corporibus extra nos quid peculiare dari, quo idea talis corporis excitatur, & illud idem, in Mentibus variorum Hominum, ejusdem corporis excitare ideam; ita ut illud ipsum, quodcumque hoc fuerit, ab omnibus pro tali corpore habeatur; illudque in nos agat, eodem modo ac corpus ipsum agere posset, & nostri respectu minimè intersit utrum extra nos detur corpus verum, an illud aliud quid, quod nostri respectu nunquam à vero corpore discrepat. Unde videmus si quid vanum, & inutile, unquam à Philosophis fuit agitatum, ut sapissimè fuit, eo meritò referri quæ ab iis, qui corpora esse negant, fuere disputata.

Ubi in Physicis moralis Evidentia auxilio benè cognita habemus,

bemus Phenomena, id est, ubi constat nos horum Phenomenon habere ideas, quæ cum rebus ipsis conveniunt, ratiocinia circa has ideas mathematicè certa erunt, conclusionesque ad res ipsas poterunt applicari.

In Historicis, ad quæ etiam referimus Hominum facta in communi vita usu, Moralem quoque tantum habemus Evidentiam. Non solâ idearum nostrarum collatione, quid à tali aut tali Homine actum sit detegimus. Ubi autem per actorum ideas habemus, hasce conferendo inter se, conclusiones elicimus Mathematicâ Evidentiâ nixas.

Videtis AA. NN. Moralem Evidentiam, persuasionemque inde oriundam, spectare ad convenientiam inter ideas in Mente nostrâ & res ipsas extra nos; dum Mathematica Evidentia versatur circa convenientiam quæ datur inter comparisonem idearum & quam habemus hujus comparisonis ideam. Hanc cum ipsam percipiamus, contradictionem involvit, ut jam demonstravi, in hisce errorem dari. In iis, quæ ad Mathematicam pertinent Evidentiam, erramus, quando comparatis duabus ideis, perceptam comparisonem aliis ideis applicamus.

Ubi de rebus extra nos agitur, non ipsius rei perceptione hujus acquirimus ideam, non res ipsa in Mentem nostram agunt, non concipimus quomodo agere queant. Fundamenta igitur Evidentiæ Moralis non ex simplici examine Mentis, & rerum in se consideratarum, deducere possumus. Subsidia, à rebus ipsis extranea, nobis fuere concessa, quibus rerum extra nos ideas acquirimus.

Auxilia hæc sunt Sensus, Testimonium, & Analogia.

Hæc tria habet Moralis Evidentia fundamenta, dum Mathematica unicum habet, ipsam nempe perceptionem idearum.

Mathe-

Mathematica ratiocinia nituntur Evidentiâ, quæ suâ naturâ assensum secum trahit.

Moralis autem Evidentia non suâ naturâ, sed ex Dei voluntate, persuasionis est fundamentum.

Non, si rem in se consideremus, contradictionem involvit, Sensus, Testimonium, Analogiam, adhibitis cautelis quibuscumque, nos in errorem inducere, sed contradictionem involvit, Deum voluisse hæc esse persuasionis fundamenta, & hæc, adhibitis legitimis cautelis, nos ad Veritatem non conducere.

Deum autem voluisse Sensus, Testimonium, & Analogiam, talia esse fundamenta, & illum non frustra hoc voluisse, non erit demonstrata difficile, argumentis mathematicè perspicuis.

Talibus constat argumentis Deum esse, huncque esse bonum, & quidem in summo gradu.

Hinc deducimus illum voluisse, ut Homines iis utantur commodis quæ ipsis largitus est; iis autem rebus, quæ ad vitam in superficie Telluris ducendam, ubi Deus ipse Homines collocavit, necessaria sunt, uti non posse demonstrabimus, nisi memorata admittamus criteria Veri, unde patebit hæc talia esse. Suprema Sapientia sibi ipsi fuisset contraria, si datis ipsis rebus, facultatem de hisce dijudicandi denegasset. Quod tamen non excludit legitimas adhibendas esse cautelas.

Homines singulis momentis indigere rebus, de quibus nisi Sensibus dijudicare non possunt, quis in dubium vocabit? Deus tamen harum rerum usum Hominibus concessit; voluit ergo ut iis fruantur; id est, voluit illa, sine quibus rebus hisce frui non poterunt; ideoque voluit ut de hisce iudicium ferant, & utantur Sensibus, quos hunc in finem à Divinâ Providentiâ Hominibus concessos videmus.

Nemo

Nemo Hominum solus vivere potest, aliorum operâ indiget; ut autem omnes mutui auxilii beneficio gaudeant, communicatio idearum desideratur; quod & ipsum nunquam satis laudanda summi Numinis Hominibus largita est beneficentia, loquendi dum ipsis concessit facultatem.

Hujus auxilio, cum ipsi non omnia quæ nobis sunt necessaria Sensibus observare possimus, aliorum observatis utimur; quo stabilitur Testimoniorum necessitas; ex qua deducimus, Deum voluisse Testimoniis, servatis legitimis cautelis, fidem dandam esse.

Innumera singularia, quibus carere non possumus, & quæ à summo Numine nobis non fuere denegata, singulatim à nobis explorari non possunt, ut de usu certi simus, neque in hisce aliorum sufficit Testimonium, quod de singularibus omnibus dari non potest, quorum pleraque dum explorantur ad usum inutilia sunt.

Quàm præ nobis miserandi essent Homines, qui ex observationibus deductas conclusiones ad non observata applicare non possent, qui ex præteritis de futuris judicium nunquam ferre possent!

Quis horum aratro terram secaret, quis semen sereret, quis fructus ullos colligeret, quis curam quamcumque de futuris haberet, si omnis omnino incertus esset eventus? Quibus hac concomitarentur incommodis quis non videt?

Infelices Homines, qui singulis diebus in dubio hærent, utrum veneno an utili cibo vescerentur! qui occidente Sole æternam metuerent noctem; & ipso lucente, hunc in perpetuum extinctum iri singulis momentis timerent!

Inutile plura memorare, & hisce nos summi Numinis liberavit benignitas; nobis concessit observationes nostras ad non observata applicare, quo ad vitam necessaria à noxiis separamus, & futura sæpe determinamus.

Semen

Semen terrâ absconditum, reviviscens, & fortè centies auctum, me, ni quid extra ordinem superveniat, iterum collecturum, non sine fundamento spero.

Dum Solem occidentem video, per paucas tantum latituum horas non frustra mihi persuadeo.

Non timeo Aedificium firmum sponte casurum.

Ex Analogiâ ergo in rebus Physicis mihi est ratiocinandum, & Omnipotentem rerum Conditozem illud voluisse quis dubitabit, qui dum Conditozem bonum novit, ad rerum constitutionem attendit?

Sed dum Deus hoc voluit, & illa quæ ut talibus ratiociniis vis communicetur necessariò requiruntur etiam voluit; id est, fixis & immutatis rerum congeriem adstrinxit Legibus. Positis enim his firmo stabilitur fundamento Analogia, iisdem sublatis omnia sunt incerta in rebus Physicis. & brevi Genus integrum peribit Humanum.

Videtis AA. NN. quantum differant pro diversis circumstantiis assensionis fundamenta. Sed licet differant fundamenta hæc, licet Evidentia Mathematica minimè cum Morali congruat, non tamen diversa inde sequitur persuasio. Non magis assensum meum denegare possum iis quæ, legitimis observatis cautelis, ex expositis Evidentiæ Moralis fundamentis deducuntur, quàm iis quæ Mathematicâ constant demonstratione. Non dubitabo Londinum esse Angliæ Urbem, neque tres Angulos Trianguli rectilinei simul sumtos aequales esse duobus rectis.

Mathematica est demonstratio quâ probamus, Deum non esse bonum, nisi firma sit Moralis Evidentia, & nisi valeat ad hoc, ut ei assensum nostrum concedamus.

Deum autem bonum esse, & etiam Mathematicâ hoc constare demonstratione, ex ante indicatis sequitur. Neque hujus loci
 ** * * * *
est

est responsa dare ad objectiones quæ ex rerum constitutione, nobis maximâ parte ignotâ, adversus Divinam beneficentiam, nobis plenissimè notam, à quibusdam in medium proferuntur.

Non etiam vos morabor AA. NN. in resellendis Scepticorum objectionibus, satis mihi est talia proposuisse argumenta, ex quibus responsa ad objectiones sponte sequuntur.

De Scepticorum tamen opinionibus quadam sunt memoranda, ut videatis quibus responsionibus Dogmaticorum argumenta evertere conantur.

Socrates primus Scepticismo occasionem præbuit. Hic, teste Cicerone, à rebus occultis, & ab ipsâ Naturâ involutis, in quibus ante eum Philosophi occupati fuerant advocavit Philosophiam, & ad vitam communem adduxit, ut de Virtutibus & Vitiis, rebusque bonis & malis, quæreret, de ceteris rebus nihil affirmabat, ceteros resellebat, nihil se scire dicens, & se eo ceteris præstare, quod illi quæ nesciant se scire putent; ipse, se nihil scire, id unum sciat; totaque ejus oratio tum in Virtutis laudandâ, & in omnibus Hominibus ad Virtutis studium cohortandis, consumebatur. Posuit ille, aut potius hujus discipulus Plato, fundamenta Academiæ, quæ prima dicta fuit.

Arcefilas secunda Academiæ auctor, nil omnino comprehendendi posse, & ne quidem hoc ipsum se nil scire sibi compertum esse, apertè affirmabat, Scepticismum in omnibus defendens.

Sed non Academici tantum omnia in dubium vocarunt, aliam sibi fecit Scholam Pyrrho, & non unica dubitandi ars inter Philosophos tradita fuit. Pyrrhonios & Academicos in ipso dubio universali inter se dissentire notavit Aulus Gellius. Hi ipsum illud nil posse comprehendendi quasi comprehendebant, & nihil posse discerni quasi discerniebant. Illi ne quidem
ullo

nullo pacto verum videri dicunt, quod nihil esse verum videtur.

Similem inter hos Philosophos differentiam, paululum aliter expositam, tradidit Sextus Empyricus, cujus integrum opus de Scepticismo superstes habemus. Arcesilas, secundum nempe Academiae auctor, dixit esse bonum, assensionem malam, idque secundum Naturam; Pyrrho autem ita censebat, non secundum Naturam, sed secundum quod apparet.

Quomodo tamen hac cum hisce Tullii verbis congruant non bene percipio. Arcesilas negabat esse quidquam quod sciri posset, ne illud quidem ipsum.

Omnes de omnibus controversias agitabant, nihilque affirmari posse contendebant, cujus contrarium non aequè firmis argumentis probari posset. Nugasque omnium maximè absurdas solidissimis opponebant rationibus. Aegrè tamen admodum ferebant, si quis in vite usu adversus ipsos ipsorum argumentis uteretur.

Laxato humero ad Medicum Exophilum venit Sophista Diodorus, respondit ille humerum non excidisse, argumento utens, quo Sophista, ut Diodorus, omnem motum impossibilem esse probare contendebant. Tunc precatus est hic, ut relictis iis orationibus, ei remedium arti Medicae congruum adhiberet.

Sed Lacydem audiamus, magis apertè argutias in scholas amandantem. Erat ille paulò sordidior, ipse sibi suam penum curabat, & cella aditu obsignato, annulum, per sera foramen dimissum, intra cellam involvebat, ut, cellam refferatâ, annulum tollere, & pro lubitu locum tum obserare, tum obsignare, posset, annulumque per eandem seram iterum immittere. At famuli detecto artificio, absente Hero, refferatâ cellâ, pro lubitu cibum & potum hauriebant, dein cellam claudiebant, obsignabant, annulumque per sera foramen immittebant.

At Lacydes cum vasa quae plena reliquerat vacua repe-

***** 2

riret,

riret, eo credidit confirmari quæ ab Arcesilâ doceri audiverat, nil posse comprehendi. Manibus ipse meis, dicebat, cellam idem clausi, idem obsignavi, idem annulum intromisi, reversus, cellaque reſerata, annulum modò, non item cætera, reperiẽbam; non jure obsecro fidem omnibus rebus detraham. Detecto tandem furto, annulum secum ferebat: tunc famuli, apertâ cellâ, & contentis ereptis, alio annulo, sæpe nullo, illam obſignabant; & strenuè, ipsis Heri argumentis, disputabant, aut cellam, ipso quo hanc obſignaverat annulo, esse obſignatam, aut non fuisse obſignatam. Tandem Philosophus sine fuco animum aperiens, famuli, inquit, aliter hæc in Scholâ disputamus, aliter vivimus.

Omnes Sceptici eo pervenere, ut dubitandi artem non ad vitæ usum applicandam esse dixerint.

Repudiavit Carneades Mentoris discipuli & amici consuetudinem, quia cum pellice illum reperit; non sensus fallaces esse eo in casu suspicatus est.

„ Sufficit ut arbitror „ inquit Sextus Empyricus „ cum „ experienciâ usu partâ, & citra opiniones, secundum communes observationes, & præoccupatas in animis Hominum „ opiniones, vitam degere, de iis quæ ex dogmaticâ curiositate dicuntur, & quidem nullam vitæ communi utilitatem adferunt, assensum retinentes.

Quàm autem hæc inter se sunt pugnantia! Si Sensus sunt fallaces, si nil potest comprehendi, si Ratio nos in errorem inducat; quare hisce utendum in vitæ usu? Quomodo de experienciâ, de communibus observationibus, de Hominum opinionibus, certi erimus? Unde nobis constabit nos commodum ex his posse assequi? Quibus autem argutiis fundamenta scientiæ tueantur, unico exemplo indicasse satis erit.

Nihil datur dicunt quod sit certum, & propositio hæc se ipsam

ipsam involvit. Respondent Dogmatici, aut propositio hac est vera, aut falsa; si sit vera, hoc saltem certum erit, nil certi dari; si sit falsa, non sunt omnia incerta. Ne Scepticos hoc Dilemmate victos credatis. Propositionem neque veram neque falsam esse excipiunt. Sed hos relinquamus medium inter Verum & Falsum quarentes.

Ad Evidentiam Moralem redeamus. Hujus fundamenta esse demonstravi Sensus, Testimonia, Analogiam, sed monui legittimas servandas esse cautelas. Sensus nos nunquam in errorem inducere, omni Testimonio fidem dandam esse, & observata quacumque Analogico ratiocinio locum præbere, minimè defendo.

In cautelas quibus error vitari potest inquirendum, & in hisce detegendis ipsa memorata Evidentie Moralis fundamenta admittenda erunt, nos autem in detegendis cautelis non errasse constabit, si videamus in hisce detegendis, nihil contra ipsas admissum fuisse.

Regula quæ Sensus spectant, ex iis quæ Physica nos de his docet haurienda sunt.

Regula de Hominum Testimoniis observata circa Homines pro fundamento habent.

Ubi de Analogiâ agitur, ex hac quam jam demonstravimus propositionem, immutatis rerum congeriem Legibus regi, ratiocinari debemus.

Longum foret, licet à nostro proposito non alienum, plenius hac explicare, & vestrâ abuterer patientiâ si ipsas indicarem regulas.

Hoc tantùm monebo, harum usum præcipuum esse, ut vitemus errorem; non enim semper harum auxilio ipsam assequimur veritatem.

Sed licet hanc quæramus, licet hicce studiorum nostrorum sit scopus, si eo non perveniamus errorem effugisse aliquid est.

Præstat, ubi in desideratum confugere Portum non conceditur, Pontum navigare, quàm ad inimicas accedere terras. Præstat in dubium hære quàm erroris periculum adire.

Nulla Mentis affectio, si Pyrrhonismum excipiamus, in inquirendâ veritate magis noxia est illâ, quæ omnem questionem dirimendam esse vult, & parti utrique assensum denegare nequit. Nulla tamen Mentis affectio magis vulgaris est.

Quisque quantumvis parum questionem examinaverit, inter sententias diversas quandam sibi eligit, & minimè deinceps sollicitus est de argumentis quibus everti potest: tanquam pro aris & focis pro hac pugnandum esse sibi persuadet. Quibus ipsam defendat, quibus aliis respondeat, querit argumenta, de ipsa Veritate parum sollicitus.

Hinc innumeri errores, hinc quare vix nunquam corrigantur: ad extrema semper vergit Mens humana, aut de omnibus dubitat, aut invalidis argumentis assensum dat, nunquam fere certa à dubiis separat.

Quantum majores in investigandâ Veritate progressus facerent Terricola, si, quàm facillimè se errare, & non omnia, quibus assensum dant, ritè examini fuisse subjecta, persuasum haberent, operamque in corrigendis erroribus sedulam darent!

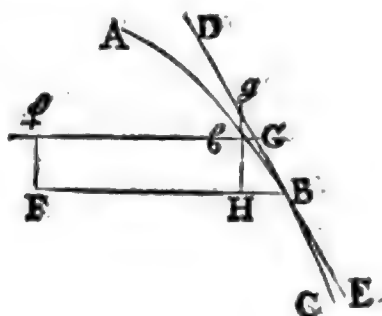
Sed non nostro solo sermone terminatur Solemnitas hæc. Regulas de vitando errore, ubi de Evidentiâ agitur Morali, silentio prætermisi; & illa quæ spectant errorum fontes suppressam, generalia Evidentiæ fundamenta indicasse contentus.

Maximam cum iis quæ explicari affinitatem habet Probabilitas. Latè admodum patet hæc, à multis cum Evidentiâ Morali confunditur, non illam, si tempus daretur, intactam relinquerem. Nunc autem malo unicum, quod Vobis magis gratum futurum mihi probabile videtur, hoc addere verbum,

MONITUM

*De Demonstrationibus quæ quantitates infinitè
exiguas pro fundamento habent.*

IN multis demonstrationibus, in scholiis datis, quantitates consideramus infinitè exiguas, & ita hæcce proponimus, ut & à lectoribus intelligi possint, quibus illa, quæ de talibus quantitatibus à Geometris fuere explicata, ignota sunt. Ne autem ipsis scrupulus ullus circa demonstrationes in mente hæreat, & ne sibi de talibus demonstrationibus non exactam forment ideam, monitum præmittere non inutile credidi.



Sit curva quæcunque ABC ; quam in B tangit linea DE ; sint rectæ duæ quæcunque FB , fG , parallelæ, junctæ lineâ Ff ; quarum fG curvam secat in b ; sit etiam Hb parallela Ff , secans tangentem DE in g . Si nunc concipiamus, Ff minui, id est lineam, fG motu parallelo ferri, dum etiam, per intersectionem hujus lineæ cum curvâ, motu parallelo fertur gbH , clarum est rationes inter gB , gH , HB , non mutari, donec, coincidentibus fG , FB , lineolæ omnes simul evanescant.

In eodem lineæ fG motu, rationes inter bB , bH , HB , continuò mutantur, donec ubi evanescere nullæ rationes dentur; in ipso autem momento evanescentiæ dantur rationes ab omnibus, quæ in præcedentibus momentis locum habuere, diversæ.

Sic corpus quod cadit, & liberè cadendo continuò celerius movetur, ubi ad punctum quodcunque pervenit, velocitatem habet majorem omnibus velocitatibus quas antequam ibi perveniret habuit, minorem autem omnibus illis, quas habebit postquam punctum prætergressum erit, peculiarisque est velocitas qua ad punctum appellit,

appellit, ab omnibus aliis, quibus ad puncta alia quæcunque pervenit, diversa. Eodem modo non agitur hic de rationibus, quas habent quantitates ante evanescentiam, aut postquam evanuerit, sed quas habent dum evanescent.

In ipso autem hoc momento evanescentiæ, quia curva in puncto contactus cum tangente coincidit, confunduntur puncta G, g, b , & rationes inter bB, bH, HB , non differunt à rationibus gB, gH, HB .

Ubi in demonstrationibus Bb infinitè exiguam ponimus, hanc pro rectâ habemus, & memoratam æqualitatem rationum, etiam ponimus: Hæc tamen mathematicè vera non sunt, nisi in momento evanescentiæ; ubi ergo loquimur de quantitatibus infinitè exiguis, intellige evanescentes, & demonstrationes nulli Mathematicæ demonstrationi firmitate cedent.

Clarum etiam est in momento evanescentiæ fb & FB confundi reveraque æquales esse, ergo in demonstratione quacunque in qua portionem curvæ bB infinitè exiguam ponimus, quia hanc evanescentem intelligimus, tutò lineas ut fb , & FB pro æqualibus habemus.

Demonstrationes hæc distinguere debent à demonstrationibus in quibus error, licet insensibilis, datur, qualis est demonstratio N. 2384. ex qua deducimus sonum, sive majorem sive minorem, eadem semper velocitate per eundem aërem moveri; quod mathematicè verum non est, sed differentia velocitatum, quando datur, ita exigua est, ut nullâ arte percipi possit, quare differentiam in Physicis negligimus; eodem modo ac in praxi geometriæ, ubi montis altitudinem consideramus, hanc non pro mutata habebimus, quamvis arenula adjecta sit. In talibus autem demonstrationibus non agitur de quantitatibus infinitè exiguis, sed de quantitatibus finitis; numero enim finito non modò exprimi potest ratio inter arenulæ diametrum & montis altitudinem, sed & inter illam diametrum & telluris diametrum, aut si velis distantiam stellæ fixæ cujuscunque à Tellure.

In hisce demonstrationibus in quibus pro æqualibus habemus quantitates, quæ tali insensibili quantitate differunt, error in demonstratione sensibilis non erit, & ideo, ubi de rebus ipsis agitur, de quibus sensibus dijudicamus, demonstrationes hæc à Mathematicis jure admittuntur; ex Mathesi purâ removentur, quæ tamen admittit, sicut demonstravimus, demonstrationes quæ infinitè exiguas, aut evanescentes, quantitates pro fundamento habent.

INDEX CAPITUM.

L I B E R I.

P A R S I.

De Corpore in genere.

CAP. I. *De Scopo Physices & Regulis philosophandi.* Pag. 1.

II. *De Corpore in genere.* 3.

III. *De Extensione, Soliditate, & Vacuo.* 5.

IV. *De Divisibilitate Corporis in infinitum, & Partium subtilitate.* 7.

SCHOL. 1. *Infinitem Finito contineri, &c.* 10.

2. *De Infinitorum inaequalitate.* 12.

3. *De Infinitorum Classibus.* 13.

4. *De Partium subtilitate.* 15.

Cap. V. *De Cohesione Partium, ubi de Duritie, Mollitie, Fluiditate & Elasticitate.* 16.

SCHOL. 1. *De Effectum, Attractionis Vitri in Aquam, generaliter considerato.* 25.

2. *De Tubis Capillaribus.* 26.

3. *De Adscensu Aqua inter Plana vitrea.* ibid.

4. *De Motu Gutta inter Plana vitrea.* 27.

Cap. VI. *De Motu in genere, ubi de Loco & Tempore.* 28.

L I B R I I. P A R S II.

De Actionibus Potentiarum.

CAP. VII. *De Actionibus Potentiarum comparandis.* 30.

VIII. *Generalia circa Gravitationem.* 34.

IX. *De quibusdam Machinis, quae in pluribus Experimentis usu veniunt.* 36.

X. *De Librà & Centro Gravitationis.* 41.

SCHOL. 1. *De Centro Gravitationis, & hujus investigatione.* 48.

2. *Arithmetica Mechanica.* 50.

CAP.

| | | |
|----------|--|--------|
| CAP. XI. | <i>De Veste, Machinarum simplicium Primâ.</i> | P. 51. |
| XII. | <i>De Axe in Peritrochio, Machinarum simplicium secundâ.</i> | 58. |
| XIII. | <i>De Trochleâ, Machinarum simplicium tertiâ.</i> | 60. |
| XIV. | <i>De Cuneo & Cochleâ, Machinarum simplicium quartâ, & quintâ.</i> | 63. |
| SCHOL. | 1. <i>De Ligno findendo.</i> | 69. |
| | 2. <i>Machinae cujusdam examen.</i> | 70. |
| CAP. XV. | <i>De Machinis compositis.</i> | ibid. |
| XVI. | <i>De Potentiis obliquis.</i> | 76. |

LIBRI I. PARS III.

De Motibus, Potentiarum Actionibus, mutatis.

| | | |
|------------|--|------|
| CAP. XVII. | <i>De Natura Legibus Newtonianis.</i> | 93. |
| XVIII. | <i>De Acceleratione & Retardatione Graviorum.</i> | 98. |
| XIX. | <i>De Descensu Graviorum super Plano inclinato.</i> | 101. |
| XX. | <i>De Oscillatione Pendulorum.</i> | 106. |
| SCHOL. | 1. <i>In quo quadam in hoc Capite memorata Cycloidis proprietates demonstrantur.</i> | 110. |
| | 2. <i>De Cycloidis descriptione.</i> | 122. |
| | 3. <i>De Motu in Cycloide.</i> | 123. |
| | 4. <i>De Centro Oscillationis determinando.</i> | 124. |
| | 5. <i>De Lineâ celerrimi descensûs.</i> | 128. |
| CAP. XXI. | <i>De Usu Machinarum.</i> | 130. |
| SCHOL. | 1. <i>In quo illustrantur quæ de Veste in initio hujus Capitis fuere dicta.</i> | 137. |
| | 2. <i>De Machinarum Indicibus.</i> | 139. |
| | 3. <i>De Actione totali minimâ determinandâ.</i> | 142. |
| CAP. XXII. | <i>De Projectione Graviorum.</i> | 143. |
| XXIII. | <i>De Viribus Centralibus.</i> | 151. |
| SCHOL. | 1. <i>Generalia de Viribus Centralibus.</i> | 181. |
| | 2. <i>De Motu in Circulo.</i> | 183. |
| | 3. <i>De Motu in Ellipsi.</i> | 184. |
| | 4. <i>De Motu in Orbitâ agitâ.</i> | 187. |
| | 5. <i>De Motu in Ellipsi agitâ.</i> | 190. |
| | 6. <i>De Computatione Motuum Apudum in Curvis parum cum Circulo differentibus.</i> | 192. |

LIBER

INDEX CAPITUM.

LEXIII

LIBER II.

PARS I.

De Viribus insitis.

CAP. I. *De Naturâ, Genesi, & Destructione Virium in genere, harumque differentiis cum Pressionibus.* P. 195.

II. *De Mensurâ Virium ex harum Genesi.* 201.

SCHOL. 1. *De viribus Pendulorum.* 224.
2. *Computationes de motibus Penduli compositi in 1. 3. & 4. Experimentum. hujus Capituli, adhibiti.* 225.

CAP. III. *De Actionibus Virium, harumque Destructione.* 229.

SCHOL. 1. *Comparatio Segmentorum Sphære.* 246.
2. *De Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, generaliter.* 248.
3. *De his ipsis Temporibus, in quibusdam casibus peculiaribus.* 249.
4. *De conferendis Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, datis Figuris quibusdam peculiaribus.* 252.

LIBRI II. PARS II.

De Corporum Collisione simplici, directâ & obliquâ.

CAP. IV. *De Corporum Collisione simplici directâ.* 255.

SCHOL. 1. *Demonstrationes de Corporibus post istum quiescentibus.* 278.
2. *Demonstrationes Algebraica Regularum, quibus Velocitates Corporum post impactum determinantur.* ibid.
3. *Mutationum, quæ in Viribus Corporum, durante Collisione contingunt, Demonstratio Geometrica.* 279.
4. *De Temporibus, quibus Percussiones absolvuntur, & de Mutationibus Virium, & Velocitatum, quæ certis Temporibus contingunt, comparandis inter se.* 281.

CAP. V. *De Collisione Corporum, quæ ex variis Corporibus junctis efficiuntur: ubi de Centro Percussionis.* 283.

SCHOL. 1. *Demonstrationes illorum, quæ spectant talium Corporum Collisiones.* 288.
2. *Examen Experimenti circa Corpora in Lancem, aut Brachium, Libra impacta.* 291.
3. *De Centro Oscillationis & Percussionis.* 295.

***** 2

CAP.

CAP. VI. *De Congressu Corporum Elasticorum.* Pag. 297.

- SCHOL. 1. *In quo ad Corpora Elastica, demonstrata in Scholio 3. Cap. IV. hujus Libri, extenduntur.* 314.
 2. *Uerior Demonstratio de Virium aequalitate ante & post Collisionem in Corporibus Elasticis.* ibid.
 3. *Illustratio circa mutuam Corporum Elasticorum Actionem.* 315.
 4. *Paradoxi Explicatio.* 318.

CAP. VII. *De Motu composito.* 319.

VIII. *De Percussione obliquâ.* 324.

LIBRI II. PARS III.

De Collisione compositâ.

CAP. IX. *De Collisione duplici.* 331.

- SCHOL. 1. *Demonstrationes Collisionum trium Corporum in eadem lineâ motorum.* 346.
 2. *Investigatio Velocitatum in hoc ipso casu, quando tria Corpora sunt elastica.* 348.
 3. *De Corporibus simul juxta eandem directionem in aliud incurrentibus, sed quorum percussiones inaequaliter durant.* 350.
 4. *Demonstratio de duplici impactione, juxta directiones diversas.* ibid.
 5. *De Percussionibus, quæ in hoc ipso casu aequaliter durant.* 351.

CAP. X. *De Motu Centri gravitatis.* 351.

- SCHOL. 1. *De Viribus Corporum separatim motorum; sed quæ omnia simul considerantur.* 358.
 2. *De Motu Centri Gravitatis in quibusdam casibus peculiaribus.* 360.
 3. *Investigatio Motuum Corporum concurrentium, & sine impactione in se mutuo agentium.* 361.

CAP. XI. *De trium Corporum Collisione triplici.* 362.

- SCHOL. *Demonstratio constructionis, quæ in hoc casu Velocitates Corporum post ictum determinantur.* 365.

LIBRI II. PARS IV.

De Legibus Elasticitatis.

CAP. XII. *De Fibris elasticis.* 367.

XIII. *De Laminarum Elasticitate.* 381.

- SCHOL. *De determinando defectu Elasticitatis, & tempore quo Elastium relaxatur.* 391.

CAP.

CAP. XIV. *De Solidis Elasticis.* Pag. 393.

SCHOL. *De Temporibus in quibus Inflexiones Corporum elasticorum absoluntur.* 399.

L I B E R III.

P A R S I.

De Gravitate & Pressione Fluidorum.

CAP. I. *De Gravitate partium Fluidorum, & illius Effectu in ipsis Fluidis.* 401.

II. *De Actione Fluidorum in fundos, latera & opercula vasorum quibus continentur.* 406.

III. *De Solidis Fluidis immersis.* 417.

IV. *De explorandis Corporum ponderibus.* 432.

V. *De comparandis Fluidorum densitatibus.* 437.

VI. *De Hydrostatica Solidorum comparatione.* 443.

L I B R I III P A R S II.

De Motu Fluidorum.

CAP. VII. *De Celeritate Fluidi, ex Pressione Fluidi superincumbentis.* 448.

VIII. *De Fluidis profluentibus.* 454.

IX. *De Quantitate Fluidi, ex vasis profluentis, determinanda, & Irregularitatibus in hoc Motu.* 465.

SCHOL. *De determinando Tempore in quo determinata Aqua quantitas ex vase profluit.* 478.

X. *De Cursu Fluminum.* 479.

XI. *De Motu Undarum.* 492.

L I B R I III P A R S III.

De Fluidorum motorum Actionibus & Resistentiis.

CAP. XII. *De Fluidorum motorum Impetu.* 499.

SCHOL. *Demonstratio de Actione maximâ ex Impetu in obstaculum translatum.* 504.

*** ** 3.

CAP.

CAP. XIII. *De Fluidorum motorum Actione laterali.* P. 504.

XIV. *De Machinis Hydraulicis.* 511.

- SCHOL. 1. *Demonstratio de aquâ effluente.* 523.
 2. *Demonstratio illorum, quæ de Actionibus maximis indicantur in Nis. 1859. & 1863.* 524.
 3. *Demonstratio Actionis maxima, in Nis. 1865. 1866. memorata.* 525.

LIBRI III. PARS IV.

De Corporibus motis in Fluidis.

CAP. XV. *De Resistentiâ quam patiuntur Corpora per Fluida mota.* 527.

SCHOL. *Demonstrationes de Resistentiâ Coni & Globi.* 547.

CAP. XVI. *De Retardatione Corporum in Fluidis motorum.* 549.

- SCHOL. 1. *De Logarithmicâ.* 558.
 2. *De Retardatione in genere.* 560.
 3. *De Retardatione ex primâ causâ.* ibid.
 4. *De Retardatione ex secundâ causâ.* 561.
 5. *De ambabus Retardationibus conjunctim.* 563.
 6. *De Corporibus in altum projectis.* 566.
 7. *De Corporibus in Fluidis cadentibus.* 567.
 8. *Illustratio quorundam quæ ad Retardationem spectant.* 569.

LIBER IV.

PARS I.

De Aëre & aliis Fluidis elasticis.

CAP. I. *Aërem Fluidorum proprietates habere.* 573.

II. *De Aëris Elasticitate.* 577.

III. *De quibusdam aliis Fluidis elasticis.* 585.

IV. *De Antliâ pneumaticâ.* 589.

V. *Experimenta varia circa Aëris Gravitationem & hujus Elasticitatem.* 598.

VI. *Variarum Machinarum, quarum actio ab Aëre pendet, Descriptio, & harum Effectuum explicatio.* 624.

VII. *De Aëris Motu undulatorio, ubi de Sono.* 630.

SCHOL.

INDEX CAPITUM.

LXVII

| | | |
|--------|--|-----------|
| SCHOL. | 1. De Soni Propagatione, & hujus Velocitate. | Pag. 651. |
| | 2. De Soni Intensitate. | 654. |

LIBRI IV. PARS II.

De Igne.

| | | |
|------------|--|------|
| CAP. VIII. | De Ignis proprietatibus in genere. | 655. |
| IX. | Generalia de Calore & Lumine. | 657. |
| X. | De Dilatatione ex Calore. | 660. |
| XI. | De Igne Corporibus contento, ubi de Electricitate. | 667. |
| XII. | De Motu Ignis debiliori. Ubi de Caloris communicatione. | 681. |
| XIII. | De violentiori Ignis motu. Ubi de Corporum Dissolutione actione Ignis. | 686. |
| XIV. | De Extinctione Ignis, & de Frigore. | 696. |

LIBER V.

PARS I.

De Motu Luminis & hujus Inflexione.

| | | |
|-----------|--------------------------------------|------|
| CAP. I. | De Velocitate Luminis. | 701. |
| II. | De Radiis solaribus dirigendis. | 714. |
| SCHOL. | Demonstratio Effectus Heliostaticae. | 723. |
| CAP. III. | De Inflexione Radiorum Luminis. | 725. |

LIBRI V. PARS II.

De Luminis Refractione.

| | | |
|----------|---|------|
| CAP. IV. | De Machinis, quibus Experimenta de Luminis Refractione demonstrantur. | 733. |
| V. | De Luminis Refractione, & hujus Legibus. | 740. |
| SCHOL. | Demonstrationes Legum Refractionis. | 748. |
| CAP. VI. | De diversa diversorum Corporum actione in Lumen. | 751. |
| SCHOL. | De Viribus determinandis, quibus Corpora in Lumen agunt. | 757. |
| | CAP. | |

CAP. VII. *De Luminis Refractione, quando Media superficie planâ separantur.* Pag. 759.

SCHOL. *Demonstrationes de Refractione Radiorum obliquorum.* 767.

CAP. VIII. *De Refractione Luminis, positis mediis superficie sphericâ separatis.* 769.

SCHOL. 1. *Demonstratio Regula, de determinandâ Refractione Radiorum directorum, tradita in N^o. 2930.* 783.
2. *Demonstratio de Refractione Radiorum parallelorum obliquorum, in N^o. 2980. explicatâ.* ibid.
3. *De Refractione Radiorum obliquorum divergentium aut convergentium, de quibus in N^o. 2982.* 784.

CAP. IX. *De Motu Luminis trans medium magis refringens. Ubi de Lentium affectionibus.* 786.

SCHOL. *Demonstrationes Regularum de Refractionibus per vitra, in N^o. 3030. & 3035. traditarum.* 795.

CAP. X. *De Visu. Ubi de Oculi Constructione.* 796.

XI. *De Visione trans vitra, & corrigendis quibusdam Oculorum vitiis.* 810.

SCHOL. *De musarâ magnitudine apparente.* 817.

CAP. XII. *De Microscopiis & Telescopiis.* 819.

SCHOL. *Demonstratio Regula, in N^o. 3229. tradita de determinandis Aperturis, & Lensibus Ocularibus, Telescopiorum.* 832.

LIBRI V. PARS III.

De Luminis Reflexione.

CAP. XIII. *De Luminis Reflexione & hujus Lege.* 833.

XIV. *De Speculis Planis.* 840.

XV. *De Speculis sphericis convexis.* 842.

SCHOL. *Demonstratio Regula, in N^o. 3277. data, qua apparentia Puncti determinatur.* 845.

CAP. XVI. *De Speculis sphericis cavis.* 846.

SCHOL. 1. *De determinandâ Speculi caustici Diametro.* 856.
2. *De lineis causticis per Reflexionem.* 857.

CAP.

INDEX CAPITUM . . . LXIX

CAP. XVII. *De Telescopiis Catoptricis.* Pag. 858.

- SCHOL.
1. *De Radiorum dispersione à Reflexione speculi cavi.* 868.
 2. *De comparandis Telescopiis Newtonianis inter se.* 869.
 3. *De determinandis amplificationibus in Telescopiis Gregorianis.* 870.
 4. *De comparandis Telescopiis Gregorianis inter se, & cum Newtonianis, ut & de comparandis Catoptricis & Dioptricis Telescopiis.* 871.

CAP. XVIII. *De Lucernâ Magicâ.* 873.

LIBRI V. PARS IV.

De Opaco & Coloribus.

CAP. XIX. *De Corporum Opacitate.* 879.

XX. *De diversâ Radiorum solarium Refrangibilitate, & illorum Coloribus.* 883.

XXI. *Radios non Refractione mutari.* 895.

XXII. *Radios nullâ mutari Reflexione.* 901.

XXIII. *De Colorum permixtione, ubi de Albore.* 906.

XXIV. *De Iride.* 911.

- SCHOL.
1. *Computationes de primâ Iride.* 918.
 2. *Computationes de secundâ Iride.* 919.

CAP. XXV. *De tenuium Laminarum Coloribus.* 920.

XXVI. *De Corporum naturalium Coloribus.* 929.

LIBER VI.

P A R S I.

De Mundi Systemate.

CAP. I. *Idea generalis Systematis planetarii.* 935.

II. *De Motu apparenti.* 945.

III. *De Phenomenis Solis ex Motu Telluris in Orbitâ.* 949.

IV. *De Phenomenis Planetarum Inferiorum, ex horum, & Telluris, Motibus in Orbitis suis.* 951.

***** CAP.

- CAP. V. *De Phanomenis Planetarum superiorum, ex horum, & Telluris, Motibus in Orbitis suis.* Pag. 955.
- VI. *De Phanomenis Satellitum, ex Motu horum in Orbitis. Ubi de Eclipsibus Solis & Luna.* 957.
- VII. *De Phanomenis ex Motu Solis, Planetarum & Luna circa Axes.* 963.
- VIII. *De Phanomenis, Telluris superficiem, & peculiare hujus partes, spectantibus.* 968.
- IX. *De Phanomenis ex Motu Axeos Telluris.* 982.
- X. *De Stellis fixis.* 984.

LIBRI VI. PARS II.

Motuum coelestium Causæ Physicæ.

- CAP. XI. *De universali Gravitate.* 987.
- SCHOL. *De Gravitate in sphaeram, sive solidam, sive cavam.* 997.
- CAP. XII. *De Materia cœlesti : ubi vacuum dari probatur.* 1000.
- XIII. *De Motu Telluris.* 1005.
- XIV. *De Densitate Planetarum.* 1010.
- SCHOL. *De Distantiâ Luna, posita Tellure immobili.* 1015.
- CAP. XV. *Totius Systematis planetarii Explicatio Physica.* 1016.
- SCHOL. *De Corporibus circa commune Gravitatis Centrum revolutis.* 1023.
- CAP. XVI. *Motûs Luna Explicatio Physica.* 1024.
- XVII. *De Planetarum Figuris.* 1045.
- SCHOL.
1. *De quibusdam Ellipseos proprietatibus.* 1049.
 2. *De Planetarum Figuris in genere.* 1052.
 3. *De Telluris Figurâ determinandâ.* 1056.
 4. *Determinatio Gravitatis in locis diversis.* 1058.
- CAP. XVIII. *Motûs Axeos Telluris Explicatio Physica.* 1059.
- XIX. *De Æstu Maris.* 1061.
- XX. *De Luna Densitate & Figurâ.* 1069.

INDEX TABULARUM.

In primâ Columnâ habentur Tabulæ & Figuræ, in ipsis delineatæ. Literæ TAB. denotant Tabulam, & Fig. Figuras.

In secundâ Columnâ exhibetur ad quam partem veræ magnitudinis dimensiones Machinarum sint reductæ in Figuris. Sic v. g. numeri 2, 3, 4 &c. denotant Dimensiones fuisse reductas ad dimidiam, tertiam, quartam &c. partem. Literæ verò v. m. designant Machinam fuisse juxta veram magnitudinem repræsentatam.

In tertiâ Columnâ occurrunt paginæ ad quas referri debent Tabulæ, & numeri in quibus mentio extat uniuscujusque figuræ: p. denotat paginam, & n. numeros.

| | |
|---------|---------------------|
| TAB. I. | p. 14. |
| Fig. 1. | n. 33. |
| 2. | 54. 77. |
| 3. | 78. |
| 4. | 3. 85. |
| 5. | } v. m. 88. 91. 92. |
| 6. | |
| 7. | |

| | |
|----------|-----------|
| TAB. II. | p. 28. |
| Fig. 1. | n. 46. |
| 2. | 47. |
| 3. | 51. |
| 4. | 55. |
| 5. | 99. |
| 6. | 100. |
| 7. | 102. |
| 8. | 106. 107. |
| 9. | 108. |
| 10. | ibid. |
| 11. | 110. |

| | |
|-----------|---------------|
| TAB. III. | p. 36. |
| Fig. 1. | n. 81. |
| 2. | 82. |
| 3. | 83. |
| 4. | } 4. 84. 106. |
| 5. | |
| 6. | |

| | |
|----------|----------------|
| TAB. IV. | p. 42. |
| Fig. 1. | n. 159. 160. |
| 2. | 160. |
| 3. | } 2. 159. 161. |
| 4. | |
| 5. | 6. 162. |
| 6. | 165. |
| 7. | } 2. 167. |
| 8. | |
| 9. | |

| | |
|---------|----------------|
| TAB. V. | p. 48. |
| Fig. 1. | n. 198. |
| 2. | } 6. 200. |
| 3. | |
| 4. | } 2. 186. 207. |
| 5. | |
| 6. | 4. 211. |
| | 6. 213. |

| | |
|----------|-----------|
| TAB. VI. | p. 50. |
| Fig. 1. | n. 184. |
| 2. | 185. |
| 3. | 186. |
| 4. | } 6. 194. |
| 5. | |
| 6. | 8. 196. |
| 7. | 205. |
| 8. | 214. |
| | 216. |

TAB.

TAB. VII.

| | | | |
|------|----|----|---------------------|
| Fig. | 1. | 6. | p. 52. n. 210. |
| | 2. | } | 252. 233. 234. 336. |
| | 3. | | |
| | 4. | | |
| | | 6. | ibid. |
| | | | ibid. |

TAB. VIII.

| | | | |
|------|----|----|-------------------|
| Fig. | 1. | } | p. 60. n. 238. |
| | 2. | | 239. |
| | 3. | | 243. |
| | 4. | | 247. |
| | 5. | | 254. |
| | 6. | 5. | 256. |

TAB. IX.

| | | | |
|------|----|---|-------------------|
| Fig. | 1. | } | p. 64. n. 250. |
| | 2. | | ibid. |
| | 3. | | 6. 260. |
| | 4. | | 264. |
| | 5. | | 266. |
| | 6. | } | 269. |
| | 7. | | 4. 270. |
| | 8. | | 267. 271. |

TAB. X.

| | | | |
|------|----|----|-------------------|
| Fig. | 1. | | p. 74. n. 272. |
| | 2. | 3. | 279. |
| | 3. | | 279. |
| | 4. | 6. | 281. |
| | 5. | | 286. |
| | 6. | 5. | 301. |

TAB. XI.

| | | | |
|------|----|----|-------------------|
| Fig. | 1. | } | p. 78. n. 293. |
| | 2. | | 295. |
| | 3. | 2. | 299. |
| | 4. | 4. | 268. 303. |
| | 5. | 2. | 304. 305. |
| | 6. | | 310. |

TAB. XII.

| | | | |
|------|----|----|-------------------|
| Fig. | 1. | 6. | p. 86. n. 312. |
| | 2. | | 315. |
| | 3. | 6. | 322. 326. 327. |
| | 4. | } | 323. |
| | 5. | | 324. |
| | 6. | | 332. |

TAB. XIII.

| | | | |
|------|----|----|------------------------|
| Fig. | 1. | | p. 90. n. 325. 326. |
| | 2. | | 328. |
| | 3. | 6. | 335. |
| | 4. | | 338. |
| | 5. | } | 342. |
| | 6. | | 346. |

TAB. XIV.

| | | | |
|------|----|----|-------------------|
| Fig. | 1. | 4. | p. 98. n. 330. |
| | 2. | 6. | 352. 354. |
| | 3. | 3. | 353. |
| | 4. | 6. | ibid. |
| | 5. | | 366. |

TAB. XV.

| | | | |
|------|----|-----|--------------------|
| Fig. | 1. | | p. 108. n. 359. |
| | 2. | | 373. 379. |
| | 3. | | 385. |
| | 4. | | 393. |
| | 5. | | 394. |
| | 6. | 10. | 400. |
| | 7. | 5. | 402. |

TAB. XVI.

| | | | |
|------|----|-----|-------------------------|
| Fig. | 1. | | p. 124. n. 405. 441. |
| | 2. | | 408. |
| | 3. | | 409. 470. |
| | 4. | | 419. |
| | 5. | 11. | 428. |
| | 6. | | 439. 446. |
| | 7. | | 467. |

TAB. XVII.

| | | | |
|------|----|----|-------------------------|
| Fig. | 1. | | p. 130. n. 424. 471. |
| | 2. | | 431. |
| | 3. | 5. | 454. |
| | 4. | | 456. 465. |
| | 5. | | 458. 488. |
| | 6. | | 483. |
| | 7. | | ibid. |
| | 8. | | 485. |

TAB. XVIII.

| | | | |
|------|----|--|--------------------|
| Fig. | 1. | | p. 144. n. 461. |
| | 2. | | 477. |
| | 3. | | 481. |

| | | | |
|-------------|-------------------------|--------------|------------------------|
| 4. | 495. | TAB. XXIV. | p. 194. |
| 5. | 519. 521. | Fig. 1. | n. 615. |
| 6. | 526. | 2. | 639. 642. |
| 7. | 534. | 3. | 648. |
| 8. | 537. | 4. | 641. 650. |
| | | 5. | 654. |
| | | 6. | 656. |
| | | 7. | 657. |
| | | 8. | 658. |
| | | 9. | 660. |
| | | 10. | ibid. |
| | | 11. | 662. |
| | | 12. | 664. |
| | | 13. | 671. |
| | | | . |
| TAB. XIX. | p. 152. | TAB. XXV. | p. 216. |
| Fig. 1. | n. 540. | Fig. 1. | n. 728. 769. |
| 2. | 542. | 2. | 12*. 739. 743. 837. |
| 3. | 543. | 3. | 14. 760. |
| 4. | 545. | 4. | 6. 761. |
| 5. | 545. 553. 1614. | | |
| | 1615. | | |
| 6. | 557. | | |
| TA. XX. | 8. p. 180. n. 567. 571. | | |
| | 577. 580. 606. | | |
| | 608. 610. 612. | | |
| | 614. 617. 622. | | |
| | | | |
| TAB. XXI. | p. 180. | TAB. XXVI. | p. 216. |
| Fig. 1. | n. 568. 594. | Fig. 1. | n. 738. |
| 2. | 573. | 2. | 4. 740. 741. 1346. |
| 3. | 576. | 3. | u. m. 740. 1346. |
| 4. | 590. | 4. | 740. |
| | | 5. | 4. 744. |
| | | 6. | 2. 1090. |
| | | 7. | 4. 1102. 1104. |
| | | | |
| TAB. XXII. | p. 180. | TAB. XXVII. | p. 218. |
| Fig. 1. | n. 580. | Fig. 1. | n. 760. 768. 775. 778. |
| 2. | 8. 583. 614. | | 828. 938. 951. |
| 3. | 583. | | 952. 1103. 1191. |
| 4. | 585. | 2. | 760. |
| 5. | 4. 606. | | |
| 6. | 8. 614. | | |
| 7. | 4. 615. | | |
| | | | |
| TAB. XXIII. | p. 180. | TAB. XXVIII. | p. 218. |
| Fig. 1. | n. 569. | Fig. 1. | 4. n. 739. 778. |
| 2. | 571. 594. 595. | 2. | 3. 763. |
| 3. | 594. | 3. | 767. |
| 4. | 595. 600. | 4. | 4. 769. 770. 778. |
| 5. | 597. | 5. | 774. |
| 6. | u. m. 599. | | |

*. Figurarum pol & G dimensiones ad sextam partem sunt tantum reductæ.

***** 3.

6.

| | | |
|-----|----|-----------|
| 6. | 6. | 777. |
| 7. | } | 771. 852. |
| 8. | | 827. |
| 9. | | 771. 857. |
| 10. | | 771. |
| 11. | | 1191. |

| | | | |
|------------|----|---|---------|
| TAB. XXIX. | | | p. 220. |
| Fig. | 1. | } | n. 745. |
| | 2. | | ibid. |
| | 3. | | ibid. |
| | 4. | } | 779. |
| | 5. | | 780. |
| | 6. | | 781. |

| | | | |
|-----------|----|---|---------|
| TAB. XXX. | | | p. 240. |
| Fig. | 1. | } | n. 820. |
| | 2. | | 837. |
| | 3. | | ibid. |
| | 4. | | ibid. |
| | 5. | | 838. |
| | 6. | | ibid. |

| | | | |
|------------|-----|---|-----------|
| TAB. XXXI. | | | p. 246. |
| Fig. | 1. | } | n. 785. |
| | 2. | | 786. |
| | 3. | | 787. |
| | 4. | | ibid. |
| | 5. | | 831. |
| | 6. | | ibid. |
| | 7. | } | 843. |
| | 8. | | ibid. |
| | 9. | | 846. 848. |
| | 10. | | 846. |
| | 11. | | 852. |
| | 12. | | 857. |
| | 13. | | ibid. |

| | | | |
|-------------|----|---|---------------|
| TAB. XXXII. | | | p. 254. |
| Fig. | 1. | } | n. 750. 1039. |
| | 2. | | 833. 834. |
| | 3. | | 833. |
| | 4. | | 834. 855. |

| | |
|----|-----------|
| 5. | 870. |
| 6. | 882. |
| 7. | 891. |
| 8. | 899. 907. |

| | | | |
|--------------|-----|---|-----------|
| TAB. XXXIII. | | | p. 270. |
| Fig. | 1. | } | n. 944. |
| | 2. | | 945. |
| | 3. | | 947. |
| | 4. | | 950. 957. |
| | 5. | | 952. 957. |
| | 6. | | ibid. |
| | 7. | | 969. |
| | 8. | | 971. |
| | 9. | | 972. |
| | 10. | | 976. |
| | 11. | | ibid. |
| | 12. | | 978. |
| | 13. | | 979. |

| | | | |
|-------------|-----|---|---------|
| TAB. XXXIV. | | | p. 276. |
| Fig. | 1. | } | n. 981. |
| | 2. | | 982. |
| | 3. | | 983. |
| | 4. | | 986. |
| | 5. | | ibid. |
| | 6. | | 989. |
| | 7. | | 991. |
| | 8. | | 993. |
| | 9. | | 996. |
| | 10. | | 997. |

| | | | |
|------------|----|---|----------------|
| TAB. XXXV. | | | p. 296. |
| Fig. | 1. | } | n. 1004. 1056. |
| | 2. | | 1005. |
| | 3. | | 1043. 1056. |
| | 4. | | 1072. |
| | 5. | | 1074. |
| | 6. | | ibid. |
| | 7. | | ibid. |
| | 8. | | 1079. |

| | | | |
|-------------|----|---|----------|
| TAB. XXXVI. | | | p. 310. |
| Fig. | 1. | } | n. 1096. |
| | 2. | | 1097. |
| | 3. | | 1098. |

| | |
|-----|-------|
| 4. | 1105. |
| 5. | 1113. |
| 6. | 1114. |
| 7. | 1115. |
| 8. | 1116. |
| 9. | 1117. |
| 10. | 1118. |

| | | |
|--------------|---------------------|---------|
| TAB. XXXVII. | | p. 316. |
| Fig. 1. | n. 987. 1108. 1137. | |
| 2. | 987. 990. 1108. | |
| | 1135. 1136. | |
| 3. | 1016. 1134. | |
| 4. | ibid. | |
| 5. | 1121. | |
| 6. | 1123. | |
| 7. | 1129. 1130. | |
| 8. | ibid. | |
| 9. | 1129. | |
| 10. | ibid. | |
| 11. | ibid. | |
| 12. | 4. 1132. | |
| 13. | 1135. | |
| 14. | 1136. | |

| | | |
|---------------|-------------------|---------|
| TAB. XXXVIII. | | p. 330. |
| Fig. 1. | n. 1148. | |
| 2. | 1149. 1153. 1159. | |
| 3. | 1149. 1156. 1160. | |
| 4. | 1149. 1157. 1160. | |
| 5. | 1163. | |
| 6. | 1164. | |
| 7. | ibid. | |
| 8. | 1171. | |
| 9. | ibid. | |
| 10. | ibid. | |
| 11. | ibid. | |
| 12. | ibid. | |
| 13. | ibid. | |

| | | |
|-------------|--------------|---------|
| TAB. XXXIX. | | p. 346. |
| Fig. 1. | 10. n. 1168. | |
| 2. | 2. ibid. | |
| 3. | } 10. 1169. | |
| 4. | | 1108. |
| 5. | | ibid. |

| | | |
|----------|------------|---------|
| TAB. XL. | | p. 360. |
| Fig. 1. | n. 1173. | |
| 2. | } 4. 1191. | |
| 3. | | ibid. |
| 4. | | 1193. |
| 5. | | 1238. |
| 6. | | 1251. |

| | | |
|-----------|-------------------|---------|
| TAB. XLI. | | p. 362. |
| Fig. 1. | n. 1177. | |
| 2. | ibid. | |
| 3. | 1178. | |
| 4. | 1182. 1189. 1194. | |
| | 1216. | |
| 5. | 1182. 1216. | |
| 6. | 1199. 1210. 1221. | |
| | 1254. | |
| 7. | 1199. 1210. 1254. | |
| 8. | 1223. | |
| 9. | 1226. | |
| 10. | 1250. | |

| | | |
|------------|----------------------|---------|
| TAB. XLII. | | p. 368. |
| Fig. 1. | n. 1196. 1210. 1246. | |
| 2. | 1197. 1220. 1246. | |
| 3. | 1198. | |
| 4. | 1259. 1271. | |

| | | |
|-------------|-----------------------|---------|
| TAB. XLIII. | | p. 388. |
| Fig. 1. | n. 1282. 1294. 1307. | |
| 2. | 1286. 1292. | |
| 3. | 1294. | |
| 4. | 8*. 1297. 1309. 1324. | |

*Figurarum GIG, ONV, S₃ dimensiones sunt reductæ ad dimidiam partem.

| | |
|----|-------|
| 5. | 1336. |
| 6. | 1339. |
| 7. | 1340. |

| | | | |
|------------|-----|-------------|----|
| TAB. XLIV. | | p. 400. | |
| Fig. | 1. | n. 1346. | |
| | 2. | 1354. | |
| | 3. | ibid. | |
| | 4. | 1355. | 4. |
| | 5. | 1356. | |
| | 6. | 1358. | |
| | 7. | ibid. | |
| | 8. | 1337. | 6. |
| | 9. | 1373. | |
| | 10. | 1375. | |
| | 11. | 1385. | |
| | 12. | 1389. 1397. | |

| | | | |
|-----------|----|-------------|----|
| TAB. XLV. | | p. 410. | |
| Fig. | 1. | n. 1412. | |
| | 2. | 1417. 1420. | |
| | 3. | 1427. | 4. |
| | 4. | 1429. | |
| | 5. | 1433. | |

| | | | |
|------------|----|----------|-----|
| TAB. XLVI. | | p. 412. | |
| Fig. | 1. | n. 1441. | |
| | 2. | 1443. | 14. |

| | | | |
|-------------|----|----------|-----|
| TAB. XLVII. | | p. 416. | |
| Fig. | 1. | n. 1423. | |
| | 2. | 1424. | 10. |
| | 3. | 1446. | 12. |
| | 4. | 1449. | |
| | 5. | 1451. | 10. |

| | | | |
|--------------|----|----------|----|
| TAB. XLVIII. | | p. 424. | |
| Fig. | 1. | n. 1444. | 7. |
| | 2. | 1469. | |
| | 3. | 1472. | 6. |
| | 4. | ibid. | |
| | 5. | 1473. | |
| | 6. | 1488. | 2. |

| | | | |
|------------|----|----------------------|----|
| TAB. XLIX. | | p. 426. | |
| Fig. | 1. | n. 1480. 1490. 1527. | |
| | 2. | 1497. | 6. |

| | | | |
|---------|----|----------|-----|
| TAB. L. | | p. 430. | |
| Fig. | 1. | n. 1502. | 5. |
| | 2. | 1504. | 7. |
| | 3. | 1510. | 10. |
| | 4. | 1513. | 5. |

| | | | |
|----------|----|----------|----|
| TAB. LL. | | p. 446. | |
| Fig. | 1. | n. 1508. | 4. |
| | 2. | 1517. | 5. |
| | 3. | 1519. | 4. |
| | 4. | 1543. | 8. |
| | 5. | 1554. | 3. |
| | 6. | 1567. | |

| | | | |
|-----------|----|----------------------|----|
| TAB. LII. | | p. 448. | |
| Fig. | 1. | n. 1524. 1546. 1559. | 6. |
| | 2. | 1559. 1560. | |
| | 3. | 1526. | 2. |
| | 4. | 1570. | |

| | | | |
|------------|----|----------------|-----|
| TAB. LIII. | | p. 464. | |
| Fig. | 1. | n. 1614. 1615. | 10. |
| | 2. | 1614. | |
| | 3. | ibid. | |
| | 4. | ibid. | 2. |
| | 5. | ibid. | 1. |
| | 6. | ibid. | |
| | 7. | ibid. | |

| | | | |
|-----------|----|-------------------|-----|
| TAB. LIV. | | p. 474. | |
| Fig. | 1. | n. 1577. 1623. | |
| | 2. | 1584. 1587. 1595. | 12. |
| | | 1600. 1602. 1622. | |
| | | 1624. | |
| | 3. | 1598. 1600. | 2. |
| | 4. | 1619. 1623. | |
| | 5. | 1643. | |
| | 6. | 1643. 1646. | |

| | | | |
|----------|----|----------|-----|
| TAB. LV. | | p. 478. | |
| Fig. | 1. | n. 1644. | |
| | 2. | ibid. | |
| | 3. | 1652. | 10. |
| | 4. | 1657. | |
| | 5. | 1660. | |
| | 6. | 1661. | |
| | 7. | 1663. | 4. |

TAB.

INDEX TABULARUM. LXXVII

| | |
|-----------|----------|
| TAB. LVI. | p. 493. |
| Fig. 1. | n. 1672. |
| 2. | 1698. |
| 3. | 1713. |
| 4. | 1716. |
| 5. | 1735. |

| | |
|------------|-------------------|
| TAB. LVII. | p. 506. |
| Fig. 1. | n. 1737. |
| 2. | 1741. |
| 3. | 1748. 1751. 1752. |
| 4. | 1751. |
| 5. | 1753. |
| 6. | 10. 1761. |
| 7. | 1779. |
| 8. | 1784. |

| | |
|-------------|--------------------------|
| TAB. LVIII. | p. 524. |
| Fig. 1. | 10. n. 1787. 1792. 1798. |
| | 1800. 1801. |
| 2. | 6. 1788. 1803. 1804. |
| 3. | 10. 1808. 1809. |
| 4. | 1813. 1822. 1836. |
| | 1858. |
| 5. | 1820. 1823. |
| 6. | ibid. |
| 7. | 1830. |
| 8. | 1831. |

| | |
|-----------|--------------------------|
| TAB. LIX. | p. 542. |
| Fig. 1. | 15. n. 1897. 1905. 1908. |
| | 1921. 1929. |
| 2. | } u. m. 1908. 1913. |
| 3. | |
| 4. | |
| | 1921. |
| | 1929. |

| | |
|----------|----------------|
| TAB. LX. | p. 548. |
| Fig. 1. | n. 1871. 1913. |
| 2. | 1876. 1913. |
| 3. | 1878. |
| 4. | 1896. |
| 5. | 1936. |
| 6. | 1949. |

| | |
|-----------|-----------|
| TAB. LXI. | p. 562. |
| Fig. 1. | n. 1950. |
| 2. | 1981. |
| 3. | 12. 1990. |
| 4. | 4. ibid. |
| 5. | 2008. |

| | |
|------------|----------------------|
| TAB. LXII. | p. 573. |
| Fig. 1. | n. 1992. 1999. 2012. |
| 2. | 1996. 1999. 2018. |
| 3. | 2014. |
| 4. | 2027. 2049. |
| 5. | 2052. |
| 6. | 2065. |

| | |
|-------------|--------------------------|
| TAB. LXIII. | p. 588. |
| Fig. 1. | 12. n. 2085. 2087. 2093. |
| 2. | 2088. |
| 3. | 2090. |
| 4. | } 12. 2098. |
| 5. | |
| 6. | |
| 7. | 2102. |
| 8. | 6. 2108. |
| | 2112. |
| | 2129. |

| | |
|------------|---------------------|
| TAB. LXIV. | 8. p. 596. n. 2138. |
| | 2139. 2142. 2148. |

| | |
|-----------|---------------------|
| TAB. LXV. | 3. p. 596. n. 2139. |
| | 2142. |

| | |
|------------|---------------------|
| TAB. LXVI. | 2. p. 598. n. 2158. |
|------------|---------------------|

| | |
|-------------|-------------|
| TAB. LXVII. | p. 608. |
| Fig. 1. | 8. n. 2164. |
| 2. | } 6. 2167. |
| 3. | |
| 4. | |
| | 2171. |
| | 2201. |

| | |
|--------------|--------------------------|
| TAB. LXVIII. | p. 610. |
| Fig. 1. | 12. n. 2116. 2138. 2173. |
| | 2176. |

LXXVIII INDEX TABULARUM.

| | | | |
|----|---|-------|-------|
| 2. | } | 6. | 2203. |
| 3. | | 2206. | |
| 4. | | 2207. | |

| | | | |
|------------|----|------------|-------|
| TAB. LXIX. | | p. 610. | |
| Fig. 1. | 6. | n. 2187. | 2192. |
| 2. | } | 2208. | |
| 3. | | 5 *. 2212. | |
| 4. | | 2213. | |

| | | | |
|-----------|---|-----------------|----------------------|
| TAB. LXX. | | p. 614. | |
| Fig. 1. | } | 5. | n. 2216. 2220. 2223. |
| 2. | | 2217. | |
| 3. | | 4. 2225. | |
| 4. | | 14. 2225. 2226. | |

| | | | |
|------------|---|---------|----------|
| TAB. LXXI. | | p. 616. | |
| Fig. 1. | | 6. | n. 2228. |
| 2. | } | | 2228. |
| 3. | | 12. | 2229. |
| 4. | | | 2230. |

| | | | |
|-------------|---|-----------------|----------|
| TAB. LXXII. | | p. 624. | |
| Fig. 1. | } | 6. | n. 2233. |
| 2. | | 2235. | |
| 3. | | 2236. | |
| 4. | | 16. 2252. 2254. | |

| | | | |
|--------------|-----------------|----------|-------|
| TAB. LXXIII. | | p. 624. | |
| Fig. 1. | 3. | n. 2241. | 2250. |
| 2. | $\frac{2}{3}$. | 2241. | 2247. |
| 3. | } | 2242. | |
| 4. | | 2243. | 2253. |
| 5. | | 2244. | |
| 6. | | 2257. | |

| | | | |
|-------------|---|---------|----------|
| TAB. LXXIV. | | p. 630. | |
| Fig. 1. | } | 10. | n. 2258. |
| 2. | | 2261. | |
| 3. | | 2265. | |
| 4. | | 2268. | |
| 5. | | ibid. | |

| | | | |
|--------------|---|----------|-------|
| TAB. LXXV. . | | p. 646. | |
| Fig. 1. | } | n. 2274. | |
| 2. | | 2320. | 2322. |
| 3. | | 2332. | |
| 4. | | 2350. | |
| 5. | | 3. | 2320. |

| | | | |
|-------------|-----|---------|-------|
| TAB. LXXVI. | | p. 654. | |
| Fig. 1. | 6. | n. | 2316. |
| 2. | 5. | | 2354. |
| 3. | 12. | | 2381. |
| 4. | | | 2384. |

| | | | |
|--------------|----|---------|----------|
| TAB. LXXVII. | | p. 666. | |
| Fig. | 1. | } | n. 2427. |
| | 2. | | 2428. |
| | 3. | | 2434. |
| | 4. | | 2441. |
| | 5. | | 2449. |
| | | **. | |

| | | | |
|---------------|---|---------|----------|
| TAB. LXXVIII. | | p. 668. | |
| Fig. 1. | } | 4. | n. 2444. |
| 2. | | | 2457. |

| | | | |
|-------------|-------|----------|-------|
| TAB. LXXIX. | | p. 680. | |
| Fig. 1. | } 12. | n. 2459. | 2466. |
| 2. | | 2463. | |
| 3. | | 2465. | |
| 4. | | 2468. | |
| 5. | | 6. | 2494. |

* In 2da figurâ habetur tantum dimensio duorum segmentorum sphaeræ separatorum; tripedis dimensio fuit reducta circiter ad decimam quartam partem.

** Figurarum FST & LAB ad dimidiam dimensionem sunt reductæ.

TAB.

INDEX TABULARUM. LXXIX

TAB. LXXX. 7. p. 680. n. 2476. 2486.

TAB. LXXXI.

p. 690.
Fig. 1. 6. n. 2476. 2486.
2. 5. 2492.
3. 2. 2449.
4. 5. 2511.
5. 2494. 2554.

TAB. LXXXII.

p. 696.
Fig. 1. } 4. n. 2557.
2. } 2559.
3. } 6. 2577.
4. } 2579.

TAB. LXXXIII. 3. p. 722. n. 2660.

TAB. LXXXIV. 12. p. 724. n. 2701.

TAB. LXXXV.

p. 726.
Fig. 1. n. 2625. 2826.
2. 2640. 2652.
3. 2644. 2645. 2655.
4. 2644. 2651.
5. 2646. 2651. 2652.
6. 2647.
7. ibid.
8. 2710.

TAB. LXXXVI.

p. 734.
Fig. 1. n. 2727.
2. 2. 2728. 2746. 2752.
3. 6. 2732.
4. 11. 2735.
5. 2746.
6. 2748.
7. 2752.

TAB. LXXXVII.

p. 738.
Fig. 1. n. 2755.
2. 2758.
3. 2759.
4. } 6. 2767.
5. } 2768.
6. } 2769.
7. } 2770.

TAB. LXXXVIII.

p. 738.
Fig. 1. n. 2761.
2. 2765.
3. } 6. 2766.
4. 2772.
5. } 2773.

TAB. LXXXIX.

p. 748.
Fig. 1. n. 2779. 2805. 2816.
2. 2791.
3. 10. 2794.
4. 6. 2800.

TAB. XC.

p. 758.
Fig. 1. 9. n. 2814. 2816.
2. 2820.
3. 2823.
4. ibid.
5. 2826.
6. 9. 2848.
7. 5. ibid.
8. 2861.

TAB. XCI.

p. 770.
Fig. 1. n. 2881. 2887. 2891.
2. 2886.
3. } 6. 2889.
4. 2893.
5. } 2894.
6. 2897. 2903.
7. 2899. 2906.

TAB. XCII.

p. 776.
Fig. 1. n. 2935.
2. 2937.
3. 2939.
4. 2941.
5. } 10. 2944.
6. 2946.
7. 2949.
8. 2953.
9. 2954.
10. 2955.

***** 2

TAB.

LXXX INDEX TABULARUM.

| | | |
|-------------|----|----------|
| TAB. XCIII. | | p. 778. |
| Fig. | 1. | n. 2962. |
| | 2. | 2963. |
| | 3. | 2964. |
| | 4. | 2965. |

| | | |
|------------|----|----------|
| TAB. XCIV. | | p. 780. |
| Fig. | 1. | n. 2966. |
| | 2. | 2972. |
| | 3. | 2973. |
| | 4. | 2974. |

| | | |
|-----------|----|-------------|
| TAB. XCV. | | p. 784. |
| Fig. | 1. | n. 2915. |
| | 2. | ibid. |
| | 3. | ibid. |
| | 4. | ibid. |
| | 5. | 2931. 2989. |
| | 6. | ibid. |
| | 7. | ibid. |
| | 8. | ibid. |

| | | |
|------------|----|-------------------|
| TAB. XCVI. | | p. 786. |
| Fig. | 1. | 8. n. 2978. 3069. |
| | 2. | 2980. 2990. |
| | 3. | 2980. |
| | 4. | 2982. 2986. 2994. |
| | 5. | 2982. 2986. |

| | | |
|-------------|----|----------------|
| TAB. XCVII. | | p. 790. |
| Fig. | 1. | n. 3013. 3015. |
| | 2. | 3016. |
| | 3. | 3017. |
| | 4. | 3018. |

| | | |
|--------------|----|----------|
| TAB. XCVIII. | | p. 790. |
| Fig. | 1. | n. 3013. |
| | 2. | 3014. |
| | 3. | 3015. |
| | 4. | 3016. |
| | 5. | 3017. |

| | | |
|------------|----|----------|
| TAB. XCIX. | | p. 796. |
| Fig. | 1. | n. 3039. |
| | 2. | 3044. |
| | 3. | 3054. |
| | 4. | ibid. |
| | 5. | ibid. |

| | | |
|---------|----|----------------|
| TAB. C. | | p. 802. |
| Fig. | 1. | n. 3037. 3058. |
| | 2. | ibid. |
| | 3. | ibid. |
| | 4. | 12. 3052. |
| | 5. | 3061. |
| | 6. | 8. 3071. 3074. |

| | | |
|----------|----|----------|
| TAB. CI. | | p. 816. |
| Fig. | 1. | n. 3126. |
| | 2. | 3128. |
| | 3. | 3131. |
| | 4. | 3133. |
| | 5. | ibid. |
| | 6. | 3141. |
| | 7. | 3143. |

| | | |
|-----------|----|----------------------|
| TAB. CII. | | p. 820. |
| Fig. | 1. | n. 3148. 3159. 3167. |
| | 2. | 3148. 3159. 3167. |
| | | 3169. |
| | 3. | 3148. 3159. 3167. |
| | 4. | 3166. |
| | 5. | 3166. 3169. |
| | 6. | 3166. |

| | | |
|------------|----|-----------------|
| TAB. CIII. | | p. 834. |
| Fig. | 1. | n. 3176. |
| | 2. | 3181. 3183. |
| | 3. | 3201. 3202. |
| | 4. | 10. 3202. 3205. |
| | 5. | 3210. |
| | 6. | 3233. |

| | | |
|-----------|----|----------------|
| TAB. CIV. | | p. 842. |
| Fig. | 1. | n. 3237. 3244. |
| | 2. | 10. 3242. |

INDEX TABULARUM.

LXXXI

| | | | |
|----|-----|-------------------|---|
| 3. | 3. | 3249. | ② |
| 4. | 10. | 3250. 3252. 3253. | |
| 5. | | 3257. | |
| 6. | | 3263. | |

| | | | |
|----|---|-------------|--|
| 4. | | 3469. | |
| 5. | } | 3474. | |
| 6. | | 3477. | |
| 7. | | 3480. 3482. | |
| 8. | | 3481. | |

| | | | |
|----------|-----|----------|--|
| TAB. CV. | | p. 850. | |
| Fig. 1. | | n. 3273. | |
| 2. | 8. | 3287. | |
| 3. | | 3288. | |
| 4. | | 3296. | |
| 5. | 17. | 3304. | |
| 6. | | 3307. | |

| | | | |
|-----------|-----|-------------|--|
| TAB. CXI. | | p. 894. | |
| Fig. 1. | 12. | 3483. | |
| 2. | | 3486. | |
| 3. | | 3487. 3502. | |
| 4. | 5. | 3491. | |

| | | | |
|-----------|-----|-------------|--|
| TAB. CVI. | | p. 858. | |
| Fig. 1. | | n. 3308. | |
| 2. | 17. | 3309. | |
| 3. | | 3311. | |
| 4. | 12. | 3312. | |
| 5. | | 3314. 3325. | |
| 6. | 8. | 3327. | |
| 7. | | 3399. 3337. | |

| | | | |
|------------|-----|----------|--|
| TAB. CXII. | | p. 898. | |
| Fig. 1. | 13. | n. 3507. | |
| 2. | | 3510. | |
| 3. | 13. | 3516. | |
| 4. | | 3522. | |
| 5. | | 3524. | |

| | | | |
|------------|--|-------------------|--|
| TAB. CVII. | | p. 858. | |
| Fig. 1. | | n. 3310. 3340. | |
| 2. | | 3341. | |
| 3. | | 3347. 3348. | |
| 4. | | 3317. 3347. | |
| 5. | | 3320. 3347. | |
| 6. | | 3321. 3331. 3347. | |

| | | | |
|-------------|---|----------|--|
| TAB. CXIII. | | p. 904. | |
| Fig. 1. | } | n. 3526. | |
| 2. | | 3542. | |

| | | | |
|------------|-----|----------|--|
| TAB. CXIV. | | p. 906. | |
| Fig. 1. | 6. | n. 3539. | |
| 2. | 12. | 3546. | |
| 3. | 3. | 3552. | |
| 4. | 6. | 3553. | |

| | | | |
|-------------|--|-------------|--|
| TAB. CVIII. | | p. 870. | |
| Fig. 1. | | n. 3350. | |
| 2. | | 3365. 3406. | |
| 3. | | 3394. | |

| | | | |
|-----------|---|----------------|--|
| TAB. CXV. | | p. 908. | |
| Fig. 1. | } | n. 3561. 3562. | |
| 2. | | 3565. | |

| | | | |
|-----------|---|----------|--|
| TAB. CIX. | | p. 878. | |
| Fig. 1. | } | n. 3425. | |
| 2. | | 3433. | |
| 3. | | 3431. | |

| | | | |
|------------|-----|---------|--|
| TAB. CXVI. | | p. 910. | |
| Fig. 1. | 10. | 3567. | |
| 2. | 13. | 3568. | |

| | | | |
|----------|---|----------------|--|
| TAB. CX. | | p. 888. | |
| Fig. 1. | } | n. 3430. 3441. | |
| 2. | | 3441. | |
| 3. | | ibid. | |

| | | | |
|-------------|---|---------|--|
| TAB. CXVII. | | p. 916. | |
| Fig. 1. | } | 3556. | |
| 2. | | 3570. | |

***** 3

TAB.

LXXXII INDEX TABULARUM.

| | |
|--------------|-------------------|
| TAB. CXVIII. | p. 920. |
| Fig. 1. | 13. n. 3569. |
| 2. | 3577. 3578. |
| 3. | 3578. |
| 4. | 3582. 3593. 3601. |

| | |
|------------|-----------------------|
| TAB. CXIX. | p. 920. |
| Fig. 1. | n. 3578. |
| 2. | 12. 3585. 3587. 3590. |
| 3. | 3594. 3611. |

| | |
|-----------|-----------|
| TAB. CXX. | p. 930. |
| Fig. 1. | n. 3595. |
| 2. | 6*. 3621. |
| 3. | 3654. |

| | |
|------------|----------------|
| TAB. CXXI. | p. 930. |
| Fig. 1. | } 13. n. 3660. |
| 2. | |
| | 3661. |

| | |
|-------------|----------|
| TAB. CXXII. | p. 944. |
| Fig. 1. | n. 3723. |
| 2. | 3744. |
| 3. | 3745. |
| 4. | 3748. |

| | |
|--------------|----------|
| TAB. CXXIII. | p. 954. |
| Fig. 1. | n. 3779. |
| 2. | 3795. |
| 3. | 3807. |
| 4. | 3811. |

| | |
|-------------|-------------|
| TAB. CXXIV. | p. 968. |
| Fig. 1. | n. 3818. |
| 2. | 3835. 3900. |
| 3. | 3855. |
| 4. | 3862. |
| 5. | 3871. |
| 6. | 3873. |

| | |
|------------|-------------|
| TAB. CXXV. | p. 976. |
| Fig. 1. | n. 3849. |
| 2. | 3884. |
| 3. | 3944. |
| 4. | 3909. 3946. |
| 5. | 3960. |

| | |
|-------------|-------------------|
| TAB. CXXVI. | p. 1058. |
| Fig. 1. | n. 4100. |
| 2. | 3932. 3988. |
| 3. | 3697. |
| 4. | 4118. |
| 5. | 4208. |
| 6. | 4214. |
| 7. | 4378. |
| 8. | 4375. |
| 9. | 4318. 4344. 4417. |

| | |
|--------------|----------------------|
| TAB. CXXVII. | p. 1068. |
| Fig. 1. | n. 4218. 4258. 4279. |
| | 4458. |
| 2. | 4270. |
| 3. | 4271. |
| 4. | 4280. 4296. |
| 5. | 4286. |
| 6. | 4288. |
| 7. | 4339. |
| 8. | 4481. |

* Fig. LP dimensiones reductæ sunt ad tertiam partem.

BERICHT AAN DEN BOEKBINDER.

De Platen moeten volgens deze Tafel, op de aangewezen paginaas ingezet worden, en het wit moet 'er aanblyven om
● buyten het Boek uitteslaan.

A V I S A U R E L I E U R.

Il faut placer les planches suivant cette Table, de façon qu'en les dépliant elles sortent hors du livre.

| | | | |
|---------|---------|-------------|----------|
| TAB. I. | Pag. 24 | TAB. XXXIV. | Pag. 276 |
| II. | 28 | XXXV. | 296 |
| III. | 36 | XXXVI. | 310 |
| IV. | 42 | XXXVII. | 316 |
| V. | 48 | XXXVIII. | 330 |
| VI. | 50 | XXXIX. | 346 |
| VII. | 52 | XL. | 360 |
| VIII. | 60 | XLI. | 362 |
| IX. | 64 | XLII. | 368 |
| X. | 74 | XLIII. | 388 |
| XI. | 78 | XLIV. | 400 |
| XII. | 86 | XLV. | 410 |
| XIII. | 90 | XLVI. | 412 |
| XIV. | 98 | XLVII. | 416 |
| XV. | 108 | XLVIII. | 424 |
| XVI. | 124 | XLIX. | 426 |
| XVII. | 130 | L. | 430 |
| XVIII. | 144 | LI. | 446 |
| XIX. | 152 | LII. | 448 |
| XX. | 180 | LIII. | 454 |
| XXI. | | LIV. | 474 |
| XXII. | | LV. | 478 |
| XXIII. | 194 | LVI. | 492 |
| XXIV. | | LVII. | 506 |
| XXV. | 216 | LVIII. | 524 |
| XXVI. | | LIX. | 542 |
| XXVII. | 218 | LX. | 548 |
| XXVIII. | | LXI. | 562 |
| XXIX. | 220 | LXII. | 572 |
| XXX. | 240 | LXIII. | 588 |
| XXXI. | 246 | LXIV. | 596 |
| XXXII. | 254 | LXV. | |
| XXXIII. | 270 | LXVI. | 598 |

TAB.

AVIS AU RELIEUR.

| | |
|--|--|
| TAB. LXVII. - - - - - Pag. 608 LXVIII. } - - - - - 610 LXIX. } - - - - - 614 LXX. - - - - - 616 LXXI. - - - - - 616 LXXII. } - - - - - 624 LXXIII. } - - - - - 630 LXXIV. - - - - - 646 LXXV. - - - - - 654 LXXVI. - - - - - 666 LXXVII. - - - - - 668 LXXVIII. } - - - - - 680 LXXIX. } - - - - - 690 LXXX. } - - - - - 696 LXXXI. - - - - - 722 LXXXII. - - - - - 724 LXXXIII. - - - - - 726 LXXXIV. - - - - - 734 LXXXV. - - - - - 738 LXXXVI. } - - - - - 748 LXXXVII. } - - - - - 758 LXXXVIII. } - - - - - 770 LXXXIX. - - - - - 776 XC. - - - - - 778 XCI. - - - - - 780 XCII. - - - - - 784 XCIII. - - - - - 786 XCIV. - - - - - XCV. - - - - - XCVI. - - - - - | TAB. XCVII. } - - - - - Pag. 790 XCVIII. } - - - - - 796 XCIX. - - - - - 802 C. - - - - - 816 CI. - - - - - 810 CII. - - - - - 834 CIII. - - - - - 842 CIV. - - - - - 850 CV. - - - - - 858 CVI. } - - - - - 870 CVII. } - - - - - 878 CVIII. - - - - - 888 CIX. - - - - - 894 CX. - - - - - 898 CXI. - - - - - 904 CXII. - - - - - 906 CXIII. - - - - - 908 CXIV. - - - - - 910 CXV. - - - - - 920 CXVI. } - - - - - 930 CXVII. } - - - - - 944 CXVIII. } - - - - - 954 CXIX. } - - - - - 968 CXX. } - - - - - 976 CXXI. } - - - - - 1058 CXXII. - - - - - 1068 CXXIII. - - - - - CXXIV. - - - - - CXXV. - - - - - CXXVI. - - - - - CXXVII. - - - - - |
|--|--|

De Tytel van het tweede Deel moet gezet worden aan t' begin van het vierde Boek voor, pagina 573.

Le titre du second Tome doit être mis au commencement du quatrième Livre, à la page 573.

PHY-

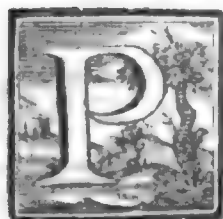
PHYSICES
ELEMENTA MATHEMATICA,
EXPERIMENTIS CONFIRMATA.

LIBER I.

Pars I. de Corpore in genere.

CAPUT I.

De Scopo Physices & Regulis philosophandi.



Physica circa res naturales & harum Phenomena versatur.

DEFINITIO I. & 2.

*Res naturales sunt omnia corpora ; con- 1.
geriesque horum omnium Universum vocatur.*

DEFINITIO 3.

*Phænomena naturalia, sunt omnes situs, & omnes motus, 2.
Corporum naturalium, ab actione Entis intelligentis imme-
diatè non pendentes, & qui à nobis sensibus observari possunt.*

Non excludimus ex numero Phænomenorum natura- 3.
lium motus, qui in corpore nostro ad voluntatem fiunt:
in hisce distinguendum illud quòd à voluntate pendet,
ab eo quod alii causæ tribuendum est. Agitationem fieri
modo quodam determinato, & certo tempore, hoc de-

terminationi voluntatis adscribi debet, & ad Physicam non spectat: ipse autem motus ex actione musculorum sequitur, qui etiam alio motu agitantur, sunt hæc Phænomena naturalia; sed motus ex actione immediatâ Mentis oriundus, & nobis omninò ignotus, non est Phænomenon naturale.

Omnes hi motus certas sequuntur Regulas.

Sol quotidie oritur & occidit, tempusque ortus & occasus, pro anni tempestate & loco, semper determinatur; ejusdem speciei plantæ, iisdem positis circumstantiis, eodem modo producuntur & crescunt; & sic de cæteris. In iis ipsis quæ nobis omninò fortuita & incerta apparent, certas observari Regulas attendenti manifestum fit.

Rerum enim examen ad hocce, ratiociniorum omnium in Physicis fundamentum, nos deducit Axioma;

4. *Conditorum Universi, determinatis pro sapientiâ Legibus, aut ex Naturâ sponte fluentibus, universam rerum congeriem dirigere.*

5. *Physica Phænomena naturalia explicat, id est, horum causas tradit,*

Cum in has causas inquirimus, ipsum Corpus in genere examinandum est; deinde detegendum quibus regulis rerum Conditor omnes motus peragi voluerit. Hæ Regula vocantur *Leges Naturæ*.

DEFINITIO 4.

6. *Natura Lex ergo est, Regula & Norma, secundum quam Deus voluit certos motus semper, id est, in omnibus occasionibus, peragi.*

7. Est ideo nostro respectu Lex naturæ, omnis effectus simplex, qui in omnibus occasionibus idem est, cujus causa

causa nobis est ignota, & quem videmus ex nullâ Lege, nobis notâ, fluere posse, quamvis fortè ex simpliciiori Lege, nobis ignotâ, fluat.

Nostro enim respectu non interest, utrùm quid immediatè à Dei voluntate pendeat, an verò mediante causâ, cujus nullam ideam habemus, producat.

Leges Naturæ, nisi ex examine Phænomenorum naturalium, non possunt elici.

Ope Legum, hac methodo detectarum, Phænomena explicanda sunt.

In investigatione autem illarum, sequentes Regulæ Newtonianæ observandæ veniunt, quæ ipsum superius indicatum * Axioma pro fundamento habent. * 4

R E G U L A I.

Causas rerum naturalium non plures admitti debere quàm 9. quæ & vera sint, & earum Phænomenis explicandis sufficiant.

R E G U L A 2.

Effectuum naturalium ejusdem generis easdem esse causas. 10.

R E G U L A 3.

Qualitates corporum, quæ intendi & remitti nequeunt, 11. quaque corporibus omnibus competunt, in quibus experimenta instituere licet, pro qualitatibus Corporum universorum habendas esse.

~~~~~

C A P U T II.

*De Corpore in genere.*

**O**Mnium primum in Corpore consideranda venit hujus Extensio. 12.

Extensionis idea ferè semper menti nostræ præsens est; est hæc simplicissima; ideoque verbis nullis describi potest.

13. Omne Corpus est extensum, sublatâ Corporis Extensione integrum tollitur Corpus.
14. Omne tamen extensum non est Corpus; in quo verò Corpus à Spatio differat, non potest determinari, nisi examinatis aliis Corporis proprietatibus.
15. Secunda quæ Corpus consideranti sese offert est *Soliditas*. Corpus omne aliud Corpus ex loco à se occupato excludit, & Corpora fluida æquè ac maximè dura hac proprietatē gaudent.
16. Tertia Corporis proprietas est *Divisibilitas*; quæ ex ipsâ Extensione sequitur. Extensio enim aliâ Extensione minor semper potest concipi, unde videmus in omni Extensione partes dari, quæ partes in Corpore à se invicem possunt separari: quia
17. Corpus quartâ proprietate præditum est, quòd possit de loco in locum transferri, unde Corpus *Mobile* dicitur.
18. *Vi autem insitâ* in motu perseverat.  
Quando nullum datur obstaculum, Corpus ictui minimo cedit, major tamen Actio desideratur, si minori tempore ad eandem distantiam, aut æquali, ad majorem transferendum sit Corpus: etiam major est Actio quâ movetur Corpus majus, quàm quâ minus transfertur, si similis fuerit translatio. Corpus ergo *quiescens motui resistit, non quamdiu quiescit. sed dum agitur*. Hac de causa Corpus & iners, & *habere Inertiam dicitur*. Hac in omnibus corporibus *quantitati Materiæ proportionalis est*; singulis enim Materiæ particulis æqualiter competit.
20. Omne Corpus Figurâ est præditum, & *Figurabile*, quia terminatum: mutari autem potest Figura, quia Corpus in partes potest resolvi, quæ cum mobiles sint, diversis modis inter se disponi possunt.



C A P U T III.

*De Extensione, Soliditate & Vacuo.*

**H**ic consideranda venit in Scholis decantata quæstio 21. *de Vacuo*; scilicet an detur Extensio omni materiâ destituta; tale enim Extensum vocatur, *Vacuum*, *Inane*, aut *Spatium*.

Vacuum revera dari ex Phænomenis probatur, & ideò in cap. XII. lib. VI. quæstionem hanc ad examen vocamus. De sola vacui possibilitate nunc agam.

Vacuum possibile esse ex solo examine idearum deducitur. 22. Omne enim quod clarè concipimus existere posse, possibile est. Si enim quid in re quacunque detur, quod hujus existentiam impedit, idea impedimenti in ideâ rei continetur, & in causa est, quo minus rei possibilitas concipi possit.

Quæstio ergo eò redit, an habeamus ideam Extensionis non solidæ.

Soliditatis ideam acquirimus contactu; Corpora quædam nobis resistere sentimus, & quidem omnibus momentis nobis illa resistunt, quæ descensum inferiora versus impediunt. Ex hac resistantiâ deducimus, Corpus ex loco à se occupato omne aliud Corpus excludere; id est, illud Soliditate præditum esse, quam Soliditatis ideam ad Corpora subtiliora, quæ propter partium tenuitatem sub sensus non cadunt, transferimus: & experientiâ constat, hæc ipsa, æquè ac maximè dura, aliis corporibus resistere.

EXPERIMENTUM I.

Aër in quo vivimus ferè semper visum & tactum nostrum. 24.

A 3.

strum.

strum fugit, in Antliâ tamen exactè clausâ Embolo resistit, ita ut hic nullâ vi ad Antliæ fundum protrudi possit.

25. In Extensionis autem ideâ non continetur idea Soliditatis, hæc ex ideâ resistantiæ deducitur, & contactu solo ipsam acquirimus. Idcirco si quis nunquam Corpus tetigisset, ei Soliditas omninò ignota esset, Extensionis tamen conceptum haberet.

#### EXPERIMENTUM 2.

26. Ubi Corpus cavo speculo ad justam distantiam obijcitur, pendulam in aëre ante speculum illius imaginem videt spectator, ut hoc in libro 4<sup>to</sup>. explicamus. Species hæc verum exhibet Corpus, vividissimis coloribus tinctum; non tamen resistit.

Si quis nihil unquam præter talia Idola vidisset, & ipsius Corpus tali Speciei simile esset, an ullam Soliditatis haberet ideam? non videtur; Extensionis tamen certissimè habebit.

Hic non quærimus quid sit tale Idolium: de ideis disputamus.

Non solâ soliditatis privatione differt Spatium à Corpore.

27. *Spatium est infinitum*, ac nullis hoc terminari posse limitibus, rem attentè consideranti patebit. Nullum enim Spatium potest concipi terminatum, cujus termini non alio Spatio circumdantur; & idea Extensi limitibus circumscripti, & non alio Extenso involuti, se ipsam destruit. Quare fines Spatii, ad hoc totum attendendo, contradictionem involvunt. Corpora autem finita dantur.

28. *In Spatio partes* dari clarè videmus, à se invicem autem separari nequeunt, *immobiles sunt*, ut & ipsum *Spatium*. Corporis verò partes translationem, & hæc de causâ separationem patiuntur.

Spatii



Spatii idea simplicissima est; Corporis magis est composita.

Soliditas à quibusdam Impenetrabilitas vocatur, & ex 29. natura Extensionis ipsam deducere conantur; pedi cubico Extensionis, dicunt, si pes alter cubicus Extensionis addatur habebimus duos pedes cubicos; singuli enim habent omnia quæ ad illam magnitudinem constituendam requiruntur; pars ergo una Spatii partes omnes alias excludit & ipsa illas admittere non potest.

*Resp.* Partem Spatii in alium locum translata contra- 30. dictionem involvere; ex immobilitate ergo partium Spatii, non ex Impenetrabilitate, seu Soliditate, sequitur, duas partes Spatii confundi non posse.



# C A P U T IV.

## *De Divisibilitate Corporis in Infinitum, & Particularum Subtilitate.*

**Q**uia Corpus est extensum etiam est divisibile, id 31. est, in eo partes considerari possunt.

Differt tamen Corporis Divisibilitas, ab Extensionis Divisibilitate, illius enim partes à se invicem separari possunt (28.). Ipsa autem Divisibilitas cum ab Extensione pendeat, in Extensione examinari debet.

*Corpus est divisibile in infinitum*, id est, in ejus Exten- 32. sione nulla pars, quantumvis exigua, potest concipi, quin detur minor.

Sit linea AE, ad BD, perpendicularis; ut & FG, 33. ad parvam ab A distantiam; ad eandem etiam normalis; TAB. I.  
centris C, C, C, &c. & radiis CA, CA, &c. descri- Fig. 1.  
bantur

bantur circuli secantes lineam  $FG$ , in punctis  $i, i$ , &c. quo major est radius  $AC$ , eo minor est pars  $iF$ : radius potest in infinitum augeri & minui pars  $iF$ ; quæ tamen nunquam ad nihilum potest redigi; quia circulus cum lineâ rectâ  $BF$ , coincidere nunquam potest.

Partes ergo magnitudinis cujuscunque in infinitum possunt minui, & nullus divisionis datur finis.

34. Sed & magis paradoxum quid ex hac demonstratione deducimus. Constat ex hac angulum mixtum, quem cum tangente efficit circulus, in infinitum posse minui. Hic autem angulus, quamvis ita divisibilis, omni rectilineo  
 \*16. EL. III. angulo minor est \*, & angulus rectilineus, qui ipse in infinitum, ut omnis quantitas, divisibilis est, utcunque immixtus, memoratos angulos mixtos omnes superat.

35. *Quantitatis ergo cujuscunque in infinitum divisæ pars infinitè exigua, in infinitum est divisibilis.*

Et aliis hoc idem in Scholiis sequentibus probamus Mathematicis demonstrationibus, quibus etiam constat,

36. *divisionis in infinitum classes numero infinito dari.*

37. Ex Corporis Divisibilitate deducimus, datâ quavis *Materia particulâ, quantumvis exiguâ, & dato Spatio quovis finito, utcunque amplo, possibile esse, ut Materia istius arenule per totum illud Spatium diffundatur, atque ipsum ita adimpleat, ut nullus sit in eo porus, cujus diameter minimam datam superet lineam.* Quod ut demonstremus, Spatium implendum, divisum concipimus in cellulas cubicas, quarum latera æqualia, aut minora sint, hâc minimâ lineâ datâ: numerus cellularum finitus erit, & in tot partes arenula data dividi poterit, quot cellulæ dantur; ita ut in singulis cellulis particulam unam positam concipere possimus: concipiendum ulterius ex singulis hisce particulis minimis

mis Globum cavum formari. Propter Materiæ Divisibilitatem potest Globus cavus quicunque semper augeri, minuendo Materiæ crassitiem; cùm autem in singulis cellulis Globus talis detur, poterunt singuli augeri, donec vicini sese mutuò tangant, & omnes simul Spatium impleant.

Objectiones præcipuæ, contra Divisibilitatem Materiæ in Infinitum, sunt. Infinitum Finito contineri non posse; 38. ex Divisibilitate in Infinitum sequi, omnia Corpora esse æqualia, aut Infinitum alio Infinito majus dari.

Sed hinc responsio facilis est; Infinito, generaliter considerato, non tribuendæ sunt proprietates quantitatis determinatæ. Partes infinitè parvas, numero Infinito, in quantitate finita dari non posse, quis unquam probavit; ut & omnia Infinita esse æqualia? Contrarium in Scholiis sequentibus demonstramus.

Si, examinatâ possibili Materiæ Divisibilitate, Partium 39. subtilitatem in Corporibus ad examen revocemus, hanc captum nostrum in immensum superare constabit; innumeraque in rerum naturâ dantur exempla talium particularum à se invicem separatarum.

Boileus hæc variis probat argumentis.

Loquitur de filo serico trecentis ulnis Anglicanis long- 40. go, & ponderis duorum granorum cum semisse.

Folia auri mensuravit, & ponderavit, & determina- 41. vit quinquaginta pollices quadratos unicum tantum ponderare granum. Si unius pollicis longitudo dividatur in ducentas partes, omnes oculo distingui poterunt; dantur ergò in pollice quadrato partes visibiles quadraginta millia, & in uno Auri grano partium numerus est duorum millionum, qui numerus conversis foliis duplicatur; has verò partes visibiles ulteriùs posse dividi nemo negabit.

42. Octo granis Auri deaurari potest integra Argenti uncia, quæ deinde porrigitur in filum longitudinis tredecim millium pedum.
43. In Corporibus odoriferis majorem Partium percipimus subtilitatem, & quidem à se invicem separatarum, plura longo tempore ferè nihil ex suo pondere amittunt, & Spatium satis magnum Particulis odoriferis continuò implent. Qui computum de tali subtilitate inire voluerit, in Partium numero portenti quid facillè reperiet.
44. Auxilio Microscopiorum objecta quæ visum fugiunt magna videntur, dantur Animalcula per optima Microscopia vix visibilia, habent tamen partes omnes ad vitam necessarias, sanguinem, & alia Fluida: subtilitas Partium, hæc componentium, quanta sit quis non videt?



## S C H O L I U M I.

*Infinitem Finito contineri.*

**I**nfinitem' vocant quidam illud, quo non datur majus, & negant Materiam, esse divisibilem in Infinitem, quod, hac Infiniti datâ definitione, libenter concedimus. Corpus in talem numerum Partium, qui sit omnium maximus, non posse dividi, nullumque Divisionis dari limitem, defendimus.

- Infinitem autem vocamus quod Finitum (id est, omne cujus magnitudo, 45. quantumvis ingens, determinari potest) superat; *Partes autem numero, omnem finitem numerum superante, in quantitate finita contineri*, ex consideratione Progressionis geometricæ decrescentis deducitur.

Progressionem hanc Ex. gr.  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{16}$  &c. in Infinitem posse continuari, nullumque dari continuationis limitem quis non videt? Omnium tamen terminorum summam nunquam excedere Unitatem; imò exactè Unitati æquari demonstramus, si reverà in Infinitem continuatam concipiamus Progressionem.

46. Sit linea AE Unitas; hujus dimidium AB est primus terminus  $\frac{1}{2}$ ; BC dimidium reliqui est terminus secundus  $\frac{1}{4}$ ; tertius terminus erit CD  $\frac{1}{8}$ ; dividendo DE in duas partes æquales, habetur terminus sequens; & eodem modo in Infinitem continuari potest Series, semperque defectus summæ terminorum
- TAB. II. Fig. 1. Seriei

Seriei AB, BC, CD, &c. ab integrâ lineâ AE, ultimo termino ipsius Seriei æqualis erit, quantumvis hæc continuetur. Quamdiu autem numerus terminorum est finitus denominator fractionis, ultimum terminum exprimentis, est numerus finitus, & ultimus terminus est pars finita, quâ summa Seriei ab Unitate deficit.

Si verò numerus terminorum omnem finitum numerum superet, denominator ultimi termini omnem numerum finitum superabit, partemque lineæ AE exprimet omni parte finitâ minorem, ideòque differentia, summam Seriei & lineam AE, inter, evanescet, id est erunt æquales quantitates hæ. Q. E. D.

Infiniti ideam non habemus; ideò ideis non assequimur, quæ de Infinito demonstramus; quæ tamen ex indubitatis principiis immediatè sequuntur, certa sunt, & quæ ex hisce deducuntur, etiam in dubium vocari nequeunt.

Innumera circa Materiz Divisibilitatem captum nostrum superantia evidentissimè demonstrantur, inter hæc notatu maximè digna sunt, quæ spectant Curvam *Spiralem Logarithmicam* dictam.

*De Spirali Logarithmicâ, & hujus Mensurâ.*

Hujus Curvæ proprietas est, quod cum omnibus lineis, ad centrum Curvæ 47. ductis, angulos efficiat inter se æquales.

Sit centrum C: in A angulus Curvæ, id est tangentis ad Curvam, cum radio TAB. II. AC, nempe BAC, æqualis est angulo EDC, quem tangens, in puncto alio Fig. 2. quocunque D, cum lineâ DC efficit.

Radius est ad Tangentem hujus Anguli, in ratione compositâ Radii ad circumferentiam Circuli, & Logarithmi rationis AC ad FC ad Subtangentem Logarithmicæ, & tandem in ratione CF ad FA, & FA ad CF, quæ ultimæ sese mutuo destruunt.

Si angulus hic fuerit rectus, Spiralis in circulum se convertet; si autem fuerit acutus, ad centrum continuò Curvam accedere facillè patet: non tamen nisi post infinitos gyros ad hoc pervenire poterit.

Ponamus revolutionem primam, posito Curvæ initio in A, terminari in F, & secundam in G; cum hæ eodem modo peragantur, similes sunt, magnitudine tantum differunt, & distantia à centro juxta eandem proportionem, minuitur; ideò AC est ad FC, ut hæ ipsa ad GC, & omnes distantie à centro, successivis revolutionibus terminatæ, Progressionem efficiunt geometricam decreascentem. Si F cadat in punctum medium inter A & centrum C. In quo casu angulus BAC paululum excedet 83. gr. 42'. Secunda revolutio terminabitur in G, puncto medio inter F & C, quod ad gyros sequentes etiam applicari debet: & punctum quod in Curvâ movetur in integrâ revolutione quacunque, accedendo ad centrum, percurrit dimidium distantie suæ à centro in principio revolutionis. Licet ergo ad distantiam à centro quantumvis exiguam pervenerit, non unicâ revolutione ad hoc pervenire poterit; auctoque numero revolutionum, quantum quis voluerit, nondum ultimam attinget; & numerus revolutionum omnem numerum finitum superabit.

Ad centrum tamen Curvam pertingere, ibique terminari, etiam constat. Partes 49. ipsæ enim Curvæ, à puncto Curvam describente, singulis successivis revolutionibus, percurse, Progressionem efficiunt geometricam. Nam eodem modo singulæ revolutiones formantur; & sunt inter se ut distantie à centro, quas Geometricam efficere Progressionem vidimus. Summa autem omnium terminorum

- talís Progreſſionis decreſcentis & in Infinítum continuatæ, eſt finita, ut hoc in
- \* 46. caſu peculiari demonſtravimus \* & ſimili ratiocinio de omnibus probari poteſt. Finita ergò etiam eſt ſumma, omnium Partium in ſingulis revolutionibus, à
50. puncto percurrendarum, ut ad centrum perveniat: & punctum hoc *velocitate finita, tempore finito, centrum attinget, poſt peractos infinitos gyros*. Longitudinem viæ percurſæ ſic determinamus.
51. Sit portio Curvæ ABEG; cujus centrum C; quo eodem centro, radio
- TAB. II. CG, deſcribatur circuli portio GL, ſecans lineam CA in L.
- Fig. 3. Conſciamus LA diviſam in partes æquales, ſed exiguas, AD, DI, IL, per quarum ſeparationes concipiamus circulorum portiones, centro C deſcriptas, ſecantes Curvam in B & E, &c. ductiſque radiis BC, EC, &c. formantur triangula rectangula ADB, BFE, EHG, in quibus propter exiguas AD, DI, IL, Hypotenuſæ, licet portiones Curvæ, pro rectis haberi poſſunt; numerus enim partium in AL in Infinítum poteſt concipi auctus, manentibus, quæ huc uſque ſunt expoſita, ut & iis, quæ ſequuntur:
- Triangula memorata ſunt omnia ſimilia inter ſe; quia ſunt Rectangula, & præterea, ex naturâ Curvæ, angulos habent æquales BAD, EBF, GEH.
- \* 16. El. 1. Sunt etiam æqualia \*, propter latera homologa æqualia AD, BF, EH, quod ex æqualitate partium AD, DI, IL, ſequitur.
- Ex A ducatur linea Ac, cum CA angulum efficiens CAc, æqualem angulo CAB; ad AC in centro C, & in punctis L, I, D, erigantur perpendiculares Cc, Lg, Ie, Db, ſecantes Ac in punctis c, g, e, b; ductiſque bc & eb parallelis ad AC, formantur triangula ADh, bfe, ebg, ſimilia & æqualia inter ſe, ut & triangulis ABD, BFE, EHG, ut ex conſtructione liquet.
- Idcirco hypotenuſæ Ab, be, eg; æquales ſunt hypotenuſis reſpondentibus AB, BE, EG, id eſt, linea Ag æqualis eſt Curvæ portioni ABEG.
52. Hinc patet quomodo portio quæcunque Curvæ menſuranda ſit, Curvamque, æquari lineæ Ac, ſi ad centrum uſque continuetur.

## S C H O L I U M II.

## De Infinitorum Inæqualitate:

33. **N**on omnia Infinita eſſe æqualia, evidentiffimè patebit, ſi conſideremus lineam, quæ ad partem quamcunque extenditur, in Infinítum poſſe produci, talemque lineam Infinítam eſſe; minor tamen erit aliâ lineâ, quam partem utramque verſus productam concipimus in Infinítum, hanc etiam ambarum ſumma ſuperabit.
- Infinita linea continet numerum Infinítum pedum, duodecuplum numerum pollicum.
- Infinitorum inæqualitatem etiam detegimus, comparando diverſas Curvas Spirales Logarithmicas, in Scholiò 1. indicatas.
54. Præter jam memoratam, & pro parte hic delineatam, Curvam, concipiamus & aliam ſpiralem Longarithmicam, ex A exeuntem, & ad centrum ita tendentem, ut duabus revolutionibus pertingat ad F; duabus aliis pertingat ad G; quia due requiruntur revolutiones, ut accedendo ad centrum dimidium
- TAB. II. Fig. 2.



dimidium distantiae ab hoc percurrat : numerus revolutionum in hac duplus est numeri revolutionum in Spirali primâ, quando aequaliter cum hac primâ A D F ad centrum accedit ; duploque numero revolutionum ad centrum pertinet : utraque tamen Curva, nisi post infinitas revolutiones, ad centrum non accedit.

S C H O L I U M III.

*De Infinitarum Classibus.*

**Q**Uæ de Infinito omnium maximè paradoxa demonstrantur, ideafque nostras in immensum superant, sunt quæ spectant Infinitorum Classes varias.

Detur Curva A B C Parabola, cujus abscissa quæcunque sit A D ordinata huic respondens D C.

55. TAB. II.

Nota est hujus Curvæ proprietas, ordinatam mediam esse proportionalem inter abscissam & determinatam quandam lineam, quæ Parameter dicitur : quare, si abscissa quæcunque dicatur  $x$ , ordinata respondens  $y$ , Parameter  $a$ , in omnibus Parabolæ punctis habemus  $\therefore x, y, a$ ; ideò  $ax = yy^*$ : quæ ergò æquatio naturam Parabolæ exprimit. Evanescente  $x$  evanescit  $y$ , & Parabola cum A F, per A, parallelâ ad ordinatas congruit, daturque tota infra hanc lineam, quæ illam tangit, & cum qua efficit angulum mixtum F A C.

Fig. 4.

\* La Hire  
sect. con.  
lib. 3. pro.  
2.

Si augeatur  $a$  manentè  $x$  augetur  $y$ , & sese expandit Parabola, aut potius formatur nova, in qua omnes ordinatæ ordinatas respondentes primæ Curvæ superant ; ita ut Curva prima secundâ includatur, quæ inter primam & tangentem A F transit, minoremque angulum mixtum cum hac efficit. Parameter autem in Infinitum potest augeri, & eo in Infinitum minui anguius, quem cum tangente efficit Parabola ; ut hoc de circulo jam demonstravimus \*.

\* 33.  
56.

Servato axe A D & vertice A, detur alia Curva A E G, cujus ordinatæ dicantur  $z$ , quarum relatio, cum respondentibus abscissis  $x$ , exprimitur hac æquatione,  $bbx = z^2$  :  $b$  designat lineam constantem.

Augendo  $b$  augentur omnes  $z$ , & mutatur Curva in magis apertam, minuiturque angulus contactus, qui augendo  $b$  in Infinitum minui potest.

Habemus ergò duas Classes angulorum decrefcentium in Infinitum : harum autem integra secunda infinite exigua est respectu primæ. Demonstramus enim angulum quemcunque in secundâ superari ab angulo quocunque, id est, utcunque exiguo, in primâ.

57.

Sit  $c$  tertia proportionalis ipsis  $a$  &  $b$ , utcunque sumtis ; ergò  $ac = bb$ . Multiplicando per  $c$  æquationem  $ax = yy$ , habemus  $acx = yyc$ , id est  $bbx = yyc$ . In secundâ Curvâ  $bbx$  valet  $z^2$  ; ergò  $z^2 = yyc$ , si abscissa  $x$  fuerit eadem in utrâque Curvâ.

Ex æquatione hac deducimus  $z, c :: yy, z^2$  : unde patet  $yy$  superari à  $zz$ , id est,  $y$  minorem esse  $z$ , quamdiù hæc à  $c$  superatur, unde sequitur Curvam secundam dum ex A profluit, antequam  $z$  valeat  $c$ , inter tangentem & Curvam primam dari, quod universaliter obtineri hac demonstratione constat.

Ponamus nunc tertiam dari Curvam A I, cujus axis etiam est A D, & cujus æquatio, manentibus iisdem abscissis  $x$ , sit  $ax = \mu\mu$  ;  $\mu$  est ordinata quæ-

58.

cunque; &  $d$  linea determinata; hanc si augeamus, mutamus Curvam, & minuius angulum quem Curva cum tangente  $AF$  efficit; formaturque hinc Curvis tertia Classis angulorum, qui in Infinitum minui possunt, & in qua nullus datur angulus, qui non superetur ab angulo quocunque in secundâ Classe.

Datis  $b$  &  $d$  quibuscunque, sit  $bb$  ad  $dd$ ; ut  $d$  ad quartam quam dicimus  $e$ ; erit ergò  $bbe = d^2$ , & Curvæ æquatio  $bbx = z^2$ , multiplicatione per  $e$ , mutabitur in hanc  $bbe x = d^2 x = z^2 e$ ; ideòque  $z^2 e = u^4$ , si agatur de iisdem ordinatæ in utrâque Curvâ; idcirco  $u, e :: z^2, u^2$ ; ergò  $u$  superat  $z$ , quamdiù  $e$  superat  $u$ , & ex eundo ex  $A$ , Curva, cujus abscissæ sunt  $u$ , transit inter  $AF$  & aliam Curvam. Q. E. D.

59. Curvæ, quarum æquatio est  $f^2 x = t^2$  positâ  $f$  quantitate determinatâ in singulis Curvis, &  $t$  ordinatâ quæcunque, dabunt novam Classem angulorum minorum omnibus memoratis, & eodem modo Classes in Infinitum formari possunt, semperque omnes anguli in Classe quacunque superantur ab omnibus angulis in Classe præcedenti, & superant omnes angulos in Classe sequenti.

60. Inter duas Classes quascunque datur Series infinita Classium; quæ omnes eandem proprietatem habent, ut angulus quicunque minus sit infinite parvus respectu angulorum Classis præcedentis, id est, ut ab omnibus superetur, & infinite magnus respectu Classis sequentis, cujus omnes angulos superat.

61. Curvæ  $ax = yy$  &  $bbx = z^2$  Classes formant diversas; quia ordinarum dimensio  $z^2$  in secundâ unitate superat dimensionem  $y^2$  primæ Curvæ; demonstrabimus autem Classes differre, quantumvis parum hæc dimensiones differant, unde constabit propositum: quia inter hosce numeros 2 & 3, & alios quoscunque, innumeri dari possunt, qui inter se differunt, quorum nulli, quantumvis parum differentes dari possunt, inter quos iterum non alii innumeri dari possint.

Sit  $ax = yy$  &  $g^{\frac{1}{10}} x = s^{\frac{2}{10}}$  id est,  $g^{\frac{11}{10}} x = s^{\frac{21}{10}}$ ; ordinatas designat  $s$ ; &  $g$  constantem lineam; quamdiù Curva non mutatur. Fiat ut  $a$  ad  $g$ ; ita  $g^{\frac{1}{10}}$  ad quartam quantitatem, quæ dicatur  $h^{\frac{1}{10}}$ ; ergò  $g^{\frac{11}{10}} = ah^{\frac{1}{10}}$ ; multiplicando per  $h^{\frac{1}{10}}$  æquationem  $ax = yy$  datur  $ah^{\frac{1}{10}} x = g^{\frac{11}{10}} x = y^2 h^{\frac{1}{10}} = s^{\frac{21}{10}}$ ; unde deducimus  $s^{\frac{1}{10}}, h^{\frac{1}{10}} :: yy, ss$ . Idcirco in viciniis puncti  $A$ , ubi  $s$  necessario minor est determinatâ  $b$ , erit etiam  $y$  minor  $s$ ; unde sequitur quod de angulis dictum.

62. Inter duas Classes quascunque quantitatum, quæ in Infinitum differunt, dari in Infinitum Classes intermedias, in Infinitum quoque differentes, ex consideratione mediarum proportionalium etiam deducitur.

Si  $A$  sit Infinite magnum respectu  $a$ , media quæcunque proportionalis  $b$ , inter has quantitates, minor est  $A$ , & major  $a$ , non tamen finitam habet rationem ad  $A$  aut  $a$ ; ratio enim  $A$  ad  $a$  componitur ex rationibus  $A$  ad  $b$ , &  $b$  ad  $a$ , & ratio ex duabus finitis rationibus composita est etiam finita; ideò cum  $A$  &  $a$  in Infinitum differant, ratio inter  $A$  &  $b$ , aut  $b$  &  $a$ , omnem finitam rationem superat; quare etiam Infinita est. In Infinitum mediarum proportionales inter duas quantitates dari possunt.

*De Partium Subtilitate.*

**P**ondus Auri, quo in n<sup>o</sup>. 42. diximus Argentum deaurari, est  $\frac{1}{80}$  ponderis 63. ipsius Argenti. Volumen Auri se habet ad volumen Argenti, quando pondera sunt æqualia, ut 10 ad 19, ergò volumen Auri quo Argentum obtegatur ad volumen ipsius Argenti obtecti, ut 1 ad 114. nam 10. 19. :: 60., 114.

Pes cubicus Aquæ ponderat libras 63  $\frac{1}{2}$ , decies gravius est Argentum; ergò pes cubicus Argenti libras 635. pondo est.

Cubus est ad cylindrum, ejusdem diametri & altitudinis, circiter ut 14 ad 11; pondus ergò pedis cylindrici Argenti est librarum 499. aut unciarum 7984.

Uncia una porrigitur in filum 14000. pedum, & in pede cylindrico datur filum 111776000 pedum, id est, tot dantur fila unius pedis.

Circulorum superficies sunt ut quadrata diametrorum, ideò quadratum diametri fili ad quadratum unius pedis, ut 1 ad 111776000; quorum numerorum radices sunt 1 & 10572, in qua ratione sunt dictæ diametri: est ergò fili diameter  $\frac{1}{10572}$  pedis, aut  $\frac{1}{831}$  pollicis. Aurum circumponitur & volumen augetur  $\frac{1}{114}$ , id est, sectio circularis fili ea quantitate augetur, quod fiet si filo circumponatur lamina, cujus crassities est pars quarta partis  $\frac{1}{114}$  diametri, area enim circuli habetur multiplicando circumferentiam per quartam diametri partem.

Est ergo Auri crassities  $\frac{1}{476}$  diametri fili, quæ est  $\frac{1}{831}$  poll. ita ut Auri crassities sit  $\frac{1}{481738}$  pollicis.

Fila hæc tenuia deaurata, ut filis sericis circumvolvantur, plana sunt, quo superficies ad minimum triplicatur, & in eadem ratione crassities Auri minuitur, ita ut sit  $\frac{1}{1187208}$ .

Non æqualiter in omnibus punctis filum deauratur, & Auri crassities in quibusdam locis fortè duplo minor est, quare nihil à vero remotum ponimus, si crassitiem, ubi hæc minima est, determinemus  $\frac{1}{1800000}$  pollicis; id est millesima pars pollicis in bis mille partes dividitur.

Talis actu datur auri divisio; ideòque Particulæ, quæ arte separantur, non majorem diametrum habent, & talium Partium in spherâ aureâ unius pollicis dantur. 8. 000. 000. 000. 000. 000. 000.; & in arenulâ minimâ, cujus nempe diameter est pars centesima pollicis, dantur Particulæ 8. 000. 000. 000. 000. Particula itaque se habet ad arenulam, ut hæc ad globum, cujus diameter superaret 16 pedes, & non majorem numerum arenularum contineret globus hic, quàm Particularum continet arenula. Globus verò continet 4096 globos unius pedis.



## CAPUT V.

*De Cohæsione Partium, ubi de Duritie, Mollitie, Fluiditate  
& Elasticitate.*

64. **O**Mne Corpus, quod in sensus nostros cadit, ex Particulis quàm minimis constat, nulla harum in se est indivisibilis, nostri respectu omnes sunt, divisio enim quæ à nobis fieri potest, est Particularum separatio.

Si major in hac separatione desideretur Actio; aut separatio in minimo Partium motu detur, ita ut in exigua Corporis inflexione frangatur hoc, Corpus *Durum* vocatur.

Si Partes facilius cedant, & cum sub-lapsu Partium introcedant, *Molle* dicitur.

Sed hæc in significatione vulgari, Actio magna & minor nihil determinati denotant, & Corpus Durum respectu unius Hominis, alteri Molle videtur.

## DEFINITIO 1.

65. *Philosophicè Corpus Durum vocatur, cujus Partes inter se coherent & neutiquam introcedunt, ita ut minimo Partium motu, frangatur Corpus.*
66. Corpus tale perfectè Durum nullum novimus, sed eò magis Dura dicuntur Corpora, quò magis ad hanc perfectam accedunt Duritiem.

## DEFINITIO 2.

67. *Philosophicè Corpus Molle vocatur cujus Partes introcedunt & sublabuntur, quamvis, nisi mallei ictibus Partes non cedant.*

## DEFINITIO 3.

68. *Corpus cujus Partes impressioni cuicunque cedunt & cedendo facillimè moventur inter se, vocatur Fluidum.*

Hæc

Hæc omnia à Cohæſione Partium pendent, quò ar- 69.  
etior hæc eſt, eò magis ad Duritiem Corpus accedit.

Durities verò Particularum minimarum ab harum Soli- 70.  
ditate non differt, & eſt proprietas ex ipſius Corporis  
naturâ fluens, quæ non magis explicanda eſt, quàm qua-  
re Corpus ſit extenſum, & Mens cogitet.

An omnia Corpora ex Particulis æqualibus & ſimili- 71.  
bus conſtent difficulter determinari poterit, & circa cau-  
ſam Cohæſionis Particularum adhuc multa obſcura ſunt.

Naturæ Leges, quæ hîc locum habent, ex Phænomenis  
deducuntur.

*Cohæſionis Lex peculiaris eſt, omnes Particulas Vi Attra- 72.  
ctivâ gaudere*, id eſt, ſi vicinæ fuerint, ſponte ad ſe mutuò  
tendunt; cujus motûs cauſa nos latet, ſed cùm motum  
hunc generaliter locum habere obſervemus, & huic Par-  
ticulæ omnes ſubjiciantur, ipſum inter Leges Naturæ re-  
ferimus \*.

\* 7.

#### DEFINITIO 4.

*Attractionem vocamus Vim quamcumque quâ duo Cor- 73.  
pora ad ſe invicem tendunt*; etſi fortè hoc per impulſum fiat.  
Hoc nomine Phænomenon, non cauſam designamus.

Non in hiſce vulgarem hujus vocis ſignificationem mu-  
tamus. Generaliter enim dicimus, Corpus Attractione  
moveri quotieſcunque hoc ad aliud Corpus tendit, ſi  
hujus præſentia ad motum hunc producendum deſidere-  
tur. Eo ſenſu dicimus, Magnetem ad ſe trahere ferrum,  
Hominem ad ſe trahere Corpus, quod fune alligatum, Ho-  
minis hujus Actione, ad hunc ipſum tendit. Hæc de cau-  
ſâ in multis occaſionibus non dubitamus ad *Attractionem* 74.  
referre motus, in quibus impulſus manifeſtus eſt,  
effectum ipſum, & nil præter hunc, ad cauſam non at-

C

ten-

tendendo, voce Attractionis exprimimus. Hanc autem solam, quam dari inter minimas Corpora componentes Particulas observamus, inter Leges Natura referimus.

75. *Hac autem Attractio minimarum Particularum hisce Legibus subjicitur, ut in ipso Particularum contactu sit per quàm magna, & subito decreascit, ita ut ad distantiam quàm minimam, que sub sensus cadit, non agat; imò etiam ad majorem distantiam sese mutet in vim repellentem, quâ Particulae sese mutuò fugiunt.*

Ope hujus Legis multa Phænomena facillimè explicantur, & innumeris Experimentis, præcipuè Chemicis, Attractio hæc & Repulsio plenissimè probantur, etiam sequentibus Experimentis ipsas has dari satis manifestum est.

#### EXPERIMENTUM 1.

76. In omnibus Corporibus Fluidis Partes omnes sese mutuò attrahere deducimus, ex figurâ sphæricâ quam Guttæ semper habent; ex eo etiam quod nullum detur Fluidum, cujus Partes non sint quasi conglutinatæ, quod in Mercurio clarè apparet.

#### EXPERIMENTUM 2.

- TAB. I.  
Fig. 2. 77. Sed multò melius hæc mutua Particularum Attractio probatur, ex eò quòd in omnibus Fluidis duæ Guttæ ut A & B, statim ac se invicem quàm minimè tangunt, in unam Guttam majorem F redigantur; quæ omnia cùm etiam in metallis liquefactis locum habeant, sequitur Particulas, ex quibus hæc constantur, & tùm sese mutuò attrahere, cùm motu Ignis à junctione arcentur.

78. Tribuendus est motus hicce Actioni agenti aut in Guttæ superficiem externam, aut in singulas minimas, ex quibus Gutta constat, Particulas.

Actioni in superficiem non posse adscribi, nisi fingamus



mus pressionem ab omni parte æqualem clarum est ; tali verò pressione Guttæ figuram minimè mutari posse in *cap. 3. lib. III.* ex Legibus pressionis Fluidorum , deducemus.

Primo etiam intuitu patet in Guttâ ovali *a b c d* pression-nes in superficies *a b* & *c d* superare pression-nes in superficies *a c*, *b d* , si ab omni parte Gutta æqualiter prematur. Non potest tamen Gutta rotunda fieri, quin pression-nes hæ minores majores vincant, quod est absurdum.

TAB. I.  
Fig. 3.

Actio ergò datur in singulas minimas Particulas. Hac singulæ aut ad vicinas tendunt, aut ab his removentur : non separantur ; ergò motus nisi Actioni, quâ Particulæ singulæ ad vicinas tendunt, adscribi non potest, quem motum Attractionem vocamus \*.

\* 73.

Positâ hac, quò major est numerus Particularum se mutuò attrahentium inter duas Particulas, cò majori Vi se mutuò versùs feruntur, & motus in Gutta continuatur, donec distantia inter puncta opposita in superficie sint ubique æquales, quod in solâ figurâ sphericâ locum habet.

79.

Qui hujus Attractionis causam detegeret ; magnum quid in Physicis præstaret, nos tantum illam dari asserimus, & Cohæsionis esse causam immediatam : universalem etiam esse ex ante dictis deducimus \*.

\* 10. II.

Multa Corpora Attractione hac agunt in Corpora extranea, datâ Partium applicatione satis immediatâ.

80.

Exempla pauca dabo, in quibus effectus Attractionis hujus sunt maximè notabiles.

### EXPERIMENTUM. 3.

Abrasis paululùm superficiebus duorum Globorum plumbeorum ita, ut duas habeamus superficies, exiguas, planas,

81.  
TAB. III.  
Fig. 1.

C 2

nas,

nas, benè nitidas, si hæ ad sè invicem applicentur & compressione detur, propter molle metallum, paucarum Partium immediata applicatio, arctam habebimus inter Globos Cohæsiõnem, quæ eò major erit, quò plurimarum Particularum datur contractus mutuus, & quantumvis sit exigua, semper admodum superabit exiguam illam Cohæsiõnem quæ Aëris pressioni tribui potest.

## EXPERIMENTUM 4.

82. Tubuli vitrei exigui *tt*, *tt*, *tt*, ab utrâque extremitate aperti, Aquâ immerguntur, ut in schemate repræsentantur. Aqua in eos sponte ascendit, & ad majorem altitudinem quò diameter tubuli est minor. Tubuli, si admodum angusti fuerint, dicuntur Capillares; sed in majoribus, quorum ex. gr. diametri æquant sextam pollicis partem, Experimentum etiam procedit.

TAB. III.  
Fig. 2.

Effectum hunc pressioni Aëris tribuendum non esse, sequenti Experimento liquet.

## EXPERIMENTUM 5.

83. Suberi B junguntur Tubuli *tt*, *tt*, &c. Cylindro tenuiori æneo A E, per operculum O recipientis vitrei R penetranti, annectitur suber; deinde ope Machinæ pneumaticæ Aër ex recipiente R, orbi hujus Machinæ imposito, exhauritur, & motu cylindri A E, Aquâ, vitro C D contentâ, immerguntur tabuli; Aqua in eo casu eodem modo ac in Experimento præcedenti in eos ascendit. Quomodo filum sine ingressu Aëris moveri possit, in sequentibus, dicetur.

TAB. III.  
Fig. 3.

## EXPERIMENTUM 6.

84. Vitrea duo plana A B C D junguntur in A B, at in C D interpositâ laminâ paululum separantur; margines C B Aquâ, aliquo colore tinctâ, immerguntur ita, ut late-

TAB. III.  
Fig. 4.

ra

ra AB & CD sint verticalia ; antea iisdem Planis intus eodem liquore madefactis.

Aqua inter hæc Plana, Planorum Attractione, ascendit, & ad maiorem altitudinem ascendit pro minori inter Planâ distantia ; cum vero continuo à CD, versùs AB, minuatur hæc, aqua ubique ad diversas altitudines ascendit, & terminatur lineâ curvâ, exactè circinatâ, *efg*.

EXPERIMENTUM 7.

ABCD sunt duæ Laminæ vitreæ planæ, junctæ in 85.  
AB, in CD verò paululùm separantur, interpositâ La- TAB. I.  
minâ cujuscunque materiæ. Pede ligneo sustinentur. Ad Fig. 4.  
horizontem inclinantur Laminæ, elevando partem illam ad quam Laminæ conveniunt, nempè AB. Præstatur hoc mediante Cochleâ HI ; cujus pars exterior est solidum L, cum pede cohærens, motu autem Cochleæ ad libitum variatur Planorum inclinatio.

Gutta Aquæ, aut Olei, G interponitur ita, ut ambo Plana, antea eodem liquore madefacta, tangat ; ab utroque Plano attrahitur, sed Attractio maiorem in Guttam edit effectum, ubi Plana minùs distant, id est, in *e* quàm in *f* ; Gutta ideò *e* versùs movetur, id est, ascendit, & eò celerius quò altiùs ascendit, superficiebus quibus Gutta vitra tangit, crescentibus ubi distantia inter Plana minuitur. Angulus inclinationis Plani ita potest augeri, ut gravitas Guttæ æquè polleat cum effectu Attractionis, & tunc Gutta quiescit ; & si in eo casu magis elevetur Planorum pars AB, Gutta descendit, propter Guttæ gravitatem præpollentem.

EXPERIMENTUM 8.

Mercurius Auro & Stanno sese jungit ; etiam Aqua, & 86  
Oleum, Ligno & Vitro nitido adhærent.

87. Repulsionis exempla habemus inter Aquam & Oleum, & in genere inter Aquam & omnia Corpora pingua, inter Mercurium & Ferrum, ut & etiam inter Particulas pulveris cujuscunque.

## EXPERIMENTUM 9.

88. Si frustum Ferri Mercurio imponatur, hujus superficies deprimitur circum Corpus immersum, ut circum Globos A & B repræsentantur (*Fig. 6.*); & eodem modo, ac in casibus ubi Vis Attractiva locum habet, superficies Fluidi circum Corpora immersa altior est, ut circum Globos A & B (*Fig. 5.*), & gravitate ad Libellam non defluit; sic in hisce, ubi Vis Repellens Actionem suam exierit, Fluida pondere suo non defluunt ad implendas cavitates, quæ circum Corpora immersa formantur.

89. Cavendum autem ne cavitatem hanc Attractioni Particularum Mercurii tribuamus. Hæc fateor, talis formari posset cavitas, quamvis à Globo attraheretur Mercurius, si hæc Attractio minor esset illâ, quâ Particulæ Mercurii sese mutuò attrahunt. Sed rem ita sese non habere sequenti Experimento constat.

## EXPERIMENTUM 10.

90.  
TAB. III.  
Fig. 5.

In Tubum Vitreum curvum B A E, cujus crus alterum angustum sit, habeatque diametrum E duodecimam pollicis partem non superantem, posito primo crure latiori B C, infundatur Mercurius; ubi hic quiescet, inæquales in cruribus erunt Mercurii altitudines, & in latiori crure major.

Depressionem autem Mercurii in angustiori crure non Gravitati tribui posse quis non videt? Non etiam Attractioni Partium, quâ pondus non potest mutari. Pendet

det ergò effectus à Vitri Actione, cujus Attractio, quando de Aquâ agitur, ipsam elevat, & cujus Repulsio Mercurium deprimit.

Attractioni & Repulsioni tribuenda sunt Phænomena 91.

Globorum Fluidis innatantium; quando Fluidum attrahunt, hoc ab omni parte circa eos ascendit, ut in *f*, *g*, *h*, *i*, (*Fig. 5.*); quando Fluidum repellunt, hoc ab omni parte excavatur, ut in *f*, *g*, *h*, *i*, (*Fig. 6.*). \* 88.

TAB. I.  
Fig. 5. 6.

Si in vase, in quo Experimenta fiunt, Fluidum à lateribus vasis attrahatur, ab omni parte sustinetur, & juxta latera altius est, ut in *e*, *l*, (*Fig. 5.*): quando vas ita repletur, ut Fluidum ab omni parte defluat, Attractione mutuâ partium, altius est in medio quàm ad latera, & superficiam convexam format C B D in vase A.

TAB. I.  
Fig. 7.

Ex hisce solis sequentia Experimenta explicantur.

EXPERIMENTUM 11.

Quando vitreum vas non omninò Aquâ impletur, 92.  
Globus vitreus, si, ad distantiam non admodum magnam à latere vasis, aquâ imponatur, latus versùs fertur & ei sese jungit. Globus ab omni parte æqualiter ab Aquâ premitur, quando autem accedit ad latus vasis ita, ut duæ elevationes *e*, *f*, concurrant, Vis, quâ ibi Aqua elevatur, tollit pro parte pressionem; & pressio à parte oppositâ præpollet; elevationes autem magis sese extendunt quàm apparet. Eodem modo duo Globi ad certam distantiam sese mutuò petunt.

TAB. I.  
Fig. 5.

EXPERIMENTUM 12.

Quando vas repletur ita, ut Aqua defluat, Globus à latere vitri sponte medium versùs fertur; Vi, quâ Aqua in medio magis elevatur, ab eâ parte pressionem minuente.

TAB. I.  
Fig. 7.

Ex-

## EXPERIMENTUM 13.

94. Duo Globi ferrei Mercurio, Vitro contento, impositi sese mutuò etiam petunt. Hi quoque ad latera Vitri feruntur : Utriusque Phænomenon ratio hæc est ; cavitates circum Globos, ut & ad latera Vitri dantur\* ; ubi cavitates junguntur pressio minuitur, & illam partem versùs Globus uterque fertur.
95. In crySTALLIFICATIONIBUS etiam pulcherrima Attractionis exempla habemus.

## DEFINITIO 5.

96. *Elasticitas, vocatur Corporum proprietas, quâ, si Figura horum Vi aliquâ mutetur, hac cessante, spontè ad pristinam Figuram redeunt.*

Si Corpus quoddam sit compactum, flectat se, & cum prematur, introcedat, sine ullo Partium suarum sublapsu, Corpus revertet ad Figuram suam Vi illâ, quæ ex mutuâ suarum Partium Attractione oritur.

97. Illam verò aëris proprietatem, quæ hujus *Elasticitas* dicitur, oriri ex Vi, quâ partes sese mutuò repellunt, suo tempore dicetur.
98. Et ne quis dicat, quia causam prædictæ Attractionis & Repulsionis non damus, has inter Qualitates occultas esse referendas. Cum Newtono respondemus, „ nos „ illa Principia considerare, non ut *occultas Qualitates*, „ quæ ex *specificis* rerum *Formis* oriri finguntur; sed ut „ *universalis* Naturæ *Leges*, quibus res ipsæ sunt formatae; nam Principia quidem talia reverâ existere „ ostendunt Phænomena Naturæ, licet, ipsorum causæ quæ sint, nondum fuerit explicatum. Affirmare „ singulas rerum species *specificis* præditas esse *Qualitatibus occultis*, per quas eæ Vim certam in agendo habent,







„beant, hoc utique est nihil dicere. At ex Phæno-  
 „menis Naturæ duo vel tria derivare generalia motûs  
 „Principia, & deinde explicare quemadmodum pro-  
 „prietates, & actiones rerum omnium, ex Principiis  
 „istis consequuntur; id verò magnus esset factus in Phi-  
 „losophia progressus, etiamsi Principiorum istorum causæ  
 „nondum essent cognitæ.



S C H O L I U M I.

*De Effectu Attractionis Vitri in Aquam generaliter considerato.*

**S**ingulæ Particulæ aquæ, ad exiguam à Vitro distantiam, ab hoc attrahun- 99.  
 tur; id est, per lineas rectas tendunt ad singulas Vitri Particulas, quarum  
 distantia non superat illam, ad quam Vitrum & Aqua in se mutuò agere pos- TAB. II.  
 sunt. Sit Vitri superficies AB; Particula C; hæc ad Vitrum tendit per lineam Fig. 5.  
 CD, ad superficiem perpendicularem; tendit etiam ad punctum e, sed eodem  
 tempore æquali vi tendit ad omnia puncta in superficie aqualiter cum e à D  
 distantia, id est, in circumferentiâ circuli posita, cujus diameter est ef:  
 propter harum omnium Virium æqualitatem non poterit punctum magis ad  
 punctum unum ferri, quàm ad aliud; ideò, omnibus Viribus simul agenti-  
 bus, Particula etiam trahitur per CD. Similem demonstrationem aliis Par- 100.  
 ticulis Vitri, in *Aquæ Particulam* agentibus, applicando constabit, hanc ad  
 Vitrum tendere per lineam ad superficiem hujus perpendicularem.

Detur super plano Vitreo AB Gutta G. Particulæ singulæ, parum à Vi- TAB. II.  
 tro distantes, ad hoc directè tendunt, Particulasque quibuscum coherent Fig. 6.  
 secum trahunt; unde in Guttâ oritur motus similis illi, qui in Guttâ dare-  
 tur, si plano CD, ad AB parallelo, hoc versùs premeretur; effectus enim  
 hujus Pressionis cum effectû Attractionis congruit; hac Pressione autem  
 Gutta sese expanderet quaquà versum; ergo expansio hæc quoque est effectus 101.  
 Attractionis.

Sit AB Aquæ superficies; huic pro parte immergatur perpendiculariter 102.  
 Vitreum planum FD, cujus crassitiem hic repræsentamus. Aqua à plano TAB. II.  
 attrahitur \*, & conatur quaquà versum super plano sese expandere quasi Fig. 7.  
 premeretur juxta directionem BD\*. Hoc motu tantum agitantur particulæ \* 100.  
 in D, motibus contrariis infra superficiem sese mutuò destruentibus; eleva- \* 101.  
 bitur ideò Aqua, & ascendentem sequetur illa, quæ cum ipsa coheret,  
 sustinebiturque ita Aqua à Vitro, ut pondus Aquæ elevata valeat Vim quâ  
 elevatur.

Sit altitudo hæc, quam justo majorem repræsentamus, DC; sustinetur  
 autem Aqua in CDG solâ Vi, quâ particulæ in C sursum pelluntur; nam  
 D ubi

- ubi Aqua quiescit, Vires, quibus Aqua inter C & D sese quaquà versum expandere conatur \*, sese mutuò destruunt: particula ex. gr. in e æqualiter sursum & deorsum pellitur. Vis ergò quæ sustinet Aquam, proportionem sequitur latitudinis superficiei, juxta quam Aqua adscendit, mensurata, ad altitudinem ad quam Aqua pertingit, in lineâ ad superficiem ipsius Aqua parallelâ: quam eandem rationem sequitur pondus Aqua elevata.

## S C H O L I U M II.

## De Tubis Capillaribus.

- \* 81. **A** Quam in Tubos vitreos minores sponte adscendere vidimus \*, quod  
104. quomodo fiat nunc evidenter patet. Quantitas autem Aqua, quæ sustine-  
\* 103. tur, sequitur rationem circumferentiæ superficiei Aquæ elevatae \*, & cir-  
cumferentia hæc, si agatur de Tubis cylindricis; perpendiculariter immersis, ad  
instar diametri ipsius Tubi crescit aut minuitur.  
105. Sint duo Tubi quorum diametri dicantur D, d; altitudines Aquæ in Tubis  
\* 104. A, a; quantitates Aquæ elevatae erunt inter se ut  $D^2 \times A$  ad  $d^2 \times a$  \*; idè  $D^2 \times A$ ,  
El. XII.  $d^2 \times a :: D, d$  \*; dividendo antecedentia per  $D^2$ , & consequentia per  $d^2$  habe-  
mus,  $A, a :: \frac{1}{D}, \frac{1}{d}$ , id est, altitudines sunt inversè ut diametri.

## S C H O L I U M III.

## De Adscensu Aqua inter Plana, de quo in n. 84.

106. **S** Int AC, BC, lineæ representantes Planorum sectionem horizontalem  
TAB. II. in superficie Aquæ; ponamus spatium, angulo ACB contentum, di-  
Fig. 8. vidi lineis ut *de, fg, hi, lm*, &c. parumadmodum, sed æqualiter, à se mu-  
tuò distantibus; manifestum est æquales Aquæ quantitates in spatiis *d f e g*,  
\* 103. *h i m l*, elevari \*; ibique idè dari prismata æqualia, quorum altitudines  
\* 34. El. XI. sunt inversè ut bases \*; hæ autem bases, quia pro parallelogrammis haberi  
\* 1. El. VI. possunt, & latitudines *df, hl*, habent æquales, sunt inter se ut *de* ad *hi* \*;  
quæ sunt ut *dC* ad *hC*.  
TAB. III. Deducimus ex his curvam *efg* esse Hyperbolam, cujus Asymptoti sunt  
Fig. 4. lineæ AB, in quâ Vitra sese mutuò tangunt, & BC, superficies Aquæ \*.  
\* La Hire. Propter angulum rectum ABC Hyperbola est æquilatera \*; examinavimus  
S. C. L. IV. enim casum in quo lineæ, in quâ Vitra sese mutuò tangunt, ad superficiem  
p. 2. Aquæ perpendicularis est.  
\* ibid. l. V. Facile etiam confertur altitudo in Tubo cum altitudine inter Plana.  
p. 13.  
107. Sit Tubi cylindrici sectio M, cujus semidiameter aqualis est distantia e d inter  
TAB. II. Plana. Clarum est Vim, quæ sustinet prisma aqueum, cujus basis est *def*,  
Fig. 8. proportionem sequi lineæ *df*; ambabus enim *df* & *eg* proportionalis est  
\* 103. Vis quæ Parallelopipedum, cujus basis est *d f e g*, sustinet \*.

In Tubo Vis, quæ sustinet prisma, cujus basis est  $no p$ , proportionalis est arcui  $np$ ; quia tota circumferentia proportionalis est illi, quæ integrum aqueum cylindrum, Tubo contentum, sustinet. Si  $np$  &  $df$  fuerint æquales; Vires quæ prismata sustinent æquales sunt; ideoque & ipsa prismata æqualia; sunt etiam in hoc casu bases  $no p$ ,  $def$ , æquales, quare prismatum altitudines non differunt, & Aqua in Tubum & inter Plana ad eandem adscendit altitudinem.

Variari multis modis potest experimentum de adscensu Aquæ inter Plana. 108.

Nimium longum & satis inutile foret, omnia quæ huc spectant perpendere; satis est casum præcipuum examinasse; Circa duos alios in quibus angulus  $ABC$ , quem linea, in quâ Vitra junguntur, cum superficie Aquæ efficit, est acutus aut obtusus, manentibus planis Vitreis ad Aquæ superficiem perpendicularibus, notabo, Aquam etiam terminari Hyperbolicâ lineâ, cujus Asymptotus una est Aquæ superficies: altera habetur erigendo perpendicularem  $BF$  ad  $CB$ , in puncto  $B$ ; Asymptotus quæsitâ erit  $BE$ , quæ dividit bifariam  $FD$ ; perpendicularem in puncto quocunque ad  $BF$ , & terminatam lineâ  $BA$ . TAB. II. Fig. 9. 10.

Si  $DF$  per punctum  $D$  Hyperbolæ transeat,  $BF$  erit semidiameter conjugata cum semidiametro  $BD$ .

In Fig. 10. ultra  $F$ . Hyperbola non continuatur; Aqua tamen ulterius adscendit, sed aliâ terminatur Curvâ.

In Fig. 9. quamvis Hyperbola vitrorum latera juncta secet in  $D$ , non ibi adscensus Aquæ terminatur, sed ad certam, & quidem pro diverso, quem inter se Vitra continent, angulo, diversam ab  $AB$  distantiam, ab Hyperbolâ deflectitur curva, adscensusque juxta  $BA$  continuatur. Ubi enim exigua admodum est inter Vitra distantia Attractiones opposita sese mutuò juvant, quo augetur Aquæ adscensus. Simile augmentum actionis in  $N^o$ . sequenti memoratur; in Luminis Attractione à Corporibus etiam locum habet, ut notamus in Numero ultimo cap. 3. Lib. 5. 109.

#### SCHOLIUM. IV.

De motu Gutte in n. 85.

Concipiamus Plana, inter quæ Gutta movetur, secari alio Plano, ad dicta Plana, & ad lineam in qua junguntur, perpendiculari: hanc figura repræsentat sectionem; sed cum motus ab inclinatione Planorum se invicem pendeat, hanc justo majorem repræsentamus, ut & distantiam inter Vitra, & distantiam ad quam Vitrum in Oleum agit. TAB. II. Fig. 11.

Sint Plana  $AB$ ,  $CD$ ; Gutta  $eeff$ ;  $gh$  distantia ad quam Vitrum Oleum trahit: omne ergo Oleum inter  $eibf$  ad Planum trahitur, & conatur sese quaquâ versum super plano expandere; non autem potest, propter coherrentiam partium Gutte, & Vires oppositas in  $e$  &  $f$ , quæ sese mutuò destruunt; Guttaque, si plana parallela forent non moveretur. Nunc verò, quia Actio Attractionis perpendiculariter dirigitur ad Vitrum, Oleum, in spatio  $flb$ , à superficie  $fg$  attrahitur; ceditque, quia nullâ Actione contrariâ destruitur hæc; quo motu agitur tota Gutta, cujus partes coherrent inter se. Tendit idcirco Gutta illam partem versum in quâ Vitra concurrunt, quamdiu Planorum inclinatio ad horizontem talis est, ut Vis, 101.

D 2

quâ

quâ Gutta gravitate super Plano conatur descendere, minor sit illâ, quâ ex Attractione sursùm fertur.

Ubi autem exigua est inter Vitra distantia, Attractiones oppositæ sese mutuò juvant, Vtique magis augetur quàm ad instar diametri Guttæ, quod augmentum in ratione diametri, ex superius demonstratis deduci facile potest.



## C A P U T   V I.

*De Motu in genere, ubi de Loco & Tempore.*

- III. **M**otus est translatio de Loco in Locum, sive continua Loci mutatio. Quisque illius habet ideam, quæ simplex est, & verbis explicari nequit.
- III2. Locus est Spatium à Corpore occupatum, cujus idea etiam simplex est.

Duplex hic est, verus seu absolutus, & relativus.

## D E F I N I T I O   I.

- III3. Locus verus est pars Spatii immobilis, quæ à Corpore occupatur.

## D E F I N I T I O   2.

- III4. Locus relativus, qui solus sensibus distinguitur, est situs Corporis respectu aliorum Corporum.

Sæpè mutatur Locus verus manente relativo, & vice versa.

- III5. Unde Motus alter est verus, seu absolutus, alter relativus.

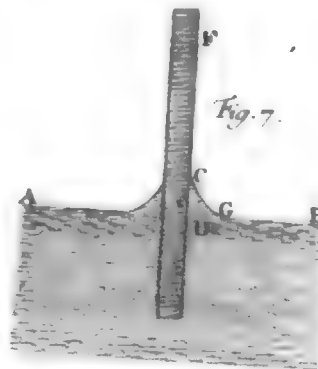
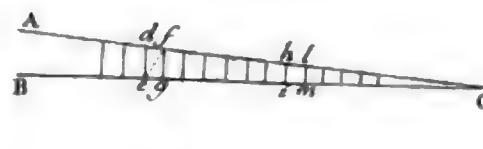
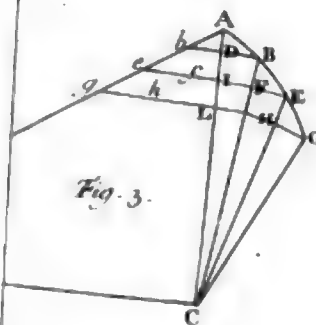
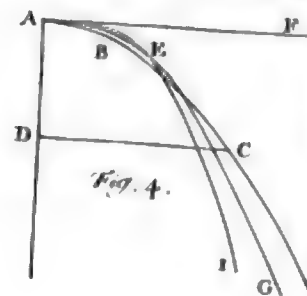
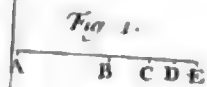
Dùm Corpus movetur, Tempus labitur.

- III6. Tempus etiam duplex est; verum seu absolutum, & relativum.

- III7. Verum nullam habet relationem ad Motum Corporum, neque ad successionem idearum in Ente intelligenti, sed suâ naturâ semper æqualiter fluit.

DE-

**TAB. II**







DEFINITIO 3.

*Tempus relativum est pars Temporis veri per Motum* 118.  
*Corporum mensurata*, hoc idearum successionem percipitur.

Motus omnis potest celerior fieri, & etiam Corpus tardius quàm ante potest moveri; successio etiam idearum accelerationem & retardationem admittit; unde sequitur Tempus relativum à vero differre, hoc enim nunquam citius, nunquam tardius fluit.

DEFINITIO 4.

*Illæ Motûs affectio, quæ in certo Tempore certum Spatium* 119.  
*à Corpore moto percurritur, vocatur Celeritas aut Velocitas;*  
*quæ ergò major aut minor est pro magnitudine hujus*  
*Spatii, & huic Spatio semper proportionalis est.*

*Spatium percursum etiam ad instar Temporis augetur, si* 120.  
*Velocitas maneat.*

*Ideo generaliter Spatium percursum sequitur rationem* 121.  
*compositam Temporis & Velocitatis.*

Datis variis Corporibus, si pro singulis Velocitas multiplicetur per Tempus, producta erunt ut Spatia percurra.

DEFINITIO 5.

*Motûs directio est recta, quæ ducta concipitur partem* 122.  
*versus ad quam tendit mobile.*

DEFINITIO 6.

*Potentia, aut Pressio, est vis continua in Corpus agens ad* 123.  
*hoc ex Loco movendum, & quæ actionem in Corpus exercere*  
*potest, hoc non moto, aut Motu jam impresso non mutato.*  
*Si nempe Pressionis Actio contrariâ Pressione destruat.*

Potest Pressio in Loco agere, quo distinguitur ab actione Corporis Vi insitâ agentis, quæ Actio semper est de Loco in Locum.



## L. I B E R I.

Pars II. De Actionibus Potentiarum.



## C A P U T VII

*De Actionibus Potentiarum comparandis.*

124. *P* *Pressiones*, id est, Potentiarum Actiones, *equales* esse has, quæ *equalibus temporibus equales edunt Effectus*, primo intuitu patet.

- Pressionem contrariam posse vincere Pressionem, in  
125. dubium nemo vocabit. *Pressiones equales, contrariè agentes, sese mutuò destruere, & has esse equales quæ sese mutuò destruunt*, si pro axioma non habeatur, ex proximè præcedenti Propositione haud difficulter deduci poterit.

126. Ex quibus patet, *Pressiones esse inter se ut Effectus equalibus temporibus editos.*

127. *Si prematur Obstaculum, & hoc ex loco non recedat, contrariâ Pressione destruitur Pressio*; aliter enim hæc nulum ederet effectum. Si ergo *non* contrariâ Pressione destruat, *cedit Obstaculum*. Hic non considerata est quæ in quibusdam occasionibus Obstaculo communica-

128. tur Vis, quâ in motu perseverat \*: *Agitur tantum, in*  
\* 128. *totâ hac parte secundâ, de Translatione, quæ est effectus immediatus Pressionis*, & quæ semper tantum sola locum habet in momento primo infinitè exiguo, quando Actione Potentiæ Obstaculum movetur.

- Cum effectus Pressionis, contrariâ Pressione non de-  
129. structæ, sit Obstaculi translatio, sequitur, *Actiones varia-*  
rum

*rum Potentiarum*, contrariis Pressionibus non destructas, tantum inter se posse differre respectu Obstaculorum in qua agunt Potentie, & respectu Spatiorum ab Obstaculis certo tempore percursorum.

DEFINITIO.

*Magnitudinem Pressionis, consideratam cum relatione 130. ad Actionem in Obstaculum quiescens, sed sibi permissum; id est capacitatem agendi, quando contraria Pressione non destruitur Pressio, vocamus Potentie Intensitatem.*

*Sunt igitur Potentiarum Intensitates, ut Actiones in 131. Obstacula, quæ Pressionibus transferuntur.*

*Si equalibus temporibus per Spatia equalia Obstacula 132. cedant, Potentiarum Intensitates sunt ut Obstacula \*.* \*126.129. 131.

*Si Potentie in Obstacula equalia agant, Potentiarum 133. Intensitates sunt ut Spatia per quæ, equalibus temporibus, Obstacula transferuntur \*.* \*126.129. 131.

*Si autem & Obstacula & Vie ab his, equalibus tem- 134. poribus, percurse differant, sunt Potentiarum Intensitates ut Obstacula, & ut Vie percurse \*, id est, in harum \*132.133. ratione composita.*

Ex. gr. si unius Potentiæ Actio fuerit in Obstaculum duplum, & per Spatium triplum removeatur; Actio, ideòque Potentiæ Intensitas, erit bis tripla, aut ter dupla, nempe sextupla. Ratio hæc composita habetur si, datis numeris in ratione Obstaculorum, & aliis in ratione Spatiorum percursorum, pro singulis Potentiis, Obstaculum per Spatium ab hoc percursum multiplicetur; producta enim habebunt quæsitam compositam rationem.

*Si ergo numeri dentur, qui Intensitates Potentiarum 135. variarum exprimant, erunt hi ut producta Obstaculorum*

culorum per Spatia; ergò si singuli ex datis numeris *per Spatium ab Obstaculo suo percursum dividantur, quotientes erunt ut ipsa Obstacula.*

Ideò eò majora sunt Obstacula, quò Intensitates sunt  
136. majores, & Spatia percurfa minora; id est, *Obstacula sunt in ratione composita directæ Intensitatum, & inverse Spatiorum percursorum.*

Si numeri, qui exprimunt producta Obstaculorum per Spatia, id est, qui Potentiarum Intensitates exprimunt, singuli dividantur per numeros, qui Obstacula designant, quotientes erunt ut *Spatia*; quæ ergò *sunt directè ut Intensitates, & inversè ut Obstacula.*

138. *Potentiarum Intensitates sunt æquales, si Spatia percurfa fuerint in ratione inversa Obstaculorum.* Quantum enim Potentia una respectu Obstaculi alteram superat, tantum respectu Spatii percurfi superatur. Ex. gr. si Obstacula fuerint ut octo & sex, Viæ percurfæ ut tria ad quatuor, utraque Intensitas exprimetur per numerum vi-

\* 134. ginti quatuor \*.

Spectant hæc omnia Actiones in Obstacula sibi permixta, & solâ inertia resistunt.

De Pressionibus quæ sese mutuò destruunt nunc dicendum. Hoc in contrariis tantum contingit Pressionibus, & sunt hæc contrariæ, quando una alteri resistit, & hujus respectu format Obstaculum.

139. In hoc casu *æquales* Pressiones sese mutuò destruunt \*:

\* 125. hæc autem datur æqualitas ubi *oppositæ Pressiones æqualiter resistunt?* Nam utraque resistentiâ suâ in oppositam Pressionem agit. Resistentiæ hæc determinantur, 1<sup>mo</sup>. si ad Intensitates attendamus; sunt enim Resistentiæ ut Intensitates, quando de iisdem agitur circumstantiis: *mutatâ*  
enim

*tâ enim Potentie Intensitate, si cetera maneant, in hac eâdem ratione mutabitur Vis quâ ipsa resistit.*

Sed 2<sup>o</sup>. dum superatur Pressio, & punctum, cui applicatur, ad certam distantiam removeretur, determinata quædam, ut hoc certo tempore fiat, desideratur Actio; duplicanda hæc erit, si hoc idem, eodem tempore, bis sit efficiendum; id est, si ad duplam punctum, eodem tempore, removeri debeat distantiam. Bis tunc etiam Pressio quæ superatur eodem modo superatur, & bis resistit, id est, dupla est ipsius Resistentia, *crescit ergò 141. Potentie, cujus non mutatur Intensitas, Resistentia, ut Spatium percursum, certo tempore, à puncto cui applicatur.*

*Et diversarum Potentiarum Actiones, quibus contrariis 142. Pressionibus resistunt, sunt inter se in ratione compositâ Intensitatum Potentiarum, & Spatiorum, quæ, eodem tempore, percurri possent à punctis, quibus Potentie hæc applicantur \*.* \* 140. 141.

Deducimus ex his *Pressiones quarum Intensitates sunt 143. æquales, contrariè agentes, sese mutuò in hoc solo casu destruerè, in quo puncta, quibus applicantur, si agitata concipiantur, Vias æquales percurrunt \*.* \* 141.

*Ex positis hisce Viis æqualibus, non sese destruent, si In- 144. tensitates differant \*.* \* 140.

Potentix autem, quæ Intensitate differunt, æquales poterunt exercere Pressiones, si punctis applicentur, quæ agitata inæquales eodem tempore percurrunt Vias, & quidem ita, ut quantum Resistentia una aliam Intensitate superat, tantum respectu Viæ percurrendæ superetur \*, in quo casu inæqualitatum compensatio da- \* 143. tur.

*Sunt ergò oppositæ Pressiones æquales, & sese mutuò de- 145. struunt, si Potentiarum Intensitates fuerint inverse, ut Viæ à*

E

punctis,

punctis, quibus applicantur, percurrente, eodem tempore, concessâ horum agitatione.

- Generaliter etiam ex iisdem præmissis determinamus,  
146. quid requiratur, ut plures Potentia ad unam partem, cum unâ, aut pluribus, contrariè agentes, has destruant.

*Multiplicanda est unius cujusque Intensitas per Viam à puncto, cui applicatur, certo Tempore, percurrentem, & producta erunt inter se ut singularum Potentiarum Actiones, quibus Pressionibus contrariis resistunt. Si nunc summa productorum ad unam partem equalis sit summa productorum ad aliam, Resistentiæ oppositæ erunt æquales, & oppositæ Actiones sese mutuò destruent.*



## C A P U T VIII.

### Generalia circa Gravitationem.

#### PHÆNOMENON I.

147. **O**mnia Corpora in Terra viciniis, si nullo obstaculo cohibeantur, Terram versum feruntur.

#### DEFINITIO I.

148. *Vis quâ Corpora Tellurem versum pelluntur, vocatur Gravitatio.*

#### DEFINITIO 2.

149. *Vis illa cum relatione ad Corpus, quod Vi illâ propellitur, vocatur Corporis Pondus.*

#### PHÆNOMENON 2.

150. *Vis Gravitatis ubique in Terra viciniis, & omnibus momentis, equaliter agit.*

Parva quidem datur Gravitatis differentia in Regionibus diversis, de quâ agemus in Cap. 17. Lib. VI. Nimis tamen



tamen est exigua, ut hìc consideretur; præcipuè cùm in Regionibus, inter se vicinis, omninò sit insensibilis.

*Quando Corporis descensus Obstaculo cohibetur*, Pon- 151.  
dere suo semper æqualiter Obstaculum premit, Terræ cen-  
trum versùs tendens; *potest ergò haberi pro Potentiâ in*  
*Obstaculum agenti*, & quæ de Potentiis in Capite præce-  
denti sunt demonstrata, hìc etiam locum habent.

PHÆNOMENON 3.

*Corpora quæ Vi Gravitatis descendunt, si omnis tollatur* 152.  
*Resistentia, sunt æquè velocia.*

Phænomenon hoc Experimento patet.

EXPERIMENTUM.

Machinæ Pneumaticæ, cujus ope Aër ex vasis edu- 153.  
citur, varii Cylindri vitrei ita imponuntur, ut unicum  
Cylindrum forment sex aut septem pedes altum, & cu-  
jus diameter est quatuor aut quinque pollicum. Aër  
evacuatur; & frustum Auri cum leviori Plumulâ, è su-  
periore parte hujus evacuati vasis, eodem momento,  
dimittuntur; & eodem exactissimè momento ad fundum  
perveniunt.

Si quidam Aër admittatur, & Experimentum repe- 154.  
tatur, differentia in descensu, ex Aëris resistentiâ oriun-  
da, observatur.

Quomodo hocce Experimentum sit instituendum, &  
quomodo commodè variis vicibus repetatur, in *Parte I.*  
*Libri III.* dicam quando de Machinâ Pneumaticâ, & iis  
quæ cum hac relationem habent, agam.

Ex alio etiam Experimento, in sequentibus memo-  
rando, idem hocce Phænomenon deducitur.

Ex hisce sequitur, Gravitate Obstacula quæcunque, 155.  
per æqualia Spatia, æqualibus temporibus, transferri;



- ex Actione immediatâ Gravitatis; patet enim Corpora in primo momento eodem modo moveri, & in singulis momentis sequentibus eodem modo accelerari; sunt
- \* 132. ergò Actiones Gravitatis in Corpora ut ipsa Corpora \*.
156. id est *Pondera sunt ut Quantitates Materia*; singulaeque Materiae Particulæ æquales æqualiter ponderant, cujuscunque Corporis Particulæ fuerint.
157. Quando Pondus consideratur ut Potentia, Intensitas Potentiæ proportionalis est quantitati Materiae in Corpore ponderanti, & Potentiæ directio est Terræ centrum versùs.

Hæc de Gravitate notanda erant, quia Ponderibus in Experimentis circa Pressiones instituendis utimur.



## C A P U T IX.

*De quibusdam Machinis, quæ in pluribus Experimentis usu veniunt.*

### D E F I N I T I O I.

158. **T** *Trochlea simplex, est Orbiculus circa Axem volubilis, cui circumpositus Funis Ductarius dictus.* Trochlea exhibetur in T, Funis Ductarius est *a b c d*.

TAB. III.  
Fig. 6.

Hæc Machinâ Potentiæ directio mutatur, nec ullius alijs usus est, quando suo loco est fixa; in hoc enim

159. casu, *Vis, seu Potentia, Funi Ductario applicata, ut M,*
- \* 144. *Intensitate æqualis impedimento P, equipollet Impedimento* \*; Impedimentum enim est contraria Potentia, quæ si agitetur per Spatium transfertur æquale Viæ, eodem tempore, à Potentiâ oppositâ percurse.

In Experimentis, quibus Potentiarum Actiones illustramus,





stramus, sæpè Trochleis utimur; Pondera enim adhibentur, quorum directiones, cùm omnes deorsùm tendant, frequenter mutandæ sunt.

Plurimæ Trochleæ cum ipsis Machinis cohærent, aliæ separatæ sunt, & diversis Machinis applicari possunt. Tales exhibemus in T, & T. Utriusque autem formæ plures desiderantur; quinque aut sex sufficiunt.

TAB. IV.  
Fig. 1. 3.

TROCHLEA,

*Cujus Capsula circa Axem volubilis est.*

Hujus Trochleæ Orbiculus *m*, more solito rotatur; 160. sed præterea, quando firmata Trochlea, est, hujus Capsula mobilis est, & positâ Caudâ verticali, planum Orbiculi *m*, omnes situs possibiles verticales adipisci potest.

TAB. IV.  
Fig. 1. 2.

Partes hujus Trochleæ separatas exhibemus in Fig. 2. & sunt. 1. Cauda R, ad quam etiam referri debet Cochlea D. 2. Capsula S, cujus pars est Lamina *g*. 3. Tandem ipse Orbiculus *m*.

Auxilio Caudæ, Machinis conjungitur Trochlea, & firmatur; tunc Caudæ pars *c*, per aperturam quadratam, quam exactè replet, transmittitur, & Lamina *b* superficiiei Corporis, actione Cochleæ D, arctè applicatur.

Orbiculus *m* capsulâ suâ includitur, & in hac suspenditur inter Laminas *g* & *f*, Axeos Orbiculi extremis, in foramina *i*, *i*, penetrantibus ita, ut in his Axis hic versetur. Lamina *g*, in hoc casu, solido *e* applicatur, & Cochleis *l*, *l*, firmatur.

Idem solidum *e* perforatum est in *n*; cavitas est cylindrica, & in interiori benè levigata. Per hanc penetrat Clavus Chalibeus *q*, exactè cylindricus, benè politus, & qui cavitatem replet. In extremitate sua *n* paulò latior hæc est, ut caput Clavi recipiat.

E 3

Clavus.

Clavus hic penetrat in Tubum *a*, Caudæ *R*; tunc Tubi orificium applicatur solido *e*, quod cum Caudâ conjungitur pinnulâ *p*, quæ per Tubum *a*, & Clavum in Tubo penetrat, ibique hæret.

Conjunctis sic omnibus partibus, Capsula, Orbiculum continens, circa clavum *q* volubilis est.

T R O C H L E A ,  
*Caudâ planâ, instructa.*

161. Hujus Trochleæ constructio, ex inspectione Figuræ  
TAB. IV. satis patet. Partes separatæ in Fig. 4. exhibentur: Cau-  
Fig. 3. 4. da est *l*, hæc sulco intruditur, ubi Trochlea in aliquo loco firmanda est.

In his Fig. 1. 2. 3. 4. Tab. IV. dimensiones omnes ad dimidium veræ magnitudinis reductæ sunt.

C O L U M N A ,  
*Variis Experimentis, demonstrandis, & Machinis susti-  
nendis, accommodata.*

162. Columna lignea *C* in mensâ erigitur, & firmatur Coch-  
TAB. IV. leâ *B*, quæ Caudæ *A*, infra mensam, per foramen rotun-  
Fig. 5. dum, penetranti, applicatur.

Perforata hæc Columna est ab *a* ad *b*; & ad anticam posticamque partem explanata hæc est juxta latera aperturæ, quæ ubique ejusdem latitudinis est.

163. Huic Columnæ sæpè jungitur alia minor *G*, hoc plerumque fit interposito Annulo ligneo *E*, quem trajicit Cochlea *D*, quæ etiam penetrat in Columnæ minoris cavitatem *d*, quæ cum Cochleam contineat ipsi *D* respondentem faciliè firmatur.

164. Eodem modo aliquando Columnæ huic minori *G*, cum *C* jam conjunctæ, super imponitur caput *H*, quod auxilio Cochleæ *I*, in ipsum caput penetrantis, firmatur.  
Coch.

Cochlea exterior F cum Cochleis D & I congruit, & hujus usum statim videbimus.

Figuræ hujus, 5<sup>ta</sup>, dimensiones ad sextam partem sunt reductæ.

Brachia varia prædictæ Columnæ applicantur, & exhibentur in Fig. 6. 7. 8. 9., reductis dimensionibus tantum ad semissem.

I. Primum ex his Brachiis exhibetur in Q. Columnæ 165. ut conjungatur, per foramen *f*, transmittitur Cylindrus TAB. IV. Fig. 6. aut Cochlea D (Fig. 5.), quæ foramen replet, & circa quam Brachium volubile est ita, ut, in situ quocunque, firmari possit, applicatâ Cochleâ F, aut Columnâ minori G.

In extremitate Brachii, datur in *e* foramen rotundum, 166. per quod transit Cauda Unci V, quæ in ipso foramine volubilis est, & firmatur Cochleâ R, interpositâ lamellâ cupreâ I, ne lignum Cochleæ compressione lædatur.

II. Secundum Brachium delineatum habemus in M; 167. hujus Cauda N in Columnæ aperturam *a b* (Fig. 5.) in TAB. IV. Fig. 7. truditur; cujus latitudinem Cauda hæc exacte replet, dum in ipsâ mobilis est, ita, ut Brachium in loco quocunque aperturæ firmari possit, auxilio Cochleæ O, P.

In Brachii extremitate explanatâ foramina duo dantur *d*, & *c*, rotundum unum, quadratum alterum.

In primo firmari potest uncus V Brachii primi, ut hoc 168. de foramine *e* (Fig. 6.) diximus \*. \* 166.

Secundum foramen *c* usu venit, quando Trochlea T 169. (Fig. 1.) Brachio applicanda est \*; congruit enim fo- \* 160. ramen cum ipsâ Caudâ Trochleæ.

III. Brachium tertium A, eodem modo ut sequens, 170. Columnæ conjungitur, quando huic superimposita est TAB. IV. Fig. 8. Co-

\* 163. Columna minor G (*Fig. 5.*) \*, cujus Cochlea I, per foramen *f* Brachii, transit, & firmatur ut de Brachio

\* 165. primo diximus \*.

171. Brachium, de quo agimus, A latius est in anteriore parte B C. Armata est pars hæc Laminâ cupreâ E C B D, in extremitatibus latera Brachii versùs inflexâ; ut sustineat Orbiculos O, O, volubiles circa Axes ut D, & inter Brachium & Laminam suspensos.

172. Lamina hæc in medio latior est ita, ut ultra lignum promineat; in qua parte prominente tria dantur foramina, unum in medio *g*, duo lateralia, æqualiter à *g* distantia *e*, *e*. Uncus etiam V cum hoc Brachio cohæret; sed de ipsius situ dicam ubi de usu ejusdem agam.

173. Quartum Brachium A, Columnæ conjungitur ut de TAB. IV. tertio dictum \*.

Fig. 9.

\* 170. Prominentiam in anteriori parte habet E, in quâ firmari potest Trochlea T (*Fig. 1.*) \*; hujus Cauda tunc trajicit foramen quadratum *c*, cum quo pars quadrata Caudæ congruit.

174. Lamina D B Brachio applicata est; cum hac cohærent unci quinque V, V, V, V, V; de quorum distantia, & situ, dicam, ubi ipsorum usum explicabo.

175. Et alia Lamina cuprea F G H I cum Brachio conjuncta est. Hujus pars G H à ligno distat paulò magis semi pollice. In hac Laminæ parte tria dantur foramina angusta; quorum duo extrema apparent in *t*, *t*; medium Lamina M L tegit.

176. Laterali superfici Brachii Laminæ duæ applicantur Q R, L M. Prima fixa est, & in parte extremâ, quæ ita flexa est, ut cum ipsâ Laminâ angulum efficiat rectum, foramen datur angustum *s*,

Lami-



Lamina LM retinetur Clavo muscario O, circa quem 177.  
volubilis ipsa est; parum nihilominus agitari tantum po-  
test, propter Cochleam *n*, per foramen L penetrantem,  
quâ tamen, propter hujus foraminis magnitudinem, non  
omnis motus impeditur. Firmatur autem Lamina au-  
xilium ejusdem Cochleæ, quando cum hac conjungitur  
hujus pars exterior N.

In hoc Brachio foramina dantur quatuor, unum apparet 178.  
in P, tria reliqua in superficie oppositâ habentur; his in-  
truduntur paxilli ut X, cum quibus cohærent fila quæ fo-  
ramina *t*, *t*, *t*, *s*, trajiciunt.



## C A P U T X.

### *De Librâ, & Centro Gravitatis.*

**P**ondera explorantur, id est, quantitates Materiæ in 179.  
singulis Corporibus comparantur \*, adhibitâ Librâ, \* 156.  
aut Balance, Instrumento notissimo.

#### D E F I N I T I O 1.

*Axis Libræ vocatur Linea, circa quam Libræ movetur, 180.  
aut potius rotatur.*

#### D E F I N I T I O 2.

Quando ad longitudinem Brachiorum, sive Jugi, at- 181.  
tendimus, Axis consideratur ut punctum, & vocatur  
*Centrum Libræ.*

#### D E F I N I T I O 3.

*Puncta suspensionis, aut applicationis, vocantur, puncta 182.  
in quibus vel actu sunt, vel liberè dependent, Pondera,  
aut Lances, quibus Pondera imponuntur.*

F

Circa

Circa hanc Machinam sequentia notanda sunt.

183. *Pondus gravat Punctum, si liberè ab hoc dependeat, ad quamcumque altitudinem, eodem modo ac si in ipso positum intelligeretur.*

Pondus enim Corporis ad omnes altitudines æqualiter trahit Funem quo suspenditur. \*

#### EXPERIMENTUM 1.

- TAB. VI.  
Fig. 1. 184. Libræ AB, Pondus P, ope funis BD, applicatur, & ad varias suspenditur altitudines; & eo situs Libræ non mutatur.

185. *Actio Ponderis ad movendam Libram eò major est, quò magis Punctum, Pondere gravatum, à Centro Libræ distat; & hæc Actio sequitur proportionem distantie prædicti Puncti ab illo Centro.*

TAB. VI.  
Fig. 2.

Quando Libra rotatur, in eodem Libræ motu, Punctum B percurrit Arcum Bb, & Punctum A Arcum Aa, quorum ultimus maximus est; in illo ergò Libræ motu actio ejusdem Ponderis varia est, pro Puncto cui applicatur, & sequitur proportionem Spatii ab hoc Puncto percurfi \*; est ergò in A, ut Aa, in B, ut Bb; Arcus verò hi sunt inter se ut CA, CB.

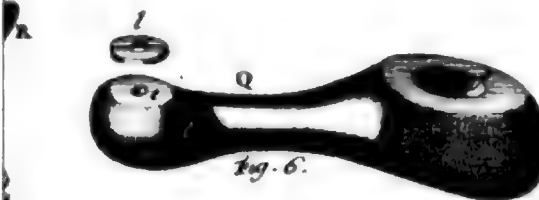
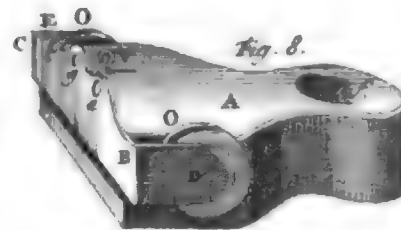
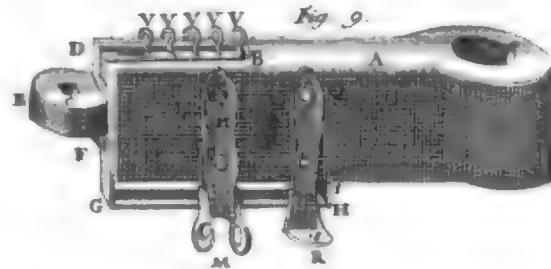
#### EXPERIMENTUM 2.

- TAB. VI.  
Fig. 3. 186. Libræ AB, cujus jugi longitudo est duorum pedum, brachia singula in partes centum æquales divisa sunt, posito divisionum initio in ipso Centro Libræ.

Actio Unciæ unius, applicatæ 60. divisioni, æqualis est actioni trium Unciarum 20. divisioni suspensarum.

187. Ut hoc Experimentum, cum quibusdam sequentibus, commodè instituat, varia dantur Pondera ænea unius Unciæ, ut P, quæ divisionibus Jugi applicari possunt, & in inferiori parte uncum habent. Dantur quoque Lan-

**TAB. IV.**





ces variæ, ut L, quæ singulæ, cum filis & unco quo suspenduntur, exactissimè etiam ponderant Unciam unam.

Actiones Ponderum in Libram, cæteris paribus, differre, ut ipsa Pondera differunt, clarum est. Hæ autem Actiones non possunt differre nisi respectu Ponderum aut distantiarum à Centro; unde deducimus; *Actio- nem Ponderis ad movendam Libram sequi rationem compositam ipsius Ponderis, & distantia hujus à Centro Libra* \*. \* 185. Multiplicando Pondus per suam à Centro distantiam productum exprimit Actionem.

DEFINITIO 4.

*Libra in æquilibrio dicitur, quando Actiones Ponderum, in utrumque brachium, ad movendam Libram, sunt æquales ita, ut sese mutuò destruant, ut in præcedenti Experimento.*

DEFINITIO 5.

*Quando Libra est in æquilibrio, Pondera ab utrâque parte dicuntur equiponderare.*

*Pondera inequalia possunt equiponderare; Datur tale æquilibrium, quando distantia à Centro sunt reciprocè ut Pondera* \*. In hoc enim casu, si unumquodque Pondus per suam distantiam multiplicetur, producta erunt æqualia \*. Confirmatur hæc Propositio præcedenti Experimento.

Hoc fundamento nititur Statera Romana, quâ unico Pondere Corporum gravitates explorantur.

EXPERIMENTUM 3.

Statera Romana AB duo habet brachia admodum inæqualia; breviori Lanx applicatur: alterum in partes æquales dividitur, posito divisionum initio in Centro motus; divisiones majores numeris notantur, & singule in octo minores, æquales quoque inter se, iterum

TAB. VI.  
Fig. 4.

dividuntur. Pondus tale ei applicatur, ut, in primâ divisione majori suspensum, æquiponderet cum Semi-librâ Lanci impositâ: tum Corpus explorandum Lanci imponitur, & Pondus memoratum per longitudinem brachii movetur, donec detur æquilibrium; divisiones majores inter Pondus & Libræ Centrum interceptæ, Semi-librarum numerum denotant, quas Corpus ponderat; subdivisiones Uncias indicant. Minus etiam Pondus quodcumque adhiberi potest, quo minores differentiæ inter Corporum pondera determinari queunt.

195. Eodem etiam nititur fundamento Bilanx fallax, cujus nempe brachia sunt inæqualia.

#### EXPERIMENTUM 4.

196. Libræ superius memoratæ \* duæ Lances, ponderis inæqualis, ut detur æquilibrium, applicantur, ab unâ parte centesimæ, ad alteram nonagesimæ sextæ divisioni. Si tunc duo Pondera dentur quæcumque, quæ sint inter se ut 24. ad 25, ex. gr. primum duodecim Unciarum, secundum duodecim Unciarum cum semisse, & illud primæ Lanci, hoc verò secundæ, imponatur, æquiponderabunt.

TAB. VI.  
Fig. 5.  
\* 186.

197. *Plurima Pondera, variis divisionibus brachii ejusdem applicata, cum unico Pondere possunt æquiponderare.* Requiritur, ut productum hujus Ponderis, per suam distantiam à Centro, æquale sit summæ productorum omnium aliorum Ponderum, singulatim unumquodque per suam distantiam à Centro multiplicatorum.

#### EXPERIMENTUM 5.

198. In uno Libræ brachio Pondus duarum Unciarum vigesimæ divisioni, Pondus unius Unciæ trigesimæ, & tandem Pondus trium Unciarum sexagesimæ divisioni, applicantur; & æquilibrium datur, si Pondus unicum quinque

TAB. V.  
Fig. 1.

que Unciarum quinquagesimæ divisioni, alterius brachii, suspendatur.

Multiplicando 50 per 5, productam habemus 250. In alio brachio tria habemus producta,  $20 \times 2$ , id est 40,  $30 \times 1$ , id est 30, &  $60 \times 3$ , nempe 180. Colligendo nunc 40, 30, 180, in unam summam, etiam habemus 250.

*Plurima Pondera, numero inequali, ad utramque partem applicata, possunt æquipoponderare.* In hoc casu, si unumquodque multiplicetur per suam distantiam à Centro, summæ productorum ab utrâque parte erunt æquales: & si summæ istæ sunt æquales, datur æquilibrium.

EXPERIMENTUM 6.

Ex inspectione figuræ Experimentum hoc satis patet. Multiplicando singula Pondera, per suas à Centro distantias, habemus ab unâ parte producta 15, 40, 110, 80, 90, 500, ad aliam partem 70, 105, 300, 360: quorum summa utraque est 835. 200.  
TAB. V.  
Fig. 2.

Ad perfectionem Libræ requiruntur. 1. Ut puncta suspensionis Lancium, aut Ponderum, sint exactè in eâdem lineâ cum Centro Libræ. 2. Ut ab utrâque parte exactè ab isto Centro æquidistant. 3. Ut Libræ brachia, quantum commodè fieri potest, sint longa. 4. Ut in motu Jugi & Lancium, quantum fieri potest, parvus sit attritus. 5. Ut partes Axeos, quæ Jugo separantur, sint exactissimè in eâdem lineâ rectâ. 6. Tandem ut Centrum Gravitatis Jugi detur paululum infra Centrum motûs. 201.

DEFINITIO 6.

*Centri Gravitatis vocatur punctum in Corpore, circa quod omnes partes Corporis, in quocumque situ positi, in æquilibrio sunt.* 202.



203. Corpora singula, aut varia juncta, five sint contigua, five separata, commune Centrum Gravitatis habere, in Scholio sequenti 1°. demonstramus.

204. *Quando Centrum Gravitatis sustinetur, Corpus quiescere potest*; quia inter partes oppositas æquilibrium datur.

EXPERIMENTUM 7.

205. Corpus A sustinetur & quiescit, quia hujus Centrum  
TAB. VI. Gravitatis *c*, sustinetur à fulcro F.  
Fig. 6.

206. *Quando Centrum Gravitatis non sustinetur, Corpus movetur donec sustineatur Centrum hoc.* Non enim circa aliud punctum partes oppositæ sunt in æquilibrio.

EXPERIMENTUM 8.

207. Corpus A mensæ impositum cadet, & Corpus B in  
TAB. V. situ, in quo repræsentatur, non manebit, quia horum  
Fig. 3. Centra Gravitatis non sustinentur.

Ex hisce causa deducitur, quare Corpora quædam, Planis inclinatis imposita, devolvantur; & alia simpliciter labantur.

EXPERIMENTUM 9.

208. Corpus A labitur, quia hujus Centrum Gravitatis à  
TAB. V. Plano inclinato sustinetur, id est, linea verticalis, quæ per  
Fig. 4. hoc Centrum transit, Planum inclinaturn secatur in basi Corporis. Corpus verò B devolvitur, quia verticalis linea, quæ transit per Centrum Gravitatis, secatur planum inclinaturn extra Corpus.

209. Ex prædictis etiam sequitur, Corpus descendere quando Gravitatis Centrum descendit, id est, Terræ Centrum versus movetur.

Aliquando in hoc casu Corpus ascendere videtur: sæpe etiam reverà, si integrum ipsius volumen consideremus, ascendit; quando Centrum figuræ Corporis cum Centro Gravitatis non coincidit.

Ex-

EXPERIMENTUM IO.

Duo Plana IHLM & FDE verticalia, ita disponun- 210.  
tur, ut angulum contineant; quare distantia EL minor TAB. VII.  
est distantia DH; puncta autem D, H, magis elevata Fig. 1.  
sunt quàm E, L.

Inter hæc Plana ponitur rota A, cujus axis B formatur ex  
duobus conis, quorum bases ipsi rotæ applicatæ sunt. Ro-  
ta à lateribus DE, HL, Planorum sustinetur, & sponte  
DH versùs, ubi elevatio maxima est, tendit.

Propter majorem inter Plana distantiam in DH, Rota  
A, cujus axis ab utrâque parte est conus, magis descen-  
dit inter Plana, quando illam partem versùs movetur;  
ideò Gravitate suâ huc fertur, si modò descensus inter Pla-  
na superet adscensum, ex anguli HCD inclinatione ad  
horizontem oriundum.

EXPERIMENTUM II.

Cylindrus ligneus A, intus à latere continet cylin- 211.  
drum plumbeum P, qui capsulâ ligneâ *b d* continetur, ut TAB. V.  
firmetur. Centrum Gravitatis est in sectione ad basin pa- Fig. 5.  
rallèlâ, cylindrum in duas partes æquales dividente, &  
in puncto, respondentì puncto basis *c*.

Cylindrus hic utcunque positus, movebitur, donec  
Centrum Gravitatis memoratum sit in infimo, ad quem  
pervenire potest, loco.

Si Plano inclinato imponatur, in eo situ in quo hîc de-  
lineatur; descendet Centrum Gravitatis, dum Corpus  
juxta planum adscendet, positâ justâ plani inclinatione.

Adscendit Corpus dum rotatur partem plani superio-  
rem versùs; sed dùm sic rotatur, cavendum ne juxta pla-  
num labatur; retinetur autem Fune, quo pro parte Cylin-  
drus circumdatur, cujus extremitas Cylindro in F conne-  
ctitur,

ctitur, extremitate alterâ in E plano affixâ manente.

212. Uterius ex iis, quæ de Centro Gravitatis dicta sunt, deducimus; *Punctum, in quocunque Corpore, aut Machinâ, quod sustinet Centrum Gravitatis Corporis, totum huius pondus sustinere: integramque Vim, quâ Corpus Terram versus tendit, in hoc Centro quasi coactam dari.*

### EXPERIMENTUM 12.

213. Si Regula AB, brachio Libræ suspendatur, & æquiponderet cum pondere P, in omni situ æquiponderabit; quia  
TAB. V. Centrum Gravitatis C eodem modo sustinetur, & eidem  
Fig. 6. puncto suspensionis semper respondet.



### SCHOLIUM I.

#### De Centro Gravitatis.

- \* 201. **C**entrum Gravitatis diximus esse Punctum in Corpore, circa quod omnes huius partes, in quocunque situ ponatur, sunt in æquilibrio \*: tale Punctum in Corpore quocunque revera dari, cum plerisque Mechanicis posuimus, hoc nunc demonstrabimus.
214. Sint Puncta duo Gravia A & B, inæqualem quamcunque Gravitatem habentia; concipiantur hæc iuncta, lineâ inflexibili, rectâ, sine pondere; Detur in  
TAB. VI. hac Punctum C tale, ut CA sit ad CB, ut pondus Puncti B ad pondus Puncti A. Pondera hæc in æquilibrio erunt circa C, & quidem in situ quocunque,  
Fig. 7. ut ex ante demonstratis \* deducitur; idem si sustineatur Punctum C, sustinentur Puncta A & B, & harum actio in puncto C quasi coacta est.
- \* 185. Detur tertium Punctum grave D, ponderis cuiuscunque; jungantur D & C, etiam rectâ inflexibili, ponderis experti; sitque in hac Punctum E, ita determinatum, ut EC se habeat ad ED, ut pondus Puncti D ad summam ponderum Punctorum A & B.
- Si A & B iuncta darentur in C, circa E daretur æquilibrio, posita lineâ CD in situ quocunque \*: sed A & B, ut demonstravimus, in situ quocunque lineæ AB, agunt quasi in C iuncta essent; ergo tria Pondera A, B, D, lineis inflexilibus iuncta, in situ quocunque, in æquilibrio sunt circa Punctum E; quod ergo est Centrum Gravitatis trium Punctorum. Puncta hæc etiam nullum aliud habere Centrum Gravitatis, præter Punctum E, ex eadem demonstratione constat.
- Si quartum daretur Punctum Grave, lineâ inflexibili, rectâ, jungendum hoc foret





foret cum E, & simili demonstratione constaret, quatuor Puncta commune habere Gravitatis Centrum, & unicum hoc esse.

Cum verò eadem demonstratio ad numerum quemcunque Punctorum referri possit, applicari poterit omnibus Punctis Gravibus, ex quibus Corpus 215. quodcunque constat: *babet ideo Corpus Centrum Gravitatis, & unicum tale habet Centrum.*

*De Centri Gravitatis Investigatione.*

Dentur Corpora, numero quocunque, quorum commune Gravitatis Cen- 216. trum sit C; per hoc concipiamus Planum horizontale, quod sit Planum ip- TAB. VI. sius figuræ. Sint Centra Gravitatis ipsorum Corporum A, B, D, E, F; si Fig. 8. Centra hæc in ipso Plano horizontali memorato non dentur, ad hoc referenda sunt lineis verticalibus, & eodem modo Planum Corpora gravabunt ac si ipsorum Centra Gravitatis darentur in Punctis; in quibus lineæ hæc verticales Planum secant \*.

Sustineatur Planum lineâ GH; habentur Actiones Ponderum ad movendum Planum circa lineam GH, multiplicando Pondus unumquodque per suam 217. distantiam à lineâ GH\*, & summa productorum dat integram Actionem, quâ \* 180. omnia Pondera simul Planum premunt, ad hoc circa GH agitandum.

Omnia autem Pondera agunt, quasi essent in C\*; idcirco habetur etiam \* 211. ipsorum Actio, multiplicando summam Ponderum per distantiam Puncti C à lineâ GH: Si ergò summa memorata productorum, quæ, ut patet, huic ultimo productio æqualis est, dividatur per summam Ponderum, datur in quotiente distantia Centri Gravitatis à lineâ GH.

Quando agitur de Ponderibus, quæ lineis verticalibus ad Planum horizontale referuntur, distantia Punctorum, ad quæ Pondera referuntur, à lineâ GH, sunt æquales distantia Centrorum Gravitatis ipsorum Corporum à Plano verticali, per GH transeunt.

Cum verò hæc demonstratio locum habeat in quocunque situ Corpora dentur, si lineis inflexilibus, & sine pondere, Corpora inter se cohereant, nullum potest concipi Planum, quod non, servato ipsius situ respectu Cor- 218. porum, possit fieri verticale; unde sequitur datis Corporibus & Plano quocunque, distantiam Centri Gravitatis à Plano detegi, multiplicando pondus uniuscujusque Corporis per sui Centri Gravitatis distantiam à Plano, & dividendo productorum summam per summam Ponderum omnium Corporum.

Si similem demonstrationem applicemus Plano, quod inter Corpora trans- 219. it, differentia, inter summam productorum ab utrâque parte, per Ponderum summam dividenda erit, ad detegendam memoratam distantiam Centri Gravitatis à Plano.

Ex hisce deducimus methodum, quâ investigatur Centrum Gravitatis; qua- 220. rendo hujus distantiam à tribus Planis \*. Quæ eadem methodus ad Corpus quod- \* 212. cunque peculiare applicari potest, referendo ad hujus partes, quæ de diversis Cor- 221. poribus sunt demonstrata.

Si Corpora, quorum commune Gravitatis Centrum queritur, sua peculiaris 222. Gravitatis Centra in eodem Plano habeant, determinatur quæsitum Centrum, detegendo hujus distantiam à duabus Lineis \*, utcumque in eodem hoc Plano ductis. \* 217.

Quando peculiaris Gravitatis Centra in eadem Lineâ dantur, detegitur commu- 223.

ne Gravitatis Centrum operatione unicâ, quâ hujus distantia à Puncto quocunque; in eadem illâ Lineâ sumto, determinatur; multiplicando nempe unumquodque Pondus per distantiam à Puncto adsumto, & summam productorum dividendo per Ponderum summam, in quotiente dabitur Centri quæsitæ distantia à Puncto adsumto, si omnia Pondera deantur ad eandem partem. Sed si inter Pondera Punctum adsumtum detur, producta ab unâ parte subtrahenda erunt ex summâ productorum ad aliam partem Puncti adsumti, & hæc differentia, divisa per summam Ponderum, dabit quod quærimus.

## S C H O L I U M II.

*Arithmetica Mechanica.*

224. **R**egulæ quatuor Arithmeticæ, Additio, Subtractio, Multiplicatio, &  
 \* 186. Divisio, ope Libræ superius memoratæ \*, cujus brachia in partes æquales sunt divisa, faciliè institui possunt, Operationumque demonstratio ex ante memoratis quàm facillimè deducitur; satis ideo erit ipsas Regulas exemplis illustrare.

Habeatur pondus quodcunque pro Unitate; Uncia Ex. gr.; decima pars Unciæ eodem modo posset adhiberi.

225. Sit numerus 364 Libræ applicandus; tres Uncias centesimæ applico divisioni & Unciam unam divisioni 64<sup>ta</sup>.

226. Gravetur brachium Libræ utcunque; quem numerum valeat actio hæc, determinamus, suspendendo in centesimâ divisione brachii oppositi pondus, quod augeatur additâ successivè Unciâ atque Unciâ, donec actio hæc prævaleat: ponamus novem Uncias nondum æquilibrium dare, decem autem excedere; relictis novem, motu unius juxta brachium quæro æquilibrium, detur hoc ubi pondus ad 47 divisionem pervenit, actio quæsitæ valebit 947.

227. **ADDITIO.** Sint addenda 34, 54, 268, 407, 45, 65. Separatim numeros hos applico eidem brachio Libræ \*; quæro hujus actionis valorem \*; & detego 873, summam quæsitam.

228. **SUBTRACTIO.** Ex summa numerorum 567, 258, subtrahendi sunt numeri 489, & 56. Numeros primos uni applico brachio \*; subtrahendos alteri applico \*, & quæro quantum valeat actio, quâ æquilibrium instaurari potest \*, & detego differentiam quæsitam 280.

229. **MULTIPLICATIO.** Detur numerus 67, multiplicandus per 15. Pondus 15. suspendo divisioni 67, & quæro valorem \*, quo productum quæsitum \* detego 1005.

230. **DIVISIO.** Sit 1005. numerus dividendus per 15. Numerum dividendum applico Libræ \*, & movendo pondus quindecim juxta brachium, quæro æquilibrium, quod datur ubi pondus ad 67 divisionem, quotientem designantem, pervenit.

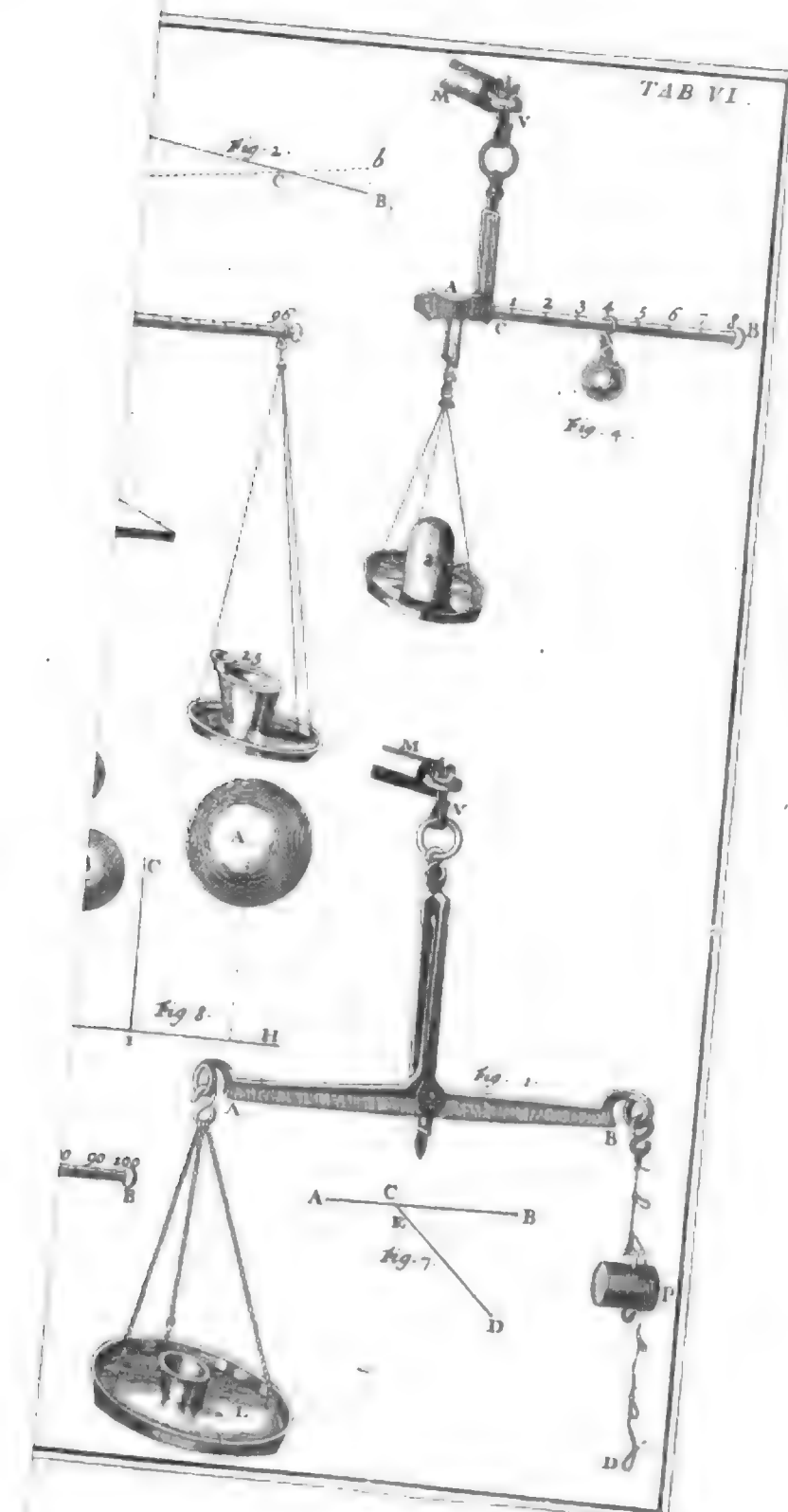
Præstat in hisce duabus ultimis Operationibus, ut & in sequenti, minori pondere pro Unitate uti; sit ergo Unitas decima pars Unciæ.

231. **REGULA PROPORTIONIS.** Multiplicatione & Divisione peragitur; sed, hac adhibita Machinâ, unica Operatio sufficit. Datis 77, 132 :: 63, quæ-

ritur



TAB VI.





ritur quartus Proportionis terminus. Tredecim Uncias cum duabus partibus decimis, id est, pondus quod valet 132 applico divisioni 632. Divisioni autem 77m2, alterius brachii, applico pondus quod mutandum donec æquilibrium habeatur; sic tentando detego pondus desiderari decem Unciarum cum octo partibus decimis, quod indicat numerum quæsitum esse 108.



## C A P U T X I .

### *De Vecte, Machinarum simplicium primâ.*

#### D E F I N I T I O I.

**V**ECTIS à Mathematicis vocatur Linea recta, inflexibilis, Ponderibus sustinendis, aut elevandis, accommodata, Ponderis vel nullius, vel saltem æquabilis, ut A B. 232.  
TAB. VII.  
Fig. 2. 3. 4.

Ubi Pondera elevanda sunt applicatur Linea hæc Fulcro, ut circa punctum mobilis sit.

Inter Machinas, quæ simplices vocantur, primum locum occupat, est omnium simplicissima; & usu venit, quando Pondera ad parvam altitudinem elevanda sunt.

Quatuor aliæ dantur Machinæ simplices, de quibus in tribus Capitibus sequentibus.

Circa Vectem tria considerari debent. 1. Pondus sustinendum, aut elevandum, P. 2. Potentia, quâ sustinetur, aut elevatur, quæ hîc Pondere Q designatur, & vulgò est actio Hominis. 3. Fulcrum, quo Vectis sustinetur, & super quo movetur, aut potius rotatur, dum ipsum immobile manet, F. 233.  
TAB. VII.  
Fig. 2. 3. 4.

Vectes ad tria Genera referuntur.

1. Vectis est primi generis, quando Fulcrum inter Pondus & Potentiam collocatur. 234.  
TAB. VII.  
Fig. 2.

2. Secundi generis dicitur, quando Pondus inter Fulcrum & Potentiam Vecti applicatur. TAB. VII.  
Fig. 3.

TAB. VII.  
Fig. 4.

3. In Vecte tertii generis Potentia agit inter Pondus & Fulcrum.

\* 185. In omnibus casibus regulæ eædem locum habent, quæ ex iis, quæ de Librà dicta sunt \*, sequuntur, & quæ analogiam inter Libram & Vectem ostendunt. Vectis primi generis est quasi Statera Romana ad elevanda Pondera accommodata.

235. *Actio Potentia, & Ponderis resistentia, crescunt in ratione distantia à Fulcro \**; ideòque, ut Potentia valeat ad sustinendum Pondus, requiritur, ut distantia Puncti in Vecte, cui applicatur, sit ad Ponderis distantiam, ut Pondus ad Potentia Intensitatem \*, quæ si paululum augeatur, aut magis à Fulcro removeatur, Pondus elevat.

#### EXPERIMENTUM 1. 2. & 3.

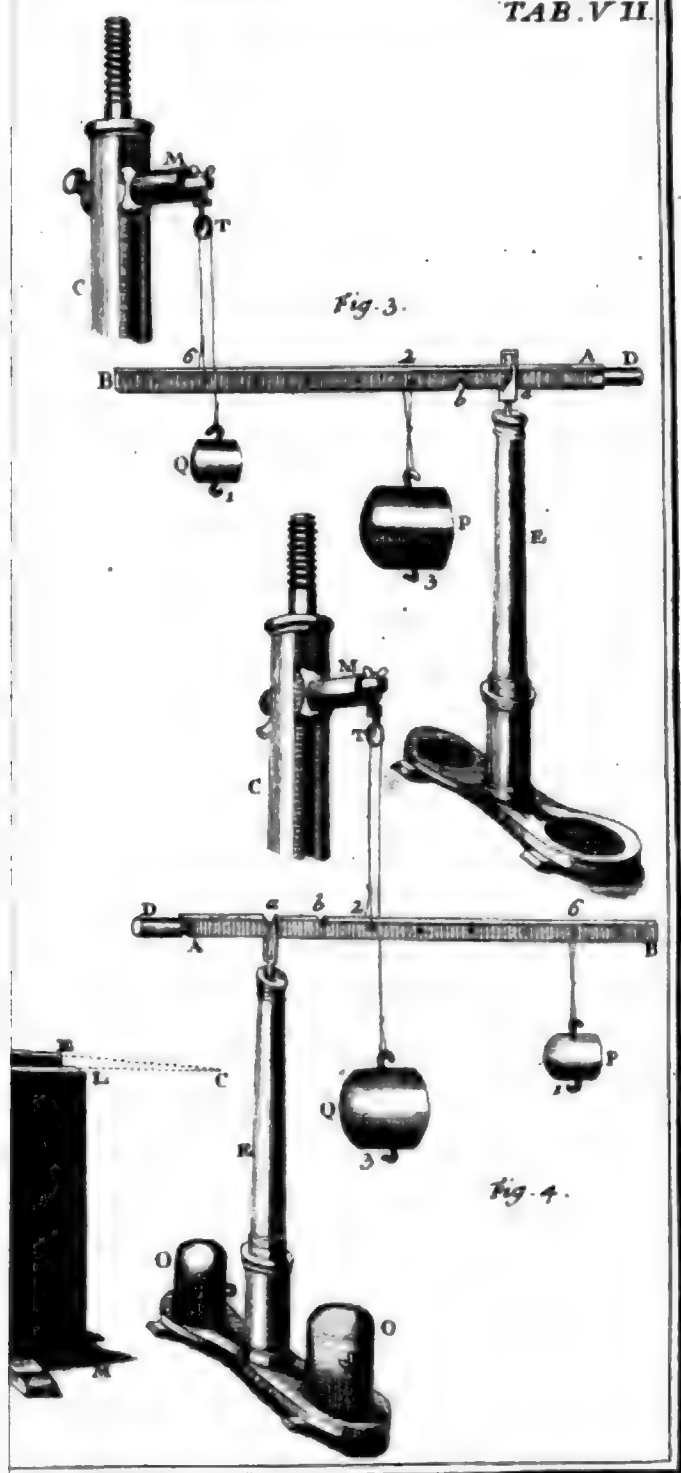
236. Hæc regula Experimentis confirmatur in tribus memoratis Vectibus, ut patet in Fig. 2. 3 & 4. TAB. VII.; Æquilibrium enim datur, quando Pondus P, & Pondus Q quod Potentiam repræsentat, ut & distantia à Fulcro F, proportionem habent, quæ datur inter numeros in Figuris.

TAB. VII.  
Fig. 2. 3. 4.

237. Regula ex duriori ligno usu venit, quæ ut ipsa in Æquilibrio sit, huic applicatur Pondus ut D, quod eò majus desideratur, quò minus à Regulæ lignæ extremitate removetur Fulcrum; quare in A Cochleam habemus prominentem, cujus ope cylindrus cupreus D, qui variari potest, cum Vecte conjungitur.

Ne autem Regulæ lignæ latitudo turbet Experimentum, in medio hujus latitudinis foramina dantur, ita ut Linæ, per medium hoc ductæ, Potentiæ & Pondera applicentur. Incisiones etiam dantur duæ a & b in quas Fulcrum ita penetrat, ut ipsa dicta Linea immediatè sustineatur.

Re-





Reliqua ulteriori explicatione non indigent; C est columna \* sæpiùs jam adhibita.

\* 163.

Quæ de conferendâ Potentiâ cum Pondere elevando diximus \*, ad Vectem obliquum etiam applicari possunt. Sit talis Vectis A C B ex duabus Regulis A C, C B, angulum in C efficientibus, constructus. Fulcro Punctum C applicatur, & circa hoc Vectis rotatur: manifestum est in motu Vectis, ex situ A C B in situm  $a C b$ , angulos æquales esse A C  $a$ , B C  $b$ , & vias percurfas A  $a$  & B  $b$  à Punctis A & B, esse inter se ut distantias, A C, B C. Hac de causâ ut Potentia, in B perpendiculariter ad B C applicata, sustineat Pondus in A, desideratur ut ratio inter hoc & Intensitatem Potentiæ illa ipsa sit, sed inversa, quæ datur inter A C & B C \*.

238.

TAB. VIII.

Fig. 1.

\* 235.

\* 145.

#### EXPERIMENTUM 4.

Vectis obliquus A B, Fulcro impositus, in tali situ quiescit, in quo linea  $c a$  horizontalis est; quod obtinetur pondere D, in extremitate A cum Vecte conjuncto. Pondus P trium Librarum in  $a$  suspensum, sustinetur Potentiâ Q, quæ valet libram unam; quia  $a c$ , ad  $c b$ , ut 1. ad 3.

239.

TAB. VIII.

Fig. 2.

Filum cui connectitur Q, angulum rectum cum latere Vectis  $c b$  efficit; quod quomodo præstetur Figura demonstrat. Trochlea T caudam habet \*, quæ firmatur, dum cavitati, in latere Mensæ, intruditur.

\* 161.

Vecte etiam utuntur Operarii ad Pondera vehenda; & hujus usûs Vectis varii dantur casus, digni qui notentur, & quorum demonstratio ex dictis facile deducitur.

Circa omnes casus generaliter observandum, *Intensitatem Potentiæ, aut Intensitates Potentiarum junctas, quando plurimæ dantur, æquè pollere debere cum Gravitate Pon-*

240.

TAB. VIII.

Fig. 3.

G 3.

derum



*derum vehendorum, aut sustinendorum*: in omnibus enim casibus Potentiæ & Obstacula æquales Vias percurrunt.

242. *Si duabus Potentiis sustineri, aut vehi, debeat Pondus, inter Potentias collocandum hoc erit, & distantie Potentiarum ab utràque parte à Pondere, requiruntur in ratione inversâ Intensitatum Potentiarum.*

Potentiarum enim Actiones sese mutuò turbabunt, nisi inter has Æquilibrium detur circa Punctum suspensionis Ponderis; quo Æquilibrium posito, in Puncto hoc Potentiarum Actiones sunt coactæ, & cum Pondere contrariè agunt; ideòque hoc sustinent, propter æqualitatem inter Potentias & Pondus.

#### MACHINA,

*Quâ Experimenta demonstrantur de Veète, quo Pondera transferuntur.*

243. TAB. VIII. Fig. 3. Regula Lignea DE, cujus crassities est ferè unius Pollicis, & latitudo duorum Pollicum, sulcata est ab anteriori parte ab *m* ad *n*, etiam in partes æquales divisa.

\* 167. Cum hac Regulâ in medio cohæret solidum F, cujus ope columnæ C applicari, & ad varias altitudines firmari, potest, ut hoc supra \* de Brachio M (*Tab. IV. Fig. 7.*) diximus.

\* 161. Trochleæ caudatæ \* in Sulco firmari possunt ita, ut singulæ divisioni cuicunque respondere possint.

Secunda adhibetur Regula lignea AB, hæc Veetem repræsentat, & tenuior est; pondus hujus determinari debet, Sesquiunciam nostra ponderat.

Hæc quoque divisa est, & divisiones respondent divisionibus Regulæ DE. Perforata est Regula AB in duobus Punctis *i, i*, ab extremitatibus non admodum sed æqualiter distantibus, & duabus divisionibus, ad libitum sumtis,

sumtis, respondentibus; Fila duo, aut Funes tenuiores per hæc foramina Regulæ alligantur, & Trochleis T, T, in superiori Regulâ ipsis punctis *i, i*, respondentibus, circumponuntur, ut pondere Lancium L, L, Regula AB sustineatur, singulæ harum Lancium in nostrâ Machinâ ponderant  $\frac{3}{4}$ . Unciæ; Vectisque consideratur quasi nullum haberet Pondus; & Ponderis harum Lancium in Experimentis nulla ratio habetur. Reliquæ Lance, quæ in Experimentis adhibentur singulæ ponderant Unciam unam, quod Pondus in computationibus non est negligendum.

## EXPERIMENTUM 5.

Uni ex Lancibus L, L, Pondus imponitur octo Unciarum, alteri Pondus quatuor Unciarum. Pondera hæc, quæ repræsentant Potentias, Vectem sursum trahentes in punctis *i, & i*, sunt inter se ut unum ad duo; & juncta valent Uncias duodecim; pondus ergò duodecim Unciarum sustinere possunt \*. Hoc ipsum præstabunt si Uncias undecim Lanci unius Unciæ imponamus, & hanc in O. Vecti applicemus, ut æquilibrium detur inter Actiones Potentiarum, ne Vectis rotetur. In hac figurâ distantia inter Puncta *i, i*, est 30. divisionum, & Punctum O hanc distantiam dividit in duas partes quæ sunt inter se ut duo ad unum, id est, inversè ut Potentiæ.

## EXPERIMENTUM 6.

*Quando unâ Potentiâ duo Pondera sustinenda sunt, Potentia inter Pondera collocanda est, & tunc quæ de duabus Potentiis dicta sunt \*, ad Pondera applicari debent.* Pondera enim sustineri non possunt, nisi horum commune Centrum Gravitatis sustineatur. \*

Plurima Pondera sæpe unâ, aut plurimis Potentiis, sustinen-

246. tinentur aut vehuntur. Circa quod notandum, *omnia Pondera, habere commune Centrum Gravitatis*; quod Centrum tale est, ut, si ab utrâque parte unumquodque Pondus multiplicetur per suam distantiam ab isto Puncto, summa productorum ab utrâque parte sit eadem. \*

\* 199. 202. *Potentia etiam utcunque disposita commune habent Actionis Centrum*; possunt enim per Pondera representari \*, & hîc Intensitas uniuscujusque Potentiæ per suam distantiam à Centro multiplicari debet, & summæ productorum tunc erunt ab utrâque parte æquales.

*Ut Potentia ad Pondera sustinenda valeant, requiritur ut Centrum Actionis Potentiarum conveniat cum Centro Gravitatis Ponderum.* Tunc omnium Ponderum, omniumque Potentiarum, Actiones in unum & idem Punctum reducuntur, quod Viribus æqualibus fursùm & deorsùm trahitur, ideòque sustinetur.

#### EXPERIMENTUM 7.

247. Ex dictis explicatio Figuræ satis patet, in quâ O denotat Centrum Gravitatis Ponderum, & Centrum Actionum Potentiarum.

TAB. VIII.  
Fig. 4.

248. Prædicta etiam locum habent, si Vectis ab utrâque parte à Potentiis trahatur; hæ enim ita disponendæ sunt, ut Centrum Actionum, ab unâ parte agentium, cum simile Centro Actionum oppositarum, coincidat: & Vectem habebimus, qui quiescere poterit, si summa Intensitatum Potentiarum, ad unam partem, valeat summam Intensitatum Potentiarum oppositarum.

249. Experimento facile propositio hæc confirmatur, adhibitâ Tabellâ ligneâ, longitudinis circiter unius Pedis, latitudinis duorum Pollicum cum semisse. Hæc in situ horizontali pede sustinetur, & juxta longitudinem ab utrâque

que parte sulcata est, ut Trochleæ caudatæ\* ei applicentur, super quibus Funes ponuntur horizontales, qui ad partes oppositas Regulam ligneam horizontalem trahunt. Potest hac methodo Experimentum ad libitum variari. Talem Machinam sæpius adhibuimus; sed, quamvis maximè sit simplex; ipsam negleximus; quia aliâ, quæ Experimentis, postea memorandis, de Viribus obliquis, inservit, in hoc casu uti possumus, quare peculiari Machinâ in hoc casu non indigemus.

MACHINA,

*Quâ Experimenta de Viribus obliquis, & Vecte qui horizontaliter trahitur, instituuntur.*

Tabella lignea G, quadrata, aut paululum oblonga, 250.  
pedibus sustinetur. Huic superimponitur Rectangulum  
ligneum MNPQ, quod separatim exhibetur in MNPQ TAB. IX.  
Fig. 1.  
(Fig. 2.). Hujus magnitudo talis est, ut exactè includere  
possit ipsam Tabellam; quare, ut huic imponatur, susten-  
tacula E, E, E, E, quæ in Fig. 1. literis e, e, e, e, designan-  
tur, addenda sunt. Quibus Rectangulum, dum Tabellæ  
G applicatur, etiam supra hanc elevatur ad altitudinem  
circiter unius Pollicis.

In Experimentis de quibus nunc agitur, magis adhuc  
dum elevari debet, quod præstatur quatuor minoribus  
sustentaculis f, f, f, f. Separatim unum repræsentatum  
habemus in F (Fig. 2.): cum hoc cohæret cylindrus mi-  
nor, aut paxillus, h, qui in Foramen, in angulo Tabulæ  
G, penetrat.

In minoribus lateribus Rectanguli incisuræ dantur Ii, 251.  
Ii, per ipsum lignum penetrantes; reliqua duo latera per-  
forata sunt foraminibus quadratis c, c, & minoribus  
incisuris dD, dD &c. In his omnibus firmari possunt

H

Troch.

- \* 160. Trochleæ, quæ capsulas volubiles habent \*. Incisuræ  $Dd$ ,  $Dd$ , cum foramine  $c$  in utroque latere ita sunt determinatæ, ut, firmatis Trochleis in  $c$ , & in extremitatibus incisionum sequentium  $d$ ,  $D$ ,  $d$ ,  $D$ , &c. Distantiæ inter Trochleas sint æquales.

## E X P E R I M E N T U M.

252. Regula adhibetur lignea, divisa in partes æquales ita;  
\* 251. ut divisiones respondeant Trochleis, ut dictum \*, firmatis.

Regula hæc horizontaliter trahitur duabus Potentiis ad unam partem; & tribus ad partem oppositam: summa duarum est Viginti Unciarum, & summa trium oppositarum huic æqualis est. Punctum in quo conveniunt Centra Actionum oppositarum est  $O$ , circa quod æquilibrium datur ad utramque partem, ut ex numeris, in Figurâ notatis, facîle deducitur.

Regula  $AB$ , nunc in Aëre pendula, facîle ad unam, aut ad aliam partem, propellitur, id est  $NP$ , aut  $MQ$ , versùs.



## C A P U T XII.

*De Axe in Peritrochio, Machinarum simplicium secundâ.*

**V**Estis, ut in principio Capitis præcedentis dictum, inservit ubi Pondera ad parvam altitudinem elevanda sunt; quando altitudo major est, Axis in Peritrochio usu venit.

## D E F I N I T I O.

253. *Axis in Peritrochio vocatur Rota cum Axe volubilis.*

Potentia in hac Machinâ applicatur peripheriæ Rotæ, ejus motu Funis, cui affixum est Pondus, Axi circumvolvitur, quo Pondus elevatur. Sic

Sit BD Rota; AE Axis; P Pondus elevandum; Q Po-  
tentia: hujus Actione moveatur Rota, puncta B & A ar-  
cus similes eo motu describunt; arcus hi sunt Viæ percur-  
sæ à Potentiâ & Pondere, & sunt inter se, ut BC ad AC,  
id est, ut Rotæ diameter ad Axis diametrum, ex quo se-  
quens Regula deducitur.

*Potentia eò plus valet, quò major est Rota, & illius  
Actio crescit in eadem ratione cum Rota diametro. Pon-  
dus eò minus resistit, quò Axis diameter minor est, & il-  
lius Resistentia in eadem ratione cum Axis diametro mi-  
nuitur. Et ut detur æquilibrium inter Potentiam & Pon-  
dus, requiritur, ut Rota diameter sit ad Axis diametrum,  
in ratione inversâ Potentiæ ad Pondus \*.*

Notandum Axis diametro, Funis diametrum esse ad-  
dendam.

EXPERIMENTUM.

Hæc Regula diversimodè confirmatur ope Machinæ hîc  
delineatæ, in quâ Rotæ cupreæ dantur tres *a, b, c*, quæ  
Pondere, filo juncto, & Potentiam repræsentante, mo-  
veri possunt. Hæ Rotæ cohærent inter se, & ipsis con-  
jungitur Rota lignea A, ut pateat quomodo Scytalis *d*,  
*d*, Potentia applicari possit.

Axis in B duplam habet crassitiem quàm in D, ut &  
eo respectu Experimenta variari possint.

Extremitates Axis sunt chalibei, & tenuiores, ut in  
motu minor detur attritus.

Columnis ligneis E, E, sustinetur Rota, & hæ ipsæ su-  
stentaculo imponuntur.

Quando Axis diameter est pars decima sexta diame-  
tri Rotæ, unica Uncia Q sedecim Uncias P sustinet, &  
sic de cæteris.

H 2

Quando

254

TAB. VIII.  
Fig. 5.

255.

\* 145.

256.

TAB. VIII.  
Fig. 6.

257. Quando Potentia Scytalæ applicatur, ut in *d*, distantia puncti, cui applicatur, à Centro, pro Rotæ semidiametro habenda est.



## C A P U T XIII.

*De Trochleâ, Machinarum simplicium tertiâ.*

258. **M**ultis in occasionibus Axis in Peritrochio ad elevanda Pondera inservire nequit, Trochleis in iis casibus utendum, & Machina, quæ ex istis formatur, est admodum compendiosa, & facillimè de loco in locum transfertur.

- \* 158. Quid sit Trochlea, jam ante dictum \*.

Si Pondus Trochleæ conjunctum sit ita, ut hujus circumvolutio non impediatur, & cum Pondere elevetur, utraque extremitas Funis ductarii sustinet partem dimidiam Ponderis.

259. *Quando ergò extremitas una, unco alligata, aut aliter fixa est, Vis movens alteri extremitati applicata, quæ dimidium Ponderis valet, Pondus sustinet.*

## E X P E R I M E N T U M I.

260. Pondus P, duarum Librarum Trochleæ O conjungitur ita, ut rotatio Orbiculi eo non impediatur; unco V. Funis extremitas *f* alligatur, & Funis etiam circumponitur

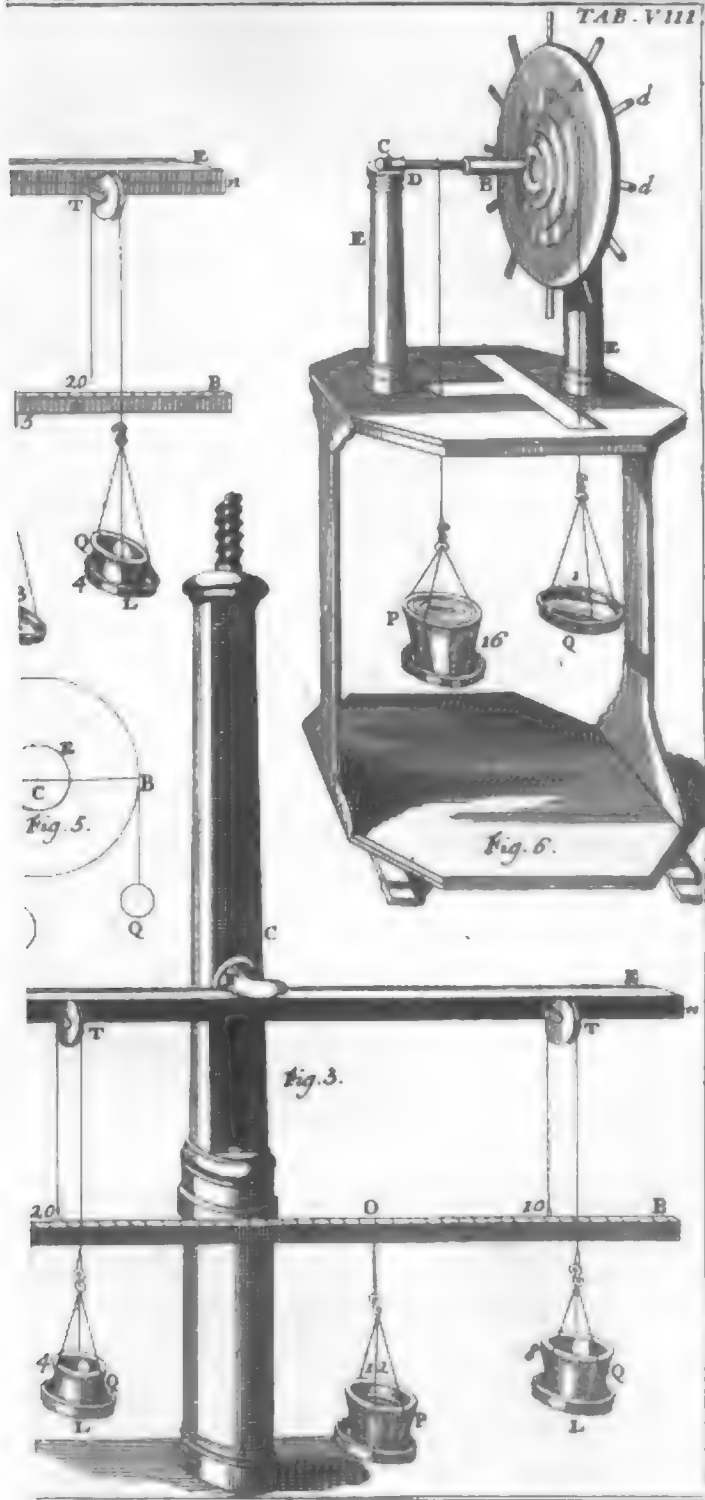
TAB. IX.  
Fig. 1.

- \* 159. Trochleæ fixæ T, ut directio mutetur \*; tunc Pondus Q, unius Libræ, huic extremitati applicatum, sustinet Pondus P.

Uncus D, Pondere suo sustinet Orbiculum mobilem O, ne hic Pondere suo turbet Experimentum.

261. Plurimi Orbiculi utcumque conjungi possunt, & Pondus iis annecti; si tunc unum extremum Funis fixum sit, &







& hic circumbeat omnes Orbiculos illos, & alios fixos æquali numero, parvâ Potentiâ magnum Pondus elevari poterit; in hoc casu, quo numerus Orbiculorum, Pondere conjunctorum, major est, (fixis enim Actio Potentiæ non mutatur \*) eò minor Potentia valet ad sustinendum Pondus; & *Potentia, quæ est ad Pondus, ut Unitas ad duplum numeri orbiculorum, cum Pondere mobilium, cum hoc æquè pollet.* Hic enim est numerus Funium, quibus Pondus sustinetur, & unico Funi Potentia applicatur, ut in Experimentis sequentibus patet. \* 159. 262.

Trochlea, in hoc casu, constat ex duabus partibus; 263. prima suspenditur & continet Orbiculos fixos; secunda cum Pondere mobilis est. Simul consideratæ *Trochleam* efficiunt. Partes separatim eodem nomine designantur; tunc una dicitur *Trochlea superior*, altera *inferior*. Unaquæque etiam *Rechamus* dicitur.

EXPERIMENTUM 2.

Pondus P sex Librarum Regulæ D E annectitur, in quâ 264. tres Orbiculi O, O, O, liberè rotantur. Unco V extremitas f Funis alligatur, & Funis circumit tres illos Orbiculos, & totidem alios fixos; in altero extremo Pondus Q unius Libræ suspenditur, & datur æquilibrium. TAB. IX. Fig. 4.

Ultima ex Trochleis fixis T negligi potuisset, sed tunc 265. Potentia partem *i h* Funis sursum deberet trahere, actione quæ valeret sextam partem Ponderis P; quia sex Funibus, æqualiter tensis, hoc sustinetur.

In hoc, ut in præcedenti Experimento, & sequentibus hujus Capituli, cum unco, ut D, cohæret Pondus quo Orbiculi mobiles sustinentur.

## EXPERIMENTUM 3.

266. Non interest quomodocunque Orbiculi conjungantur; ad elevanda Pondera haud facile præcedens dispositio adhibetur; Operarii ideo inæqualibus Orbiculis utuntur, dispositis ut in *Fig. 5.*; magnitudo enim Orbiculorum non mutat demonstrationem.

TAB. IX.  
Fig. 5.

In hoc casu non omnes Funes verticales sunt, nisi diametri Orbiculorum sint in progressionem Arithmeticâ numerorum naturalium, 1. 2. 3. 4. &c. Numeri impares 1. 3. 5., exprimunt diametros Orbiculorum cum Pondere mobilium; pares numeri 2. 4. 6. indicant diametros Orbiculorum fixorum: sed quia hac methodo Orbiculi admodum magni sæpè adhibendi sunt, *in praxi Funium parallelismus negligitur*; quia error, ex exigua Funium obliquitate oriundus, contemni potest: in hoc tamen casu observandum, Orbiculos conjunctos inæquales desiderari, ut Funes separentur; vide *Fig. 8.* Quid autem ex Funium obliquitate sequatur, in Capite hujus Libri decimo sexto videbimus.

TAB. IX.  
Fig. 8.

268. Quando Orbiculorum diametri sunt ut numeri naturales\*, omnes eodem tempore Revolutionem unam absolunt; quare omnes superiores, omnesque inferiores, conjungi possunt, ita ut tantum habeamus duos Axes mobiles; ponimus enim semper adhiberi Axes chalibeos, cum Orbiculis cohærentes, & qui in capsulis cupreis versantur, ut supra explicavimus\*.

\* 266.  
TAB. XI.  
Fig. 4.

\* 160.

## EXPERIMENTUM 4.

269. Sæpè quoque adhibentur Orbiculi æquales, paralleli inter se; quæ constructio admodum compendiosa est.

TAB. IX.  
Fig. 6.

Funis extremitas fixa unco V alligata est, descendit Funis ad primum Orbiculum inferiorem, hunc circumit, & adscen-

adscendit ad primum Orbiculum superiorem, à quo tendit ad secundum inferiorem, à quo iterum adscendit, ad secundum superiorem tendens, &c.

Ut in his circumstantiis Funes omnes verticales sint, & paralleli, observandum, positis superiorum Orbiculorum Axibus in eadem lineâ, non ita disponendos esse inferiores, aut vice versâ. Sed Axiuum Orbiculorum dispositionem desiderari quam hîc exhibemus. In T & O representantur Axes, ut in planis horizontalibus, quæ in T per Axes superiores, & in O per inferiores, concipiuntur, sese habent.

270.  
TAB. IX.  
Fig. 7.

Si Funium parallelismus negligatur, cavendum ne inferior Trochlea nimis ad superiorem accedat, id est, non ad illam altitudinem Ponderis elevari poterit, ad quam pertingere posset, positis Funibus parallelis.

EXPERIMENTUM 5.

Quando extremitas Funis ductarii, quæ in Experimentis præcedentibus fixa est, annectitur Ponderi, aut Orbiculis cum Pondere mobilibus, ratio Potentiæ ad Ponderis non est ut 1. ad duplum numeri Orbiculorum cum Pondere conjunctorum; sed unitate augeri debet numerus hicce duplus; & hic, ubi duo Orbiculi Ponderi annectuntur, ratio est ut 1 ad 5; tot enim dantur Funes, quibus Ponderis sustinetur.

271.  
TAB. IX.  
Fig. 8.



C A P U T XIV.

*De Cuneo & Cochleâ, Machinarum Simplicium quartâ, & quintâ.*

EX prædictis satis patet, quomodo ope parvæ Potentiæ pondus magnum sustineri aut elevari possit; ad

ad hosce usus non restringitur Ars Mechanica ; Potentia , quarum intensitates exiguæ sunt , ad magnas quas-  
cunque Resistentias superandas adhiberi possunt. Exem-  
plum pulcherrimum suppeditat *Cuneus* , instrumentum  
findendo ligno , pluribusque aliis usibus , inserviens.

## D E F I N I T I O 1.

272. *Cuneus est Prisma non admodum altum, cujus bases sunt*  
TAB. X. *Triangula æquicrura* ; horum unum videtur in B C D.  
Fig. 1.

## D E F I N I T I O 2.

273. *Altitudo Trianguli est Cunei Altitudo* ; ut C E.

## D E F I N I T I O 3.

274. *Trianguli basis vocatur etiam Cunei Basis* ; ut B D.

## D E F I N I T I O 4.

275. *Acies Cunei est linea recta , quæ conjungit Triangulo-  
rum vertices* ; ut C c.

276. Ligno findendo , aut Corporibus separandis, Acies Cu-  
nei applicatur , & sæpè ictibus mallei , loco Pressionis ,  
Cuneus intruditur.

Quando totus Cuneus intruditur , Spatium à basi , cui  
Potentia applicatur , percursum , est Altitudo Cunei E C ,  
quæ ideò pro Spatio , à Potentiâ percurso , haberi debet ;  
Spatium verò , per quod eodem tempore Corpora , quæ  
separantur , à se mutuò recedunt , est basis Cunei B D.  
Unde sequitur ,

277. *Potentiam se habere ad Corporum separandorum Resi-  
stentiam* , quando cum hac æquè pollet , ut *Basis Cunei* ,  
\* 145. *ad hujus Altitudinem* \*.

278. Quando agitur de Ligno findendo , Regula hæc lo-  
cum non habet ; quia non per æqualia Spatia singulæ Ligni  
partes cedunt. Quæ ad Lignum findendum spectant , in  
sequenti Scholio 1. explicantur.







MACHINA,

*Quâ Cunei affectiones demonstrantur.*

Tabella lignea A, ad altitudinem circiter trium pedum cum semisse supra mensam M firmanda est.

279.  
TAB. X.  
Fig. 2.

Hunc in finem Columnæ C \*, cui addita est minor Columna, superimponitur Caput H \*. In hac figurâ integram Columnam C delineare non potuimus, partem hujus mediam, ut & Funium, statim memorandorum, partes medias, sustulimus.

\* 163.  
\* 164.

In Capitis H parte superiore foramen datur quadratum (vid. Tab. IV. Fig. 5.), per quod penetrat cauda Cylin-  
dri lignei B, quæ cum ipso foramine congruit ita, ut auxilio Cochleæ F firmetur Cylindrus, & ipsa Tabella A, quæ cum Cylindro B cohæret. Tabella hæc longitudinem habet sex Pollicum, latitudinem quatuor pollicum cum semisse, & in situ horizontali firmanda est.

Ad quatuor hujus angulos foramina dantur *a, a, b, b*, per quæ Funes transeunt, in ipsis foraminibus fixi; sunt hi æquales inter se, & longitudinis circiter triginta duorum Pollicum.

Hiscæ Funibus suspenduntur Lamellæ æneæ quatuor, ut *d & d*; quarum duæ tantum videri possunt.

Harum ope duo suspenduntur Cylindri lignei GI, GI; utriusque longitudo valet distantiam *ab*, ut Funes duo, quibus idem Cylindrus sustinetur, sint paralleli. Cylindrorum Axes chalybei sunt, & tenues, ut *e, e*; hi per lamellarum, *d, d*, foramina majora transeunt, & hæc replent; ita tamen, ut in his quàm liberrimè roten-  
tur.

Ut attritus minuatur, paululum Cylindrorum bases in medio prominent, quare Cylindrorum longitudo, si inter

I

basium

basium circumferentias mensuretur, paululum deficit à distantia, indicatâ  $a b$ , inter Funes, quibus Cylindrus sustinetur.

Cylindrorum diametri in  $I$ , &  $G$ , sunt duorum pollicum cum semisse; in medio pars datur tenuior  $O$ , longitudinis trium pollicum, cujus diameter est sesquipollicis. Pars hæc tenuior duobus annulis ut  $r$ , ex ipso ligno, circumdatur ita, ut Lamina lignea  $DE$ , quæ tenuiori huic parti applicatur, Annulos tantum tangat.

In Tabella  $A$  dantur & duo alia foramina inter  $a, a$ , &  $b, b$ , nempe  $c, c$ , per quæ Funes transeunt, qui in superiori parte Tabellæ cum Paxillis ut  $s$ , cohærent. Hisce Funibus Trochleæ duæ æneæ sustentur, ut  $T$ , ita suspensæ, ut liberrimè circa Axes suos chalybeos, rotari possint.

Trochlea, ut  $T$ , cum Cylindro uno conjungitur, dum Lamellæ  $d$ , annectitur Funibus  $m, m$ ; cum oppositâ Lamellâ  $d$  cohæret Funis  $n n$ , qui Trochleæ  $T$  circumponitur, & Pondere  $P$  trahitur. Simile Pondus, ad aliam partem Cylindrorum, eodem modo suspenditur, quibus duobus Ponderibus ad se mutuò trahuntur Cylindri.

Conversione Paxillorum  $s$ , quorum unus tantum in hac figura visibilis est, elevantur, aut deprimuntur, Trochleæ, donec Funes  $n$  &  $m$  sint in situ horizontali.

Cuneus formatur ex duabus Laminis ligneis  $DE, DE$ , verticulis inter se conjunctis; quæ angulum quemcunque inter se efficere possunt.

Per hæce ipsas transit Cochlea  $L L$ , circulariter incurvata, super quâ duæ Cochleæ exteriores ut  $i$ , moventur. Hisce plana  $DE, DE$ , separantur, & ne angulus, quem efficiunt, minuatur, cohibent.

Appensâ Lance, cum pondere  $Q$ , Cuneus hic inter Cylindros

lindros intruditur; Fune  $f$ , in puncto medio  $g$  aciei Cunei, Pondus hoc suspenditur.

Ut in Cuneo ratio inter basim & altitudinem determinetur, formantur ex ligno Triangula isocelia minora, ad verticem paululum truncata, ut  $ABC$ ; quibus altitudo, & basis longitudo inscribuntur, datâ mensurâ quacunque. Commodum est exprimere altitudinem per numerum 16, si integris libris Cylindri ad se mutuò trahantur. Triangulum tale Tabellis, Cuneum efficientibus, interponitur, ut situs Lamellarum, ut  $i$ , determinetur. TAB. X.  
Fig. 3.

#### EXPERIMENTUM.

Rebus, ut in Machinæ descriptione dictum, dispositis, 280. si Pondus, quo Cuneus inter Cylindros intruditur, (id est, Pondus Cunei, Cochleæ  $LL$ , & Lancis cum Pondere imposito  $Q$ ) se habet ad summam Ponderum  $P, P$ , ut basis Cunei ad ipsius altitudinem, æquilibrium datur, inter Vim quâ Cylindri separantur, & illam quâ ad se mutuò trahuntur. Hoc exinde elicitur, quia agitatione minimâ Cuneus elevatur aut deprimitur.

Magnam cum Cuneo affinitatem habet *Cochlea*. Ex duabus partibus constat.

#### DEFINITIO 5.

Prima, quæ vocatur *Cochlea interior*, est *Cylindrus ad 281. formam Helicis sulcatus*, ut  $AB$ . TAB. X.  
Fig. 4.

Secunda, quæ vocatur *Cochlea exterior*, & cujus figura differt pro vario usu Machinæ, est *Solidum cylindricè excavatum, cujus superficies concava eodem modo sulcata est, ita ut hujus eminentiæ alterius cavitatibus congruant*, ut  $DE$ . 282.

Hæ duæ partes in se mutuò moveri possunt, quod in usu hujus Machinæ requiritur. Inservit præcipuè compressioni Corporum, quæ jungi, & firmiter connecti, debent;

bent; in hac enim Machinâ Potentia minima quàm arctissimè Corpora comprimit. Potest etiam Cochlea ad elevanda Pondera adaptari.

- In unaquaque Revolutione hujus Machinæ, quiescente parte unâ, altera protruditur ad distantiam æqualem intervallo inter duas proximas Spiræ conversiones. Potentia, quâ Cochlea movetur, applicatur Manubrio, aut
283. Scytalæ; & *Potentia est ad compressionem, quam generat, ut prædicta distantia, inter duas proximas Spiræ conversiones, ad peripheriam Circuli, à puncto Manubrii aut Scytalæ, cui Potentia applicatur, percursi*; Via enim à puncto, aut plano, quo Resistentia superatur, percursa, illam ad Viam Potentiæ rationem habet. Foret Via hæc paulo major, si Potentia applicaretur juxta directionem parallelam Spiræ, sed hoc sæpè foret difficile; ideò in praxi Potentia ferè semper agit in plano ad Axem Cylindri, qui Cochleam interiorem format, perpendiculare, & hicce est casus quem nos consideravimus.
284. Hic observandum est, quando Potentia cum Pondere, aut Resistentiâ, æquè pollet in Machinâ quacunque, si Potentia parte, quantumvis exiguâ, augeatur, hanc præpollere, Machinâ omnium partium attritu carente; quando verò attritus datur, hic quoque à Potentiâ superari debet; quantum verò ad hoc requiratur, ratiocinio mathematico determinari non potest.
285. *In Cochleis attritus admodum est sensibilis, & etiam magni usus*; nam eo Machina in situ suo servatur, & Actione Corporum, quæ comprimuntur, aut Gravitate Ponderum, quæ elevantur, cessante Actione Potentiæ, motu contrario non ad pristinum situm redit.



SCHOLIUM I.

*De Ligno findendo.*

**D**etur Lignum, cujus partes jam separatæ efficiant Angulum  $EFL$ ; sit hoc ulterius findendum adhibito Cuneo  $ACB$ , cujus Basis est  $AB$ , & cujus Altitudinem mensurat  $CD$ .

286.  
TAB. X.  
Fig. 5. i

Ubi partes, quantumvis parum, separantur, omnis tollitur Resistencia; antequam autem separantur partes in  $F$ , puncta  $E$ ,  $L$ , paululum moveri debent, id est, augendus est Angulus  $EFL$ ; determinanda ideo est Vis, quæ Angulus hic augeri potest.

Ponamus Angulum auctum, ut sit  $eFl$ ; Cuneus intravit, & datur in  $acb$ ; partes Ligni  $E$ ,  $L$ , translatae fuere per  $Ee$ ,  $Ll$ , sed quæ minus ab  $F$  distant, per minus Spatium moventur, lineæque  $EF$ ,  $LF$ , motibus suis describunt areas Triangulorum æqualium inter se  $eFE$ ,  $lFL$ .

Ductis  $ef$  &  $fF$ , Parallelis  $EF$  &  $eE$ , formetur Parallelogrammum  $eEFf$ ; sunt æqualia Triangula  $eFE$  &  $feF$ \*; & Parallelogrammum valet ambo Triangula  $eFE$  &  $lFL$  conjuncta: ideo translationes memoratæ, linearum ambarum  $EF$ ,  $LF$ , conjunctæ, valent translationem solius lineæ  $EF$  per Spatium  $Ee$  aut  $Ff$ : quæ lineola ergo distantiam repræsentat, quæ partes Ligni à se invicem separantur, cum autem de hac separatione hic agatur, est hæc ipsa lineola Spatium, ab Obstaculo quod superandum est, percursum, dum Spatium, quod percurrit Potentia, est  $Cc$ , Spatium nempe per quod Cuneus fuit translatus.

\* 34. El. I.

Vis ergo, quæ Cuneus intruditur, est ad Ligni Resistenciam, quando æquè pollent, ut  $eE$  ad  $Cc$ \*.

\* 145.

Ducatur  $Cg$  ipsi  $Ee$  Parallela, erunt hæ Lineæ æquales\*, quia motu Parallelo latus  $AC$  Cunei fuit translatus; ratio memorata est ergo quæ datur inter  $gC$  &  $Cc$ .

\* 34. El. I.

Lineola  $Ee$ , ideo etiam  $gC$ , perpendicularis est ad  $FE$ ; est enim  $Ee$  arcus Circuli, adeo exiguus, ut pro rectâ lineâ haberi possit; cujus Circuli radius est  $FE$ .

Per punctum baseos medium  $D$  linea ducatur  $DH$ , ad latus  $AC$  Cunei perveniens in  $H$  & cum  $FE$  latere Ligni separato, continuato, Angulum efficiens rectam; hæc ipsi  $Cg$  Parallela est.

287.

Propter latera  $eC$ ,  $CD$ , in eadem lineâ, & reliqua Parallela, sunt similia Triangula  $Cgc$ ,  $DHC$ ; idcirco  $DH$  se habet ad  $DC$ , id est ad Altitudinem Cunei, ut  $gC$  ad  $Cc$ , id est, ut Vis quæ Cuneus intruditur, ad Ligni Resistenciam, quando neutra alteram vincere potest, auctâ paululum Potentiâ separantur Ligni partes.

Quando Ligni partes non separantur, nisi quo usque Cuneus intruditur, lineæ  $AC$  &  $EF$  conveniunt, & Angulus  $DHC$  est rectus, ideoque similia sunt

288.

\* 1. El. VI. Triangula  $CHD$ ,  $CAD$  \*; &  $DH$  ad  $DC$ , ut  $AD$  ad  $AC$ . In hoc casu ergo est *Vis*, quâ *Cuneus* intruditur, ad *Ligni Resistentiam*, ubi æquè pollent, ut *Semibasis Cunei* ad *hujus Latus*.

## S C H O L I U M II.

*Machina cujusdam Examen.*

289. **M** Achinam ad Cunei proprietates demonstrandum, à superius descriptâ \*  
 \* 279. diversam, adhibuere alii; ipse olim talem, paululum tantum immutatam, eodem tamen cum illâ principio nixam, construi curavi; sed in quo fallat breviter dicam.

In hac Cuneus, illi similis cum quo Experimenta in nostrâ Machinâ instituuntur, eodem modo, ac ubi de nostrâ egimus dictum, pondere inter Cylindros ut  $IG$ ,  $IG$ , trahebatur; Cylindri autem movebantur, juxta regulas aneas, super quibus Chalybei axes prominentes positi erant. Cylindri trahebantur Ponderibus, suspensis Funibus, qui Trochleis, fixis, & circa axes tantum mobilibus, circumpositi erant.

In hac Machinâ datur æquilibrium, si *Vis*, quâ Cuneus intruditur, se habeat ad summam Ponderum  $P$ ,  $P$ , ut *Semi-basis Cunei* ad ipsius *Altitudinem*, quæ proportio in Cuneo locum non habet \*.

Machina hæc non repræsentat quæ in actione Cunei, quo Corpora separantur, obtinent; Pondera enim Cylindros trahentia non repræsentant Vim quâ Cylindri inter se cohærent; sed Cylindri singuli dimidio horum Ponderum, ad Trochleas fixas trahuntur; in nostrâ autem Machinâ, Ponderibus integris  $P$ ,  $P$ , inter se cohærent Cylindri.



## C A P U T XV.

*De Machinis compositis.*

290. **M** Achina omnis composita in simplices potest resolvi; componitur enim ex simplicibus junctis. Quando duæ junguntur, Potentia uni applicatur & Actio hujus Machinæ, loco Potentiæ in aliam agit; quare illa eadem Actio, in computatione effectûs secundæ Machinæ, habetur pro Intensitate Potentiæ, quæ hanc secundam Machinam movet.

Si



Si Actio, auxilio primæ Machinæ, quadruplicetur; & triplicetur solâ adhibitâ Machinâ secundâ, manifestum est Actionem quadruplam triplicari, & esse duodecuplam; hoc autem ad numerum quemcunque Machinarum applicari potest; quare Universalis est Regula, *In Machinâ 291. quacunque compositâ, rationem Intensitatis Potentiæ ad Resistentiam, cum quâ in æquilibrio est, compositam esse ex omnibus rationibus, quæ in singulis Machinis separatim locum haberent.*

Quam rationem quoque detegimus, conferendo Vias 292. percurfas à Potentiâ & Pondere, eodem tempore, in eodem Machinarum motu; hæ enim Viæ sunt inversæ, ut Potentia ad Pondus \*.

\* 145.

Exemplis has Regulas illustrabimus.

EXPERIMENTUM I.

Tres Vectes A, B, C, ita disponuntur, ut Potentiâ 293. Q, in Vectem C agente, sustineatur Pondus P, Vecti A TAB. XI. applicatum. Fig. 1.

Vectis A Fulcrum F imponitur ligno transverso L L, quod duabus sustinetur Columnis, ne applicatio Ponderis majoris, ut P, impediatur.

Reliqui Vectes, B & C, singuli unicâ Columnâ sustinentur; & separatim ut etiam A, Ponderibus minoribus brachiis conjunctis, D, D, D, &c., sunt in æquilibrio. In Vecte A, si solus adhibeatur, ratio Potentiæ ad Pondus est 1. ad 5. In Vecte B, 1. ad 4. In Vecte C, 1. ad 6.

Ratio ex his tribus composita est 1. ad 120. Id est, unica Uncia Q sustinet Pondus P septem Librarum cum semisse, id est, Centum & viginti Unciarum; quod, ex collatis Viis, eodem tempore, in Machinæ agitatione, percursis, etiam determinari potuisset.

Ex

294. Ex conjunctis Vectibus statim efficitur composita, quâ, minori adhibito Pondere, Corpora explorantur.

## EXPERIMENTUM 2.

- TAB. XI.  
Fig. 2. 295. AB est Vectis primi generis, qui circa fixum Punctum C rotatur; communicat hic motum Vecti secundi generis FH, qui circa hoc ultimum Punctum movetur; In G Lanx L suspenditur: Pondere D omnia sunt in æquilibrio.

Brachium CB primi Vectis in partes æquales est divisum; majores divisiones hic notamus, quæ in minores subdivisæ sunt; manifestum nunc est exiguo Pondere Q, juxta hoc brachium mobile, determinari quantum ponderant Corpora ut P, Lanci imposita.

Ut plures Vectes junguntur, sic & varix Rotæ conjungi possunt.

296. Suspenditur Pondus axi Rotæ, & circumferentiæ Funis circumponitur, qui ut trahatur conjungitur cum axe Rotæ sequentis, cujus Peripheriæ Potentia applicatur.

- Eodem modo plures Rotæ adhiberi possent, & Computatio per Regulam generalem iniri deberet \*; sed magis commodum est, motum de Rotâ in Rotam transferre, auxilio dentium.

297. Si axis Rotæ sit dentatus, motus communicabitur secundæ Rotæ, cujus Peripheria dentes habet, qui cum primis respondent. Hac Methodo potest etiam motus tertiæ Rotæ communicari, & ulterius; sed cum hæ separatim adhiberi non possint Regula N. 291. locum hic non habet, sed hæc alia, cujus Demonstratio ex comparatione Viarum percursorum facile deducitur.

298. *Ratio Potentiæ ad Pondus, quando Actiones sunt æquales, est composita ex ratione diametri axis ultime Rotæ, cui Pondus alligatur, ad diametrum primæ Rotæ, cujus circumferentia*

*rentiæ Pondus applicatur; & ratione circumvolutionum ultima Rosa ad circumvolutiones prima, eodem tempore.*

EXPERIMENTUM 3.

Rotæ A Potentia applicatur, quæ sustinet Pondus conjunctum cum Fune, qui circumit axem Rotæ B, cujus Circumferentia dentes habet, qui penetrant inter dentes axis Rotæ A; axis enim hic CD in D dentatus est. 299. TAB. XI. Fig. 3.

Axis secundæ Rotæ diameter est pars octava diametri primæ Rotæ, & circumferentia ipsius B, continet dentes triginta quinque, dum in D tantum septem dantur; ita ut A quinquies rotetur, dum B semel. Ratio ergo Potentiæ ad Pondus, componitur ex rationibus 1. ad 8., & 1. ad 5., & est 1. ad 40. Semi-libra sustinet viginti Libras.

In usu Trochlearum vidimus quomodo *plures Orbiculi* 300. *juncti Machinam efficiant Simplicem; si separatim sint mobiles, ad Machinas compositas pertinent.*

EXPERIMENTUM 4.

Quinque Orbiculi O, O, O, O, O, separatim sunt 301. mobiles, & unus quisque suum peculiarem Funem habet, TAB. X. Fig. 6. \* 173. 174. cujus extremitas una cohæret cum unco Brachii A \* Columnæ CG; altera cum unco Orbiculi sequentis conjuncta est; si ultimum excipiamus qui circumit Trochleam fixam T, ut Potentia Q ipsi applicetur. Potentia hæc sustinet Pondus majus pro majori numero Orbiculorum, pro singulis enim duplicatur. In hoc casu, Uncia una sustinet triginta duas Uncias, & Libræ pars quarta sustinet octo libras.

Unci in Brachio A ita sunt disponendi, ut omnes Funes paralleli sint.

Si pro simplicibus Orbiculis, Rechamos \*, varios Orbi- 302. culos \* 263.

K

culos continentes, adhibeamus, augmentum majus erit; sed pro singulis varii Orbiculi fixi quoque desiderantur.

In duobus sequentibus Experimentis adhibemus Machinas diversi generis conjunctas inter se.

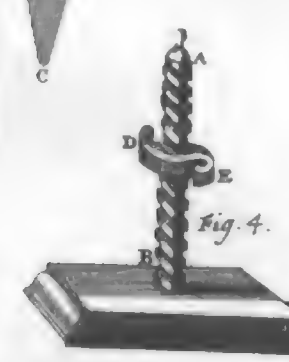
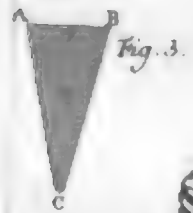
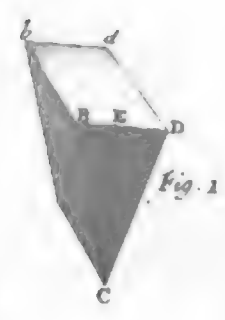
EXPERIMENTUM 5.

303. Axi in Peritrochio Funis ductarius Trochleæ jungi-  
 TAB. XI. tur, Potentia Rotæ applicatur; & hic, ubi Trochleâ  
 Fig. 4. sexies Vis augetur, & ubi diameter Axis est pars decima sexta diametri Rotæ, ratio Potentiæ ad Pondus componitur ex rationibus 1 ad 6 \*, & 1 ad 16 \*; est ergo  
 \* 261. ut 1 ad 96; & ideò unica Uncia L. sustinet Pondus P  
 \* 254. sex Librarum.

304. Axis in Peritrochio moveri potest adhibitâ Cochleâ;  
 TAB. XI. Rota in hoc casu dentata requiritur, cujus dentes sint  
 Fig. 5. inclinati, ut cum sulco Cochleæ congruant. Talis est Rota A, quæ ope Cochleæ D C movetur. Hoc in casu *Cochlea perpetua* dicitur, & mirum ad modum, hujus ope, Potentia minima præstat effectum; tot enim in singulis Rotæ revolutionibus, revolutiones requiruntur Cochleæ, id est, Manubrii quo Cochlea movetur, quot dentes Rota habet; si huic Rotæ & alia Rota dentata addatur, Potentia eadem majus Obstaculum superare poterit.

EXPERIMENTUM 6.

305. Machina, quam hic exhibemus, constat ex duabus Rotis, & Cochleâ perpetuâ, quæ Manubrio DE movetur.  
 TAB. XI. In hac, ratio Potentiæ ad Pondus, quando æquè pol-  
 Fig. 5. lent, componitur ex ratione semidiametri Axis ultimæ Rotæ B, ad Manubrii longitudinem DE, & ratione revolutionum hujus Rotæ ad Manubrii, aut Cochleæ, revolutiones, eodem tempore. Prima ratio, in hac Machinâ, est 1 ad 30; secunda ex numero dentium colligitur. Rota ultima





tima B habet in Peripheriâ dentes 35, axis primæ Rotæ A continet dentes 7; quinquies ergò prima Rota revolvitur, dum secunda semel; hæc verò prima continet dentes 36, totidem igitur Revolutiones peragit Cochlea, dum hæc Rota semel revolvitur \*: ratio ex hisce duabus \* 304. composita est, 1 ad 180, quæ est secunda ratio quæsitâ; & ratio ex hac & primâ, 1 ad 30, composita, est ratio 1 ad 5400, quæ est ratio Potentiæ ad Pondus in casu æquilibrii; & quantumvis parum auctâ Potentiâ Pondus elevaretur, si nullus daretur attritus; qui cùm in omnibus hisce Machinis non sit contemnendus, satis sensibilibiter Potentiâ, antequam Pondus superet, augeri debet; Potentiâ tamen minimâ Pondus maximum elevatur. Longitudo scytalæ ED duplicari, aut etiam magis augeri potest, quo actio Potentiæ duplicatur, aut magis augetur; in hoc casu capillo tenuissimo Pondus centum Librarum & majus facillè elevatur.

Innumerae aliæ Machinæ compositæ construi possunt, 306. quarum Actiones eodem modo computatione determinantur, per Regulam in initio hujus Capituli memoratam\*; \* 291. aut etiam comparando Viam percursum à Potentiâ cum Viâ à Pondere, aut alio quocumque Impedimento, percursum; harum enim ratio est ratio inversa Potentiæ & Ponderis, aut impedimenti, quando Potentiæ Actio cum Resistentiâ impedimenti æquè pollet \*. \* 145.

Pressiones, quæ contrariè agentes sese mutuò destruunt, 307. semper sunt æquales; si ergò Potentia Intensitate minor est Impedimento, respectu Viæ percursum hoc superare debet, & quidem toties quoties ab hoc ipso Intensitate superatur; nullo enim alio respectu Pressionum Effectus differre possunt \*, & ideo nulla alia compensatio dari \* 143. potest.





## C A P U T XVI.

*De Potentiis Obliquis.*

## D E F I N I T I O I.

308. **P**otentiam vocamus directam, illam qua Punctum, cui applicatur, premit, aut trahit, juxta directionem Lineæ, in quâ hoc cedere potest. Ita ut Punctum, quando movetur, ipsius Potentiæ directionem sequatur.

De tali Potentiarum applicatione huc usque egimus.

## D E F I N I T I O 2.

309. *In omni alio casu Potentia dicitur obliqua.* Et Punctum quando movetur Viam sequitur à Potentiæ directione diversam.

310. **S**it Punctum A, mobile tantum in Lineâ AD, & quod  
 TAB. XI. D versùs trahitur; sit hoc retinendum Actione, quæ per  
 Fig. 6. AE dirigitur. Si applicata hæc Potentia foret per AB, manifestum est, talem hanc desiderari, cujus Intensitas æqualis esset Actioni, in Lineâ AD agenti; applicata verò est per AE, & hujus Intensitatem quærimus.

Ad AD erigatur perpendicularis AC, & ex Puncto in hac ad libitum sumto, ducatur CF, in EA, continuatam si necesse sit, perpendicularis.

Ponamus AC, CF, efficere Vectem obliquum, mobilem circa C; Punctumque A cum extremitate cruris CA cohærere.

Si Vectis rotetur circa C, movetur Punctum A, in primo momento, ( de quo tantum agitur, ubi æquilibrium determinari debet ) in Lineâ DAB. Hicce autem motus Vecti communicari potest, Potentiâ directâ in F appli-

applicatâ per FE; aut Potentiâ simili per AB agente, & sunt hæ, quando Effectum eundem producunt, ut CA ad CF \*.

\* 238.

Prima verò coincidit cum Potentiâ obliquâ in A applicatâ per AE, quam quærimus; & secunda cum Potentiâ directè destruente Actionem, quæ Punctum A per AB trahit, quam notam ponimus.

*Ad AB, in Puncto ad libitum sumto, erigatur perpendicularis, directionem obliquam AE secans in E, & cum*

311.

hac efficiens angulum AEB æqualem angulo FAC\*, quare propter angulos rectos ABE, AFC, æquiangula sunt triangula CFA, ABE, & CA ad CF, ut AE ad AB\*.

\* 28. El. I.

Ergò, si AB representet Actionem, quæ directè

\* 4. El. VI.

Punctum A retinere potest, AE representabit obliquam Potentiam, quæ per AE eundem præstat Effectum: & quantum, propter Obliquitatem, Potentia, Machinæ applicata, augenda sit, facilè determinatur, ut in Exemplo sequenti patet.

#### EXPERIMENTUM I.

Vecti AB, in situ horizontali posito, & cujus brachia BC, AC sunt ut 3. ad 1., applicatur in A Pondus P duarum Librarum; & in B Potentia obliquè agens per *eb*, & quæ Pondere Q representatur. Concipiatur Linea *ei* Vecti perpendicularis, & directionem agitationis Puncti B, aut *e*, demonstrans; si formato triangulo rectangulo *eib*, latus *ei* sit ad *eb*, ut duo ad tria, & Pondus Q sit unius Libræ, dabitur æquilibrium.

312.

TAB. XII.  
Fig. 1.

Potentia obliqua per *eb*, quæ valet tria, exerit per *ei* effectum, qui valet duo\*; sed Actio per *ei*, quæ valet duo, sustinet in hoc Vecte Pondus, quod valet sex\*: ergò Potentia obliqua est ad Pondus, ut tria ad sex, id est ut 1. ad 2..

\* 311.

\* 235.

313. In hoc Experimento adhibetur Vectis antea memora-  
 tus\*, Funisque *eb* Trochleæ, in latere Mensæ firmatæ\*,  
 circumponitur. Triangulo ligneo LMN, quod Perpendi-  
 culum EG conjunctum habet, Potentiæ obliquitatem de-  
 terminamus, hanc autem ipsi Filo tribuimus, magis aut  
 minus Pedem Vectis à latere Mensæ removendo. Ponderi-  
 bus, huic Pedi impositis, ipse Vectis retinetur; Potentia  
 enim hæc obliqua ipsum Vectem trahit juxta directionem  
 CB, & retineri debet ita, ut tamen mobilis sit circa C:  
 vim autem, quæ Vectem retinet, quæ valet ipsam Actio-  
 nem Potentiæ juxta CB, determinamus in triangulo re-  
 ctangulo EHI, & est ad ipsam Potentiam obliquam ut  
 IH ad HE\*.

\* 311.

314. Eodem modo ratiocinari debemus ubi de Potentiâ ob-  
 liquâ, Machinæ cuicunque applicatâ, agitur.

Nunc magis universaliter Potentias obliquas conside-  
 rabimus.

315. Detur Punctum A quod tribus trahitur Potentiis, &  
 quiescit. Sint harum directiones AB, AD, AE, pona-  
 musque ipsas has Lineas esse inter se, ut sunt Potentiæ,  
 quando Punctum retinent, id est, quando duæ quæ-  
 cunque tertiam destruunt. Potentiæ tunc AD, AE,  
 Punctum A eâ vi trahunt juxta Ab, quâ per AB, unicâ  
 Potentiâ, retrahitur.

TAB. XII.  
 Fig. 2.

Ductis, ad Ab, perpendicularibus Dd, Ee; Vis,  
 quâ Punctum A trahitur b versus, à Potentiâ AD, va-  
 let Ad\*; & Actio Potentiæ AE, in eadem Lineâ Ab,  
 valet Ae. Ergo Linea AB, quæ tertiam Potentiam, has  
 duas Actiones destruunt, exprimit, æqualis est sum-  
 mæ Linearum Ad, Ae.

\* 311.

Hæc autem æqualitas non sufficit, ut, quod pœsumus,  
 inter





inter tres Potentias æquilibrium detur; ductis  $f A g$ , ad  $A B$  perpendiculari, & ad hanc parallelis  $D f$ , &  $E g$ ; manifestum est Punctum  $A$ , Potentiis  $A D$ ,  $A E$ , trahi per  $A f$  &  $A g$ , Actionibus hisce Lineis proportionalibus \*, & quietem Puncti non dari, nisi hæ Actiones se mutuo destruant, id est, æquales sint. \* 311.

Requisita ergò æquilibrii, sine quibus non datur, & 316.  
quibus positis semper adest, sunt, ut Lineæ  $A f$ ,  $A g$ , aut  $D d$ ,  $E e$ , sint æquales, & ut  $A B$  valeat summam Linearum  $A e$ ,  $A d$ . Hæc autem habemus si, absoluto parallelogrammo lateribus  $A D$ ,  $A E$ , directio  $A B$  sit productio diagonalis  $A b$ , & huic æqualis: Quod patet si ad Triangula  $A e E$ ,  $D d b$ , quæ in omnibus conveniunt \*, attendamus. \* 29. 34. 26. El. I.

Si nunc ad solum Triangulum  $A D b$  attendamus, eum latus  $D b$  Lineæ  $A E$  parallelum sit, & huic æquale \*, sequitur, Punctum, quod tribus Potentiis trahitur, quiescere, & quidem in hoc solo casu, si Potentia fuerint inter se, ut latera Trianguli formati Lineis, juxta directiones Potentiarum positis. \* 34. El. I. 317.

Hæc Propositio demonstrat quomodo duarum Potentiarum Actiones ad unicam reduci possint. Potentiæ duæ  $A D$ ,  $A E$ , unicam valent quæ per  $A b$  ageret, & huic Lineæ proportionalis esset. 318.

Patet ex his etiam Potentiæ Actionem in duas Actiones posse resolvi; & quidem innumeris modis, propter innumera Triangula, quæ formari possunt servato eodem latere.

Non interest utrum Corpus trahatur juxta  $A b$  Potentiâ, cujus Intensitas per hanc Lineam exprimitur, an duabus Potentiis per  $A D$  &  $A E$ , quarum Intensitates hisce Lineis respectivè sunt proportionales; & resolutio hæc

Po-

Potentia in duas, arbitraria quidem est, sed tantum respectu unius; *si enim una detur, determinatur secunda*: Triangulum enim, datis duobus lateribus, & angulo his contento, determinatur.

Circa Propositionem N. 317. ulterius observamus, quod ex notâ Triangulorum proprietate, latera esse inter se, ut Sinus angulorum oppositorum, deducitur:

320. *In æquilibrio esse Potentias tres, quæ sunt inter se ut Sinus angulorum, directionibus Potentiarum oppositarum, formatorum.* Id est, Potentia, quæ per A E agit, est ut Sinus anguli B A D, & sic de cæteris.

321. Machinam, quâ Experimenta de viribus obliquis demonstramus, superius explicavimus\*, hanc nunc adhibemus, sepositis sustentaculis minoribus *f, f, f, f*, (Tab. IX. Fig. 1. & F, Fig. 2. ); tunc fila, horizontaliter posita, & super Trochleis, Ponderibus appensis, tracta, vix ad altitudinem quartæ partis pollicis supra tabellam elevantur.

#### EXPERIMENTUM 2.

322. TAB. XII. Fig. 3. Trochleæ tres T, T, T, in locis ad libitum determinatis Machinæ junguntur; tria Fila, in unico Puncto Nodo juncta, Trochleis circumponuntur, appensis Ponderibus, sex, novem, & duodecim Unciarum.

Sponte hæc situm æquilibrii petunt, ad quod redeunt, si ex situ removeatur Nodus. Convertenda est unaquæque Trochlea, ut Sulcus sui Fili directionem sequatur.

In Tabellâ separatâ, longitudinis & latitudinis quinque aut sex pollicum, ex ligno tenuiori, aut chartâ crassiori, Figura delineatur, quam nos in ipsâ tabulâ Machinæ repræsentavimus.

Formatur nempe Triangulum A D *b*, cujus latera sunt  
inter



inter se ut Pondera, id est ut sex, novem, & duodecim, aut in numeris minoribus, ut duo, tria, & quatuor. Continuatur latus  $b$  A in AB; ad D  $b$  ducitur parallela AE, & tres Lineæ AB, AD, AE, determinabunt Filorum situs, ut patet, si, non turbato Filorum situ, Tabella hæc minor inter Fila & Tabulam Machinæ intrudatur.

EXPERIMENTUM 3.

Triangulum LMN, æneum, æquilaterum, tribus Filis trahitur, in angulis ipsi Triangulo annexis. Si Experimentum cum hisce Filis eodem modo instituitur, ut Experimentum præcedens cum Filis Nodo junctis, eodem modo Fila sese disponunt, & cum Lineis in Tabellâ ductis conveniunt.

EXPERIMENTUM 4.

Experimentum hoc unicâ circumstantiâ à præcedentibus differt, & eodem modo procedit. Fila in hoc casu in Punctis L, N, M, cum Lamella cuprea cohærent.

Propositionum N. 317. 318. 319. usus admodum latè patet. Trahatur Punctum A quatuor Filis, AD, AE, AF & AG, Potentiis Lineis AD, AE, AF, & AG respectivè proportionalibus. Formato Triangulo AFB, aut parallelogrammo AFBG, Potentiæ prædictæ per AF, & AG, reducuntur ad unicam agentem per AB, & quæ huic Lineæ proportionalis est\*, daturque æquilibrium, si tres Potentiæ per AD, AE, & AB relationem habeant pro tribus Potentiis determinatam\*; in quo casu si Potentiæ per AD & AE etiam ad unicam AB reducantur, AB & Ab erunt æquales & in eadem Linea.

EXPERIMENTUM 5.

Hocce Experimentum ut tria præcedentia instituitur, L adhi-

323.  
TAB. XII.  
Fig. 4.

324.  
TAB. XII.  
Fig. 5.

325.  
TAB. XIII.  
Fig. 1.

318.

\* 317.

326.  
TAB. XII.  
Fig. 2.

adhibitis quatuor Trochleis, & quatuor Filis Nodo junctis.

Applicentur Pondera Unciarum sex, quindecim, duodecim, & novem, id est quæ sint inter se, ut duo, quinque, quatuor, tria. Quiescente Nodo, in chartâ, Tabellæ G impositâ, lineæ ducendæ sunt juxta directiones Filorum.

TAB. XIII.  
Fig. 1.

Sint hæc A D, A E, A F, A G, quæ ita determinandæ sunt, ut quarum partium A D continet duas, A E contineat quinque, A F quatuor, A G tria; formatisque parallelogrammis D E, G F, horum diagonales A B, A b, in eadem lineâ se habebunt, & æquales erunt.

327. Non ut in præcedentibus Experimentis Figuram separatim, non attendendo ad Fila, delineamus; quia unico modo, si tres sint Potentiæ, datis Ponderibus, horumque ordine, æquilibrium datur; his verò positis, si Potentiæ sint quatuor, innumeris modis, anguli, quos Fila efficiunt, variari possunt, manente æquilibrium.

TAB. XII.  
Fig. 3.

Si tamen Figurâ, in antecessum delineatâ, uti velimus, hæc Tabulæ G Machinæ imponenda erit, & positis Filis juxta Linearum directiones, Trochlearum loca determinari debent.

328. Quæ de quatuor Potentiis dicuntur, de quinque, & pluribus, dici potuissent; ex quinque enim si duæ ad unam reducuntur, incidimus in Exemplum præcedens.

TAB. XIII.  
Fig. 2.

Punctum A quinque trahitur Potentiis juxta directiones A B, A D, A E, A F & A G, & quarum Intensitates sunt hisce Lineis proportionales. Potentiæ per A D & A E ad unam A c reducuntur; Potentiæ agentes per A F & A G ad unam reducuntur per A b; tandem hæc duæ novæ Potentiæ, per A c & A b, ad unam reducuntur per A b, quæ si quintæ per A B æqualis sit, & cum.

cum eâ in eâdem Lineâ, sed contrariè, agat, Æquilibrium datur, & aliter non datur \*. \* 317.

EXPERIMENTUM 6.

Initur hoc adhibitis quinque Trochleis, & quinque 329.  
Filis Nodo junctis; in cæteris à quinto Experimento \* \* 326. 327.  
non differt.

MACHINA ALTERA,

*Quâ demonstrantur, quæ spectant Punctum quod Filis  
ad partes diversas trahitur,*

Machina hæc constat ex Orbe ligneo, diametri circi- 330.  
ter octo pollicum, horizontalis est & pede sustinetur; TAB. XIV.  
in medio crassitiei sulco circumdatur, quo Trochlea \* Fig. 1.  
ad libitum, in quocunque circumferentiæ puncto, Ma- \* 161.  
chinæ junguntur. Sulco enim huic inseritur Trochleæ  
cauda.

Orbis prædictus in superiori parte paululum excava-  
tur, ut recipiat Orbem minorem E F B, crassitiei quar-  
tæ partis unius pollicis, & paululum supra Orbem pri-  
mum prominentem; ita ut Filum super Trochleâ, ut di-  
ctum, Machinæ annexâ, horizontaliter extensum super-  
ficiem D B E perstringat.

Varii, pro variis Experimentis, tales requiruntur Orbes  
minores. Chartâ ab utrâque parte teguntur, ut commodè  
Lineæ, in Experimentis memoratæ, in ipsis duci possint.

Hac Machinâ olim usus sum, & admodum compen-  
diosa est; ideò, quamvis perfectiorem indicaverim, ipsam  
hîc memorare non inutile duxi. In hac, licet agatur  
tantùm de tribus Potentiis, non ad libitum Trochleæ  
disponi possunt, sed in omnibus Experimentis Trochlea-  
rum situs, extensis, ex Centro Orbis, Filis juxta Lineas  
in Chartâ jam ductas, determinatur \*.

\* 327.

331. Innumera problemata, admodum composita, de Viribus diversis, diversimodè agentibus, proponi possunt, horum solutiones ex ante dictis deducuntur, & auxilio  
 \* 250. nostræ primæ Machinæ \*, aucto tantùm Trochlearum numero, Experimentis illustrantur. Sed hi casus compositi rarius usu veniunt; ad simpliciora redeamus.

TAB. XII.  
Fig. 6.  
332. Pondus P, Trochleæ annexum, sustinetur Potentiis ab utraque parte Funi ductario applicatis, sed obliquè trahentibus per CA & CB; hæ Potentiæ sunt æquales inter se, quia omnis Funis, Trochleam circumdans, non  
 \* 159. quiescit, nisi ab utraque parte æqualiter trahatur \*; ipsum Pondus P est tertia Potentia, & Punctum C tribus hisce Potentiis trahitur. Concipiatur linea CE ad Horizontem perpendicularis, & Linea EF parallela Lineæ CA: & erit CE ad FE aut FC, ( hæ enim duæ Lineæ sunt æquales, propter memoratam æqualitatem Potentiarum trahentium per CB, CA, ) ut Pondus P ad alterutram Potentiarum Funi applicatarum \*.

Si extremitas una Funis ductarii annectatur Clavo, unicâ tali Potentiâ Pondus P sustinetur.

333. Si Pondus P Trochleæ non jungatur, sed Funes CA & CB, ipsi Ponderi annexi fuerint, poterit hoc sustineri Potentiis duabus inæqualibus; in quo casu latera CF, FE, trianguli memorati, sunt inæqualia, & inter se ut ipsæ Potentiæ.

334. Hic observandum, ex datis inclinationibus Funium CA & CB ad Horizontem, proportionem Potentiarum ad Pondus P, ex tabulis Trigonometriæ, posse determinari. Si in triangulo FCE concipiatur Linea FG, per Punctum F ad Horizontem parallela, GC repræsentabit portionem Ponderis, quam sustinet Potentia CF\*,

&

& GE erit portio quam alia sustinet Potentia. Quando Trochlea adhibetur, ut in hac Figurâ, æquales sunt GC, GE.

Si F sit centrum Circuli, cujus radius sit GF, erit FE secans, & EG tangens anguli, quem efficit FE, aut CA, cum Horizonte; & CF erit secans, & CG tangens anguli inclinationis fili CB ad Horizontem: unde patet, Potentias proportionales esse prædictis secantibus, & Pondus P proportionem sequi summæ memoratarum tangentium.

M A C H I N A,

*Quâ Experimenta demonstrantur de Ponderibus, quæ obliquis Potentiis sustinentur.*

Tabella lignea, crassitiei semi-Pollicis, FAIBE Figuram habet, quam Schema exhibet. Ad latera Machinæ firmantur Trochleæ T, T, verticales, & superficier Tabellæ parallelæ, à qua parum admodum distant. In partibus extremis latioribus AF, BE, quæ chartâ albâ teguntur, Lineæ ducuntur, quæ singulæ cum Filo, Trochleam circumdante, & extenso, conveniunt.

335.  
TAB. XIII.  
Fig. 3.

Cum hac Tabellâ in D, sed ad partem posticam, cauda cohæret, quæ exhibetur in *g b*, cujus ope, Machina Columnæ C \* applicatur, ad altitudinem quamcunque; Cauda trajicit Columnæ aperturam, & circumdatur Cochleâ, ut auxilio Cochleæ exterioris *i*, firmetur Tabella; cum autem Cauda rotunda sit, potest in aperturâ Columnæ rotari, & haud difficulter ita Machina disponitur, auxilio perpendiculi IL, ut Linea AB in situ sit Horizontali.

\* 162.

In extremitatibus Linearum memoratarum, superficier Tabellæ, in BE, & AF, inscriptarum, numeri adscribuntur, qui tangentes exprimunt angulorum, quos

L 3

ipsæ

ipsæ Lineæ cum Horizonte efficiunt, quando Machina ut diximus est disposita. Secantes eorundem angulorum in Punctis mediis earundem Linearum notantur: ita ut in singulis Lineis, numerus in medio se habeat ad numerum in extremitate, ut Potentia, juxta Lineæ directionem posita, ad partem Ponderis quam sustinere potest \*.

\* 334.

## EXPERIMENTUM 7.

336. Pondus P sustinetur duobus Filis in  $s$  junctis, & super Trochleis Machinæ positis, & quæ trahuntur Potentiis O & Q ita, ut Fila convenient cum Lineis T  $n$ , & T  $r$ .

Nunc O & Q sunt inter se, ut  $11 \frac{1}{2}$ , &  $13 \frac{1}{4}$ , id est, ut numeri in mediis Linearum; & P exprimitur per summam numerorum, in extremitatibus notatorum, quæ valet  $15 \frac{1}{4}$ .

Si O valeat undecim Uncias cum semisse; Q tredecim cum tribus partibus quartis; & P quindecim cum parte quartâ; nunquam quies dabitur, nisi redeuntibus Filis ad inclinationes hic exhibitas.

## EXPERIMENTUM 8.

337. Si Trochlea adhibeatur, Potentiæ O, & Q, æquales desiderantur, de cætero Experimentum eodem modo, ut præcedens, procedit. In determinatione autem Ponderis P ad Pondus ipsius Trochleæ attendendum: ut hoc commodè fiat, tali utimur, quæ exactè cum Capsulâ & unco ponderat dimidiatam Unciam.

Vis quâ Corpus super Plano inclinato descendere conatur, ex iis quæ de obliquâ Potentiâ habuimus \*, determinatur.

\* 311.







DEFINITIO 1.

*Planum inclinatum vocatur, quod cum Horizonte efficit angulum obliquum.* 338.

TAB. XIII.  
Fig. 4.

CB repræsentat Lineam Horizonti parallelam, AB cum illâ efficit angulum obliquum ABC, & Planum inclinatum repræsentat. Ab extremitate superiori Plani dimittitur perpendicularis Linea AC ad Horizontem.

DEFINITIO 2.

*Longitudo AB vocatur Longitudo Plani.* 339.

DEFINITIO 3.

*Linea AC vocatur Altitudo Plani.* 340.

Corpus P Plano AB impositum juxta directionem AB super Plano conatur descendere; ponamus Filo *e* D huic Plano parallelo Corpus retineri. Sit Fili continuatio *ef*; Punctum *e* mobile est in Lineâ *Def*, & Pondere Corporis deorsum trahitur per *ei*. Si Linea hæc Pondus hoc repræsentet, Actio in Lineâ *Df*, quâ, juxta hanc, Corpus Pondere suo trahitur, habetur, ductâ ad *Df* perpendiculari *if*, & *ef* Vim quæsitam exprimet \*. \* 311.

Si *eg* perpendicularis sit ad Plani superficiem, & ad ipsam perpendicularis ducta sit *ig*, Actionem Ponderis in ipsum Planum exprimet *eg*\*, aut *if*\*. \* 311.

\* 34. El. I.

Angulus *ief* æqualis est angulo BAC, uterque enim æqualis est angulo *ioB*\*; ergò triangula *ief*, BAC, sunt æquiangula, & *ef* ad *ei*, ut AC ad AB\*; & *Vis*, quâ Corpus super Plano inclinato conatur descendere, est ad Corporis Pondus, ut Plani Altitudo ad hujus Longitudinem. \* 19. El. I. \* 4 El. VI. 341.

MACHINA,

*Quâ Plani inclinati Affectiones exhibentur.*

Regula ferrea, benè polita, & accuratè elaborata, 342.

BC, cujus crassities paulum superat quartam pollicis partem, TAB. XIII.  
Fig. 5.

tem, & cujus reliquæ dimensiones, in ipsâ Figurâ, in quâ ad sextam partem sunt reductæ, faciliè determinantur, sustinetur Columnâ ligneâ EF. In hujus capite F, circa Punctum, ut centrum, Regula, quæ in eo loco ab inferiori parte latior est, volubilis est ita, ut ad libitum inclinari possit; & firmari auxilio Cochleæ DC, incurvatæ, & per Columnam trajectæ. Cochlea hæc interior est, exteriores duæ *m* & *n* utrinque Columnæ arctè applicantur.

Ipsa Columna caudam habet, per foramen in Mensâ, in quo converti potest, penetrantem, ut auxilio Cochleæ firmetur.

Regula memorata ferrea Cylindrum trajicit cupreum G, cujus Pondus est duodecim Unciarum, sed circumposito Annulo mutari potest, in hisce Experimentis adhibemus annulum quatuor Unciarum, ut integrum Pondus Libram unam æquet. In extremitate ipsius Regulæ cum hac conjungitur cylindrus ligneus A, in quem Regula ferrea ad profunditatem unius circiter Pollicis penetrat. Huic ultimo Cylindro intruditur quoque Cauda Trochleæ T \*, cui circumponitur, Funis ductarius, qui cum Cylindro G cohæret, & Regulæ ferreæ parallelus est, ita ut Pondus P, Funi applicatum, sustineat vim, quâ Cylindrus G juxta Regulam descendere conatur.

Cylindrus G in aliis etiam Experimentis adhibetur, & hujus usus præcipuus spectat Vires Centrales, de quibus in Parte sequenti hujus Libri agam; ubi etiam accurata Cylindri expositio reperietur.

343. Tabella L in determinandâ Regulæ BC inclinatione usu venit. Triangula rectangula varia in hujus superficie delineata sunt, quæ Hypotenusam communem habent,

bent in cuius extremitate una Perpendicularum  $Q$  suspenditur. Hypotenusa hæc continet partes sedecim, quæ pro mensurâ adhibentur laterum Triangulorum, sed illorum tantum longitudines notantur, quæ in dictâ extremitate Hypotenusæ communis terminantur, ut figura hoc ipsum exhibet.

EXPERIMENTUM 9.

Auxilio Tabellæ  $L$  ita disponitur Regula  $BC$ , ut longitudo Plani sit ad huius Altitudinem, ut 16. ad 6. Et Pondus  $P$ , sex Unciarum, sustinebit Pondus  $G$ , unius Libræ; quod in loco quocunque ipsius Regulæ quiescere potest, & minimo impulsu adscendit aut descendit. 344.

Quando Corpus, Plano inclinato impositum, juxta directionem trahitur, à Plani inclinatione diversam, ex ante demonstratis \* vim quoque determinamus. 345. \* 317.

EXPERIMENTUM 10.

Tabella datur  $L$ , rectangula in  $f$ , cui inscriptum est Triangulum rectangulum  $abc$ , cujus latera lateribus Tabellæ parallela sunt. 346. TAB. XIII. Fig. 6.

Regula  $BF$ , ita inclinatur \*, ut Longitudo Plani sit ad ipsius Altitudinem, ut latus  $cb$  ad latus, quod Regulæ parallelum est,  $ac$  Trianguli  $acb$ , id est, in casu præsentis, ut 16. ad 8. \* 343-344.

Funis qui cum Cylindro  $G$  cohæret, Trochlex  $T$ , cum Columnâ  $C$  cohærenti \*, circumponitur; Pondus  $P$  novem Unciarum appenditur; & nisi in uno Regulæ loco Cylindrus quiescere potest. In hoc situ, directio Funis congruit cum  $ce$  in Tabellâ ductâ, & cujus Longitudo continet partes novem, quarum  $ca$  continet octo, &  $cb$  sedecim. \* 162. 169.

Triangulum  $abc$  simile est Triangulo  $aoc$ , in quo 347.

$M$

est

est verticalis  $co$  Horizontalis; sequitur hoc ex situ Regulæ  $BF$ . Angulus ergò  $bca$  æqualis est angulo  $oac$ ; &   
 \* 37. El. I.  $bc$  parallela ipsi  $ao$ \*, & est verticalis.

Cylindrus  $G$  tribus trahitur Potentiis. 1. Pondere suo verticaliter, juxta directionem parallelam lineæ  $bc$ . 2. Sustinetur à Regula  $BF$ , id est, premitur juxta directionem ad hanc Regulam perpendicularem, & lineæ  $ab$  parallelam. 3. Tandem per  $ce$  Fune trahitur. Tres hæ Potentiæ sunt ut latera Trianguli  $ecb$  \*. Ideò quando Pondus Cylindri est 16. Pondus  $P$  est 9.

348. Vis quâ Cylindrus Regulam  $BF$  premit est ut  $eb$ ; si Funis parallelus esset Regulæ, Pressio hæc esset ut  $ab$ ; sed minuitur nunc quia magis sursum trahitur Cylindrus.

Duabus autem Rotulis, in nostro Experimento, sustinetur Cylindrus, & Funis, qui ex foramine in anteriori superficie exit, & sursum dirigitur, Pressionem solius anterioris minuit, & hanc paululum sublevare debet, antequam Pressionem posterioris Rotulæ mutare possit.

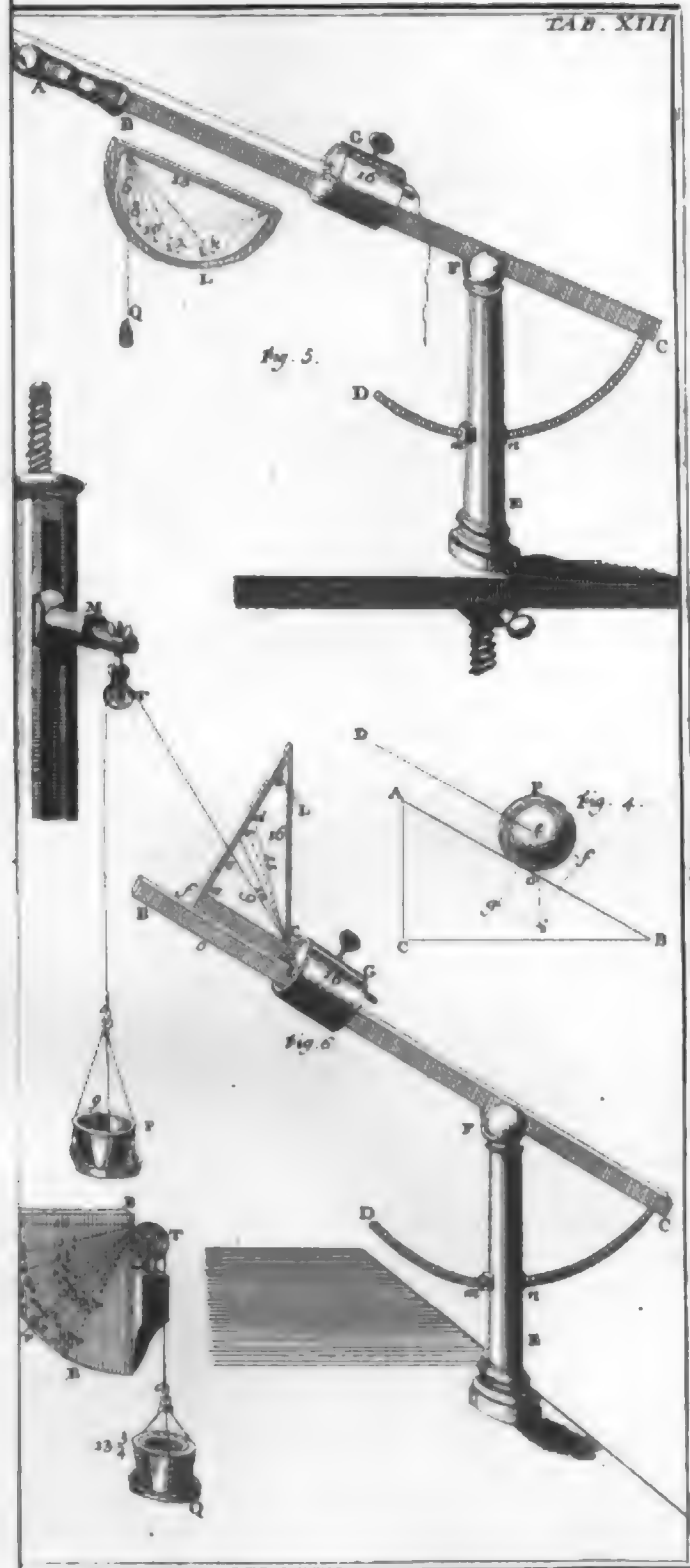
349. Si ergò  $ab$  dividatur in duas partes æquales in  $r$ ; pars  $ar$  indicat pressionem anterioris Rotulæ, &  $rb$  posterioris, quando hæ non minuuntur; sed in ultimo Experimento  $er$  Pressionem anterioris Rotulæ designat.

#### EXPERIMENTUM II.

350. Iisdem manentibus, quæ in præcedenti Experimento fuisse indicata, mutetur tantum  $P$ , & duæ addantur Unciæ: Valet nunc undecim Uncias Vis, quæ Funem trahit. Cylindrus situm mutat, & hujus inclinationem indicat linea  $cd$ , quæ valet undecim. Nunc nulla datur anterioris Rotulæ in Regulam Pressio, paululum ab hac

\* 349. separatur, quod cum explicatis \* congruit.

Unicum de Viribus obliquis addam, & hoc ipso Materia huic finem imponam. Ma-







Mariotte, in secundâ parte tractatûs de Motu Aquarum, Paradoxum Mechanicum demonstrat, cujus explicatio quoquè facile deducitur ex sæpiùs memoratâ Proportionem, de Puncto quod tribus trahitur Potentiis \*. 351. \* 317.

Ipsum Paradoxum, peculiari Machinâ immediatè sub oculos ponimus.

EXPERIMENTUM 12.

Vectis ACB ita est constructus, ut sibi permissus acquirat situm, in quo AC Horizontalis est. AC & CB sunt æquales; producat AC, & in hanc productam sit normalis Bf. Brachia Vectis, talem efficiunt angulum, ut AC dupla sit ipsius Cf. 352. TAB. XIV. Fig. 2.

In B applicatur Ponderus unius Libræ P; in A suspenditur Ponderus semi-Libræ GQ, & æquilibrium datur \*: si alia esset ratio inter AC & Cf, pondera alia adhibenda forent. \* 335.

Paradoxum nunc hoc est, transpositis Ponderibus æquilibrium servabitur.

Ut exactè Experimentum procedat, hæc Ponderis GQ desideratur constructio.

Pars hujus præcipua est Capsula G, quæ tres continet Rotulas cupreas, cum axibus suis chalibeis, & tenuibus, cohærentes; axes in eâdem lineâ sunt dispositi, & Rotæ separatim mobiles; extremæ ejusdem sunt magnitudinis, media paulò minor est. Cum hac Capsulâ conjungitur Uncus V, & Machina nunc ponderat Uncias tres; talis nostra est: additur Lanx L unius Unciæ, cui imponitur Ponderus Q quatuor Unciarum; & habemus dimidiatam Libram supra memoratam. 353. TAB. XIV. Fig. 3.

Columnæ \*, quâ sæpiùs jam usi sumus, applicatur Tabella T verticalis, & firmatur; in hac datur scissurâ

M 2

mn;

TAB. XIV.  
Fig. 4.  
\* 162.

$mn$ , in quâ agitato Vecte, crus  $CB$  liberè moveri pō-  
test. Impositis Ponderibus  $O, O$ , firmatur Vectis susten-  
taculum. Pondus  $GQ$  ita nunc applicatur, ut, dum à  
Vecte obliquè sustinetur, etiam à Tabella  $T$  retineatur;  
Rotulæ duæ externæ Tabellam tangunt ad latera scis-  
suræ  $mn$ , dum media ipsi Vecti insitit. Columna  $E$  à  
Tabellâ  $T$  ita removeri debet, ut posito crure  $AC$   
Horizontali, & applicato  $G$  ut diximus, Rotula, quæ  
Vecti imponitur, hunc tangat in Puncto  $b$ , quod ipsi  $B$   
respondet, ductâ  $Bb$  ad  $BC$  perpendiculari.

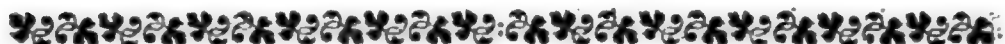
In hoc situ  $GQ$  sustinebit Pondus  $P$  (*Fig. 2.*) quod  
nunc in  $A$  suspenditur. Minimum quid turbat hoc æqui-  
librium; si  $G$  paululum deprimatur, ut Rotula non am-  
plius Vectem in  $b$  tangat, elevabitur  $P$ ; è contrario si  
 $G$  paululum elevetur statim prævalet  $P$ .

354. TAB. XIV. Fig. 2. \* 8. El. VI. \* 11. El. VI. Demonstratio hæc est. In Triangulo  $CfB$  rectangu-  
lo, ex angulo recto ducatur ad  $CB$  perpendicularis  $fd$ ;  
Triangula  $fdC, CfB$ , erunt similia \*; eodem modo,  
ductâ ad  $Cf$  perpendiculari  $dh$ , erunt similia Triangu-  
la  $dhf, Cdf$ ; Ergò similia Triangula  $dhf, CfB$  \*.

Pondus  $P$  est ad  $GQ$ , ut  $AC$ , aut  $CB$ , ad  $Cf$ , id  
est, ut  $df$  ad  $dh$ .

In *Fig. 4* Capsula  $G$  tribus trahitur Potentiis. 1. Pon-  
dere suo verticaliter deorsum, cui directioni parallela  
est linea  $dh$  (*Fig. 2.*); 2. Horizontaliter, Actione Ta-  
bellæ  $T$ , quam directionem indicat  $hf$ ; 3. tandem ipse  
Vectis juxta directionem ad hunc perpendicularem agit,  
& est hæc directio  $df$ : sunt ergò Potentiæ hæ inter se  
ut latera Trianguli  $dhf$  \*. Ergò Pondus  $GQ$  ad Vim,  
quæ premit Vectem in  $B$ , ut  $bd$  ad  $df$ , id est, ut in *Fig.*  
2.  $GQ$  ad  $P$ , quare hoc Pondus  $P$  valet pressionem  
quâ

quâ Punctum B, aut  $b$ , Rotulâ ipsi applicatâ premitur; quâ Pressione sustinetur Ponderus P, in A suspensum, propter æquales AC, BC\*. Transpositis ita Ponderibus, \* 143. æquilibrium servabitur, quæcunque sit ratio inter Cf & CA, id est,  $db$  &  $df$ , si hæc eadem detur inter Pondera GQ & P.



# L I B E R I.

Pars III. De Motibus, Potentiarum Actionibus, mutatis.



## C A P U T XVII.

*De Natura Legibus Newtonianis.*

**P**ressiones, contrariis Pressionibus destructas, huc usque consideravimus. Nunc Pressiones, in Corpora sibi permissa, & in Motu perseverantia, agentes, examinabimus; hic, ut in omnibus Physicis, ex Phænomenis ratiocinandum est, & ex iis Naturæ Leges deduci debent.

Tres à Newtono traduntur, quibus illa, quæ nobis de Motu nota sunt, explicari posse credimus.

### L E X I.

*Corpus omne perseverat in Statu suo quiescendi, vel 355. movendi uniformiter in directum; nisi quatenus, à Viribus impressis, cogatur Statum illum mutare.*

Videmus Corpus sua natura esse iners, & incapax sese movendi, unde, nisi causâ extraneâ moveatur, in Quiete semper necessario manet.

Corpus etiam semel motum in Motu, secundum eandem rectam lineam, eadem cum Velocitate, continuare, quotidianis Experimentis plenissimè constat; nullam enim unquam mutationem in Motu fieri videmus, nisi aliquà ex Causâ.

356. Corpus Vi *insitâ* transfertur \*, & Vis hæc, ut ex Lege  
\* 18. hac sequitur, *non mutatur nisi Actione Cause extraneæ.*

L E X II.

357. *Mutatio Motûs sequitur proportionem Vis motricis impressæ, & fit semper secundum rectam lineam, quâ Vis illa imprimitur.*

358. Ex Phænomenis quoquè deducimus hanc Legem; in Nave enim, Corpus quod propellitur eodem modo movetur, siue quiescat hæc, siue Velocitate quacunque æqualiter progrediatur. Quod demonstrat *duos Motus sese mutuò non turbare*, quod & in plurimis Motibus obtinet.

Quando Corpori moto alia superadditur Vis, in eadem directione, Motus celerior fit.

Quando nova Impressio Motui Corporis contraria est, retardatur Motus.

Si obliquè agat nova Impressio, Viam suam mutat Corpus.

- TAB. XV.  
Fig. 1.  
359. Sit Corpus in A, motum per AE Celeritate, quam per hanc ipsam designamus lineam, agat in A Impressio, juxta directionem AD, quæ Corpori, ut diximus, agitato, juxta hanc directionem, communicet Celeritatem AD. Corpus duobus nunc agitur Motibus, quibus lineæ AE & AD eodem tempore percurreuntur; hi duo  
\* 358. Motus sese mutuò non turbant \*, sed Motu, ex ambo-  
bus composito, Corpus fertur.

Ut Motum hunc compositum determinemus, concipiamus lineam AD, dum hanc Corpus percurrit, Motu paral-

parallelo transferri Celeritate, quâ Corpus movetur juxta directionem lineæ  $AE$ , quam in hoc Motu Punctum  $A$  percurrit. Id est, concipimus singula Puncta lineæ  $AD$  lineas ad  $AE$  parallelas, velocitate  $AE$ , percurrere; quare Corpus, ubicunque in illâ lineâ detur, eodem Motu cum hac ipsâ gaudet; ponimus præterea, Corpus, Motu proprio, per hanc ipsam lineam ferri, & sic duplici Motui subjici; ut hæc omnia in Nave, uniformiter motâ, obtinent.

Translata jam sit linea in  $ad$ , Corpus erit in  $b$ , &  $AE$  erit ad  $AD$ , ut  $Aa$  ad  $ab$ ; quia uterque Motus æqualis est. Absoluto parallelogrammo  $ADBE$ , & ductâ Diagonali  $AB$ , clarè patet Punctum  $b$  in hac Diagonali dari, & Corpus versari in  $B$ , ubi linea  $AD$  pervenit ad  $EB$ ; *Motu ergò Composito Corpus percurrit Diagonalem parallelogrammi formati lineis, situ directiones, & longitudinibus celeritates Motuum designantibus; Diagonalis autem celeritatem Motus compositi exprimit.* 360.

In sequentibus videbimus & Legem respectu Vis infinitæ locum habere, id est, Vim infinitam Corpori, per Diagonalem  $AB$  moto; æqualem esse Viribus primæ per  $AE$ , & secundæ quæ Corpori juxta  $AD$  communicatur. Si nempe Vis secunda non pro parte cum primâ contrariè agat; quod contingit quando Angulus  $EAD$  est obtusus, in quo casu nova Impressio pro parte in minuendâ primâ Vi impenditur.

L E X III.

*Actiōi contraria semper & equalis est Reactiō; id est, nulla in Corpus potest dari Actiō sine Resistentiâ ipsi equali, & Corporum duorum Actiōes in se mutuò semper sunt æquales, & in partes contrarias diriguntur.* 361.

Omnis

362. Omnis Actio Resistentiam requirit, tolle hanc, & illa evanescet; quis enim Actionem sine Obstaculo concipere potest?

Si Actio major sit Resistentiâ, pro parte sine Obstaculo aget illa, quod fieri non potest.

Si Resistentia major ponatur, cùm hæc sit Actio contraria, in eandem incidimus conclusionem; & contrarias Actiones necessario æquales esse satis clarè patet. Sed & evidentius sequenti examine hoc patebit.

363. Detur Vis quæ in Obstaculum agat, si hoc non cedat, retinetur Vi quadam, & datur Pressio quæ cum primâ  
\* 125. contrariè agit, hancque destruit, quare ipsi æqualis est \*. Digito Lapidem loco fixum premo, premitur æqualiter digitus à Lapide.

364. Si cedat Obstaculum, resistit inertia suâ \*. Traha-  
\* 19. tur Corpus Fune, etsi hoc liberrimè agitari possit, Funis tamen tensus erit, & utramque partem versùs æqualiter, quod oppositarum Actionum æqualitatem indicat: Corpus verò cedit, quamvis resistat, Vi æquali illi quâ trahitur, quia non resistit quamdiu quiescit, sed  
\* 19. dum motum acquirit \*.

Currus trahitur, in initio Motûs inertia, postea rotarum attritu, & propter Obstacula, minora quidem, sed tamen continuò in viâ occurrentia, resistit, & Resistentia hæc ab Equo superatur, dum proprio Motu Currus  
\* 355. progreditur \*, Lora in hoc Motu partem utramque versùs æqualiter distenduntur, quod æquales esse Actionem & Reactionem demonstrat; insequitur tamen Equum Currus, quia hic tantum resistit, dum sequitur illum; & resistit, quia sequitur.

Corporis agitati Motus destruitur, eodem modo ac  
quies-



quiescenti communicatur; quare ut in hoc casu Actioni æqualis est Resistentia, sic & in illo.

Tandem videmus & in illis motibus, qui ad Attractionem referuntur \*. Legem de quâ agimus locum habere. \* 73.

Magnes Ferrum ad se trahit, trahitur æqualiter à Ferro.

EXPERIMENTUM.

Unco, cum Lance Libræ cohærente, suspenditur Magnes M, & Pondere P æquilibrium datur: facillimè nunc moveri potest, & Ferro admoto, à certâ distantia accedit Magnes ad Ferrum; & hoc retrahendo, antequam Magnes ad hoc pervenerit, Magnes Ferrum sequitur; eodem omninò modo, ac Ferrum ad Magnetem accedit, & hunc sequitur, quando illud suspenditur, & Magnes admovetur. Quando autem Ferrum F suspenditur, sublato Magnete, Pondus P servandum est, & æquilibrium instaurari debet, Pondere Lanci L imposito, ut in utroque casu æqualiter gravetur Libra, & eadem Materię quantitas agitur. 366. TAB. XIV. Fig. 5.

Sedeat quis in Cymbâ, Cymbam aliam æqualem, & æqualiter onustam, Fune trahat; ambæ Cymbæ æqualiter moventur, & in medio Distantiæ primæ concurrunt: si una Cymba alterâ sit major, aut magis onusta, pro diversis quantitatibus Materię in singulis Celeritates erunt diversæ.

Perfectam autem actionum oppositarum æqualitatem demonstrat Corporum quies ubi mutua applicatio datur: nam quamvis se mutuò premant, & quantumvis facillè cedere possint, neutrum oppositum ex loco removet. 367.

Si ante concursum interponatur Obstaculum, quod concursum quidem, non mutuam Actionem, impediat,

N

cum



cum Corporibus quiescît hoc, quamvis nulla. Vi retineatur; & Obstaculum æqualiter ab utraque parte premi, dum Corpora ad se mutuò tendunt, manifestum est.



## C A P U T XVIII.

*De Acceleratione & Retardatione Gravium.*

## D E F I N I T I O I.

368. **M**otus acceleratus est, cujus Celeritas omnibus momentis major sit.

## D E F I N I T I O II.

369. Motus retardatus est, cujus Celeritas omnibus momentis minuitur.

Vis Gravitatis in omnia Corpora pro quantitate Materię continuò agit \*, & quæcunque fuerint, Gravitate eodem modo moventur. Quando Corpus liberè cadit, Impressio primi momenti in secundo momento non destruitur; ergò ipsi superadditur Impressio secundi momenti, & sic de cæteris; Motus igitur Corporis liberè cadentis est acceleratus, & ex Phænomenis constat, Motum æquabiliter in temporibus æqualibus accelerari. Consequentiarum enim, quas in sequentibus ex hoc principio, Accelerationem esse æquabilem, deducemus, veræ non essent, si tale non ipsum esset principium. Has autem cum Experimentis convenire, in Cap. sequentibus videbimus.

370. Ex hoc eodem Principio concludimus, Gravitatem eodem modo agere in Corpus motum ut in Corpus quiescens; cum Celeritates æquales, in momentis æqualibus, Corpori communicet.

372. Celeritas, ergò, inter cadendum acquisita, est ut tempus;

in

TAB. XIV.





*in quo Corpus cecidit.* Velocitas ex. gr., in certo Tempore acquisita, erit dupla, si Tempus fuerit duplum; tripla, si Tempus triplum, &c.

Designetur Tempus per lineam AB, & initium Tem-  
poris sit A. In Triangulo ABE, lineæ *1f*, *2g*, *3h*, quæ  
parallelæ ad basin, per Puncta 1, 2, 3, ducuntur, sunt  
inter se ut illarum ab A distantiarum; A1, A2, A3; id  
est, ut Tempora, quæ per illas distantias designantur;  
& Velocitates Corporis, liberè cadentis, post illa Tem-  
pora denotant \*. Si pro lineis mathematicis aliæ adhi-  
beantur cum minimâ latitudine, unicuique æquali, non  
eo mutatur ipsarum proportio \*, & hæ minimæ super-  
ficies æquè prædictas Velocitates denotant. In Tempore  
minimo Velocitas pro æquabili haberi potest, & ideo  
Spatium, in eo Tempore percursum, Velocitati propor-  
tionale est \*, eademque minimæ superficies Spatia, mi-  
nimis, sed æqualibus, Temporibus percurfa, designare  
poterunt: Idcirco in unâquaque minimâ Superficie me-  
moratâ, si latitudo Superficiei pro Tempore habeatur,  
Superficies ipsa Spatium percursum designabit. Totum  
Tempus AB constat ex talibus Temporibus minimis;  
& area Trianguli ABE formatur ex summâ omnium Su-  
perficierum minimarum hisce Temporibus minimis re-  
spondentium: area ergo hæc Spatium Tempore AB per-  
cursum designat. Eodem modo area Trianguli A1f, re-  
præsentat Spatium Tempore A1 percursum; Triangu-  
la hæc sunt similia, & areæ illorum sunt inter se ut qua-  
drata laterum AB, A1\*, id est, *Spatia ab initio casus*  
*percurfa sunt inter se, ut quadrata Temporum, per quæ*  
*Corpus cecidit: aut ut quadrata Velocitatum, inter ca-*  
*densum acquisitarum.*

373.

TAB. XV.  
Fig. 2.

\* 371.

\* 1. El. VI.

\* 119.

274.

\* 19. El. V.

Diviso Tempore AB in partes æquales, A 1, 1. 2, 2. 3, 3. B; ducantur per divisiones lineæ ad Basin parallelæ; *Spatia percurfa* in illis partibus, id est, *in primo, secundo, tertio, &c. momento, positis momentis æqualibus*, sunt inter se ut aræ A 1 f, 1 f g 2, 2 g h 3, 3 h E B; quæ aræ, ut ex inspectione Figuræ patet, *sunt inter se ut numeri impares 1. 3. 5. 7. 9. &c.*

Si Corpus, postquam cecidit per Tempus AB, non ulterius acceleretur, sed Celeritate BE, eo casu acquisitâ, uniformiter Motum continuet, per Tempus BC, æquale Tempori casûs, Spatium eo Motu percursum designatur per aream BEDC, duplam aræ Trianguli

\* 41. El. I. ABE \*; & ideò,

376. *Corpus ab Altitudine quacunque liberè cadens, eâ cum Celeritate, quam cadendo acquisivit, in Tempore æquali Tempori casûs, Motu aquabili, Spatium duplum prædictæ Altitudinis percurrent.*

Motus Corporis, in altum projecti, eodem modo retardatur, quo Corporis cadentis Motus acceleratur, ut  
 \* 357. sequitur ex lege 2 \*; in hoc casu Vis Gravitatis cum Motu acquisito conspirat, in illo contrariè agit; cum verò Vis Gravitatis omnibus momentis æqualibus, æquales  
 \* 370. Corpori Celeritates communicet \*, *Celeritas Corporis projecti in altum, æqualibus Temporibus, æqualiter minuitur, aut retardatur.*

Vis eadem Gravitatis generat Motum in Corpore cadente, & hunc destruit in Corpore adscendente, agitque semper in Corpus motum ut in Corpus quiescens \*;  
 \* 371. æqualibus ergò Temporibus Celeritates eadem generantur, & destruuntur. *Corpus in altum projectum adscendit, donec totum Motum amiserit; adscendit ergò per Tempus,*

*in quo Corpus cadendo potest acquirere Velocitatem, æqua-  
lem Velocitati cum qua in altum projicitur.*

Si BA repræsentet Tempus, in quo Corpus adscen-  
dit, & BE Celeritatem, cum quâ in altum projicitur;  
adscensus cessat, ubi Celeritas Corporis nulla est; ideo  
lineæ parallelæ ad Basin in Triangulo ABE repræsen-  
tant Celeritates in momentis Temporis, quibus respon-  
dent \*, & area Trianguli ABE Spatium adscendendo  
percursum designat, ut ex demonstratione, circa Cor-  
pora cadentia data \*, potest deduci. Cum autem BE sit  
Velocitas, quam Corpus cadendo per Tempus AB po-  
test acquirere \*, Triangulum hoc ABE idem est, quod  
Spatium cadendo percursum repræsentat, dum Corpus  
inter cadendum hanc ipsam Celeritatem BE acquirit.  
Unde sequitur, *Corpus in altum projectum adscendere ad  
eandem Altitudinem, à quâ cadendo potest acquirere Ve-  
locitatem, cum quâ projicitur.*

Et Altitudines, ad quas Corpora, diversis Velocitatibus 381.  
projecta, possunt adscendere, esse inter se ut quadrata il-  
larum Velocitatum \*.

C A P U T XIX.

*De Descensu Graviorum super Plano inclinato.*

**V**is, quâ Corpus super Plano inclinato descendere conatur, ex Gravitate oritur, & ejusdem est naturæ cum Gravitate, aut potius est ipsa Gravitatis immi-  
nuta, quia Corpus pro parte à Plano sustinetur: ideò  
Vis illa, omnibus momentis, & in omnibus Plani par-  
tibus, æqualis est \*, & agit in Corpus motum eodem \* 150.

N: 3

moda:

382. modo ac in Corpus quiescens \*: eâdem de causâ *Motus*  
 \* 371. *Corporis, super Plano liberè descendentis*, ejusdem est natura cum Motu Corporis liberè cadentis; & quæ de hoc dicta sunt, de illo etiam affirmari possunt. *Est igitur Motus aquabiliter acceleratus in Temporibus equalibus* \*; &  
 383. Propositiones Num. 372. 374. 375. 376. 377. 378. 380. & 381. si, pro descensu & adscensu directo, Motus super Plano inclinato ponatur, hîc etiam locum habent.  
 384. Celeritates, quibus *Corpora duo* descendunt, *quorum unum liberè cadit, & alterum super Plano inclinato devolvitur, si eodem Tempore cadere incipiant*, in singulis momentis eandem inter se habent rationem quam in principio casûs\*; ergò *Spatia eodem Tempore percurrunt, quæ sunt in ratione longitudinis Plani ad illius altitudinem* \*. Et in hac ipsâ ratione sunt *Velocitates, descendendo per hæc Spatia, acquire.*  
 385. In Plano *AB* Spatium à Corpore percursum, dum aliud liberè cadit per altitudinem Plani *AC*, determinatur, *ducendo ad AB perpendicularem CG*: tunc enim *Longitudo Plani AB est ad hujus Altitudinem AC, ut AC ad AG* \*.  
 TAB. XV. Fig. 3.  
 386. Si Circulus describatur diametro *AC*, Punctum *G* erit in Peripheriâ Circuli; quia angulus in Semicirculo, ut *AGC*, semper est rectus \*; ideò Punctum ut *G*, pro Plano utcunque inclinato, semper est in eâdem illâ Peripheriâ: unde sequitur, Chordas omnes, ut *AG* esse inter se ut Vires, quibus Corpora super his descendere conantur \*; & has percurri à Corporibus devolutis, in Tempore in quo Corpus, liberè cadendo, potest percurrere diametrum *AC* \*; quare Tempora devolutionum, per has Chordas, sunt æqualia. Velocitates etiam in fine descensûs sunt ut ipsæ Chordæ.

Unicuique Chordæ, ut *AG*, per *A* ductæ, parallela du-



ci potest alia per C, quæ æqualis erit, & æqualiter inclinata; igitur in Semicirculo, ut AHC, Vires quibus Corpora juxta Chordas, in Puncto infimo terminatas, descendere conantur, ut & Velocitates, devolvendo per has acquisita, sunt inter se ut hæ Chordæ; & quando Corpus sibi permittitur, eodem Tempore ad Punctum infimum Semicirculi perveniet, siue liberè cadat juxta Diametrum, siue descendat super Chordâ HC quâcunque.

Tempus devolutionis, per totum Planum AB, potest conferri cum Tempore descensus per Plani altitudinem AC; nam hocce Tempus est æquale Tempori devolutionis per AG; & quadrata Temporum sunt inter se ut AB ad AG\*; sed AB est ad AC, ut AC ad AG\*: quadrata igitur linearum AB & AC sunt quoque inter se, ut AB ad AG\*; & idcò istæ lineæ AB & AC sunt inter se, ut Tempora descensus per AB, & AG, aut AC, id est, Tempora, in hoc casu, sunt ut Spatia percursa.

In eodem casu Velocitates in fine descensus sunt æquales; nam post Tempora æqualia, quando Corpora sunt in G & C, Velocitates sunt in eadem ratione quàm in principio casus; id est, ut AC ad AB\*. Quando Corpus descendit à G ad B, crescit Velocitas ut Tempus; & Velocitas in G est ad Velocitatem in B, ut AC ad AB\*; Velocitates ergò in B & C eandem rationem habent ad Velocitatem in G, & sunt æquales\*.

Si varia Corpora descendant per lineas rectas, ex A ductas, & ad horizontalem CB terminatas, omnium horum Corporum, in fine descensus, Velocitates erunt æquales\*; & Tempora descensus ut Spatia percursa\*: si verò lineæ in Peripheriâ Circuli AGC essent terminatæ, Tempora forent æqualia, & Velocitates ut Spatia percursa\*.

Dentur

392. *Dentur iterum varia Corpora, quæ per varia Plana descendant, & Spatia equalia percurrant, ut AC, AF, quæ-  
runtur Velocitates in C & F. Quadratum Velocitatis  
\* 390. in F ad quadratum Velocitatis in B, aut in C\*, ut AF,  
aut AC, ad AB; nempe ut Altitudo Plani ad Longi-  
tudinem, id est, sunt quadrata Velocitatum, ut ipsa Vires  
\* 341. quibus Corpora propelluntur\*.*

393. *Vidimus Corpus eandem acquirere Velocitatem, cadendo  
à certâ Altitudine, sive directè cadat, sive per Planum in-*

\* 390. *clinatum devolvatur\*. Sed, potest quoque Corpus devolvi  
per plurima Plana, variè inclinata, & etiam per curvam,  
(quæ ut ex innumeris Planis, diversè inclinatis, constans  
considerari potest) & Celeritas semper erit eadem, quando  
altitudo est equalis. Non enim interest, utrùm Corpus descen-  
dat per AB an per EB, in B eadem erit Celeritas\*,  
\* 390. & eodem modo Corpus movebitur per BC; ideòque ha-  
bebit in C Velocitatem, quam devolvendo per EC po-  
tuisset acquirere, & in D Velocitatem, quam descenden-  
do per FD, aut cadendo per GD, habuisset.*

TAB. XV.

Fig. 4.

\* 390.

394.

TAB. XV.

Fig. 5.

*Observandum autem transitum, de Plano in Planum,  
debere sine Impactione fieri, hâc enim Velocitas Cor-  
poris minuitur, ut suo Tempore dicetur, idcirco Plana  
diversa curvis jungenda sunt.*

#### MACHINA,

395. *Quâ Adscensus Corporum cum Descensu confertur.*

TAB. XV.

Fig. 6.

\* 162.

\* 163.

\* 173.

\* 175.

*Pars prima hujus Machinæ est Columna, ante explica-  
ta, C\*, cui superimposita minor G\*, cum quâ conjun-  
ctum est quartum Brachium A\*. Per unum ex foramini-  
bus (Tab. IV. Fig. 9.), in Brachii descriptione memora-  
tis\*, sed illud eligimus quod maximè à Columnâ remo-  
vetur, transmittitur Filum, cum quo cohæret Globus  
plum-*

plumbeus O. Fili extremitas altera cum Paxillo  $\times$  co-  
hæret, & retinetur \*; hujusque circumvolutione eleva- \* 178.  
tur, aut deprimitur Globus O.

Columnæ C applicatur Regula lignea DE ut hoc  
antea explicavimus \*. \* 243

Machinæ hujus pars altera est Tabella FH, quæ in-  
sistit pedi, cujus pars videtur in L, & Cochleæ I. La-  
tus BB in situ horizontali disponitur, auxilio perpendi-  
culi P, conversione Cochleæ I.

Lamellæ  $m$ ,  $n$ , horizontales sunt, & juxta latus BB  
mobiles ita, ut in eodem Plano horizontali maneant;  
ac Cochleis  $s$ ,  $s$ , firmantur, interpositis Lamellis cupreis.  
Cylindri cuprei tenuiores  $p$  &  $q$ , foraminibus Columnæ  
intruduntur; & cum varia talia foramina dentur, ad di-  
versas altitudines firmari possunt. Præter hos & duo alii  
Cylindri tenuiores cuprei desiderantur  $l$ , &  $r$ , quibus-  
cum Lamellæ cohærent, similes illis, quæ caudas Tro-  
chlearum efficiunt \*; Lamellæ hæ in scissuram Regulæ \* 161.  
DE, intruduntur, ut cylindri in loco quocunque hujus  
scissuræ firmentur, ut de Trochleis antea vidimus \*. \* 243.

#### EXPERIMENTUM I.

Removentur Cylindri  $p$ ,  $q$ ,  $l$ ,  $r$ .

Globus O, extenso Filo, elevatur; Fili longitudo ita 396.  
determinatur, & Lamella  $m$  in tali loco ponitur, ut Glo-  
bus inferiori hujus superficiei applicari possit. Eodem  
modo disponitur Lamella altera  $n$ .

Globus uni Lamellæ applicatur, & sibi permittitur,  
Gravitate nunc descendit, & Motu adquisito ad aliam  
Lamellam adscendit.

Si Filum paulò magis tendatur, in Lamellam oppo-  
sitam incurrit.

397. Ponantur nunc cylindri  $p$ , &  $l$ ; quibus, pro diverso situ, diversimodè, propter diversam Fili inflexionem, variatur via, per quam Corpus descendit; sumetur Lamina  $m$  in eo situ, ut ad hanc Globus pertingere possit: si nunc ab hac Laminâ, ut primâ vice, dimittatur Globus, eodem modo, & per eandem curvam, quam primâ vice secutus est, ad  $n$  adscendet; unde patet in utroque casu eandem descendendo adquisitam fuisse velocitatem.

398. Idem hocce Experimentum confirmat, quod ex antedictis sequitur, nempe, *Corpus eâ Celeritate, quam cadendo per superficiem quamcunque, sive planam, sive curvam, adquisivit, per aliam superficiem similem, ad eandem Altitudinem adscendere posse* \*; Tempusque adscensus  
 \*380.383.  
 393. \* 378. *aquale esse Tempori descensus, quoque manifestum est* \*.

399. *Corpus eâ Celeritate, quam cadendo à certâ Altitudine adquisivit, ad eandem Altitudinem per curvam quamcunque adscendere potest; sed Tempora hoc casu non sunt equalia.*

#### EXPERIMENTUM 2.

\*396.397. Experimentum hoc à præcedenti \* eo solo differt;  
 400. Machinæ junguntur etiam cylindri  $q$  &  $r$ , ut Via adscen-  
 TAB. XV. sus quoque varietur. Positis nunc quatuor Cylindris, &  
 Fig. 6. Lamellis  $m$  &  $n$ , ut in Figurâ exhibentur, Experimentum ut præcedens tentetur, & eodem modo procedet.

401. Ex demonstratis in hoc Capite \*, deducimus metho-  
 \* 393. dum confirmandi Experimentis, quæ de Velocitate Cor-  
 \* 374. porum cadentium antea sunt demonstrata \*.

#### MACHINA,

*Quâ Corporum Cadentium Velocitates conferuntur:*

402. E ligno cujus crassities AB est duorum pollicum, &  
 TAB. XV. altitudo AD circiter pollicum novem, formatur Ma-  
 Fig. 7. china

china hæc; excavatur lignum juxta portionem Cycloidis à superiori parte ligni ad F usque, ubi curva terminatur in ipsius vertice; continuaturque lignum ab F ad G, juxta tangentem ad curvam in vertice F, cujus distantia à G est unius pedis. Ut lignum hoc exactissimè sit elaboratum, habeatque superficiem admodum politam, & plumbagine illinitam, desideratur. Formationem autem Cycloidis in Scholio 2. Capitis sequentis explicamus.

Lignum hoc circumdatur Regulis ligneis HH, HI, II; & spatium quod hisce continetur in duos quasi Canales dividitur Regulâ *mm*, cujus altitudo est quartæ partis unius pollicis.

In Canali utroque movetur Globus æneus, diametri semi-pollicis, in utroque etiam datur Obex O; hi, ope Cochleæ lateralis, ubi desideraveris, firmantur, & interpositâ Lamellâ cupreâ, cum Cochleâ cohærenti, læsio ligni cohibetur.

Machina tribus sustinetur Cochleis æneis, quarum duæ videntur in C, C, harum ope superficies F G in situ ponitur horizontali, cujus situs indicium dat Perpendicularum P.

Regula *mm* dividitur, ab F ad G in partes æquales, ab F autem sursum inæquales sunt; sed demonstrant intervalla æqualia inter Altitudines.

Hujus Machinæ hæc est proprietas; Globi, ab altitudinibus, utcunque inæqualibus, dimissi, æqualibus Temporibus ad F perveniunt; quod faciliè patebit si Obices O, O, in F firmentur, & Globi eodem momento à diversis Altitudinibus dimittantur.

Qui hujus proprietatis geometricam desiderant demonstrationem, Caput sequens adeant; ipsam in Machi-

nâ observare proprietatem, hoc loco sufficit.

EXPERIMENTUM 3.

403. Constitutâ Machinâ, ut dictum, firmentur Obices, applicato uno divisioni quartæ ab F, altero divisioni sextæ. Si nunc Globi dimittantur, eodem momento, ab Altitudinibus, quæ sunt, ut quatuor ad novem; dimisso nempe à minori altitudine globo illo, cujus Obex minus ab F distat, eodem etiam momento quàm exactissimè ad Obices pervenient.

Globi hi eodem momento in F dantur, æqualibus ergò Temporibus percurrunt Lineas, quæ sunt ut quatuor ad sex, id est, ut duo ad tria, in quâ ratione sunt horum Globorum Velocitates\*; horum numerorum quadrata sunt quatuor & novem, quæ sunt in ratione Altitudinum, à quibus cadendo Corpora adquisivere Velocitates suas; quod Experimento confirmandum erat.

Ita Obices sunt constituendi ut applicatis Globis, horum centra divisionibus Lineæ FG respondeant, & in dimittendis Globis ad Altitudines centrorum attendendum est.



C A P U T XX.

*De Oscillatione Pendulorum.*

D E F I N I T I O I.

404. **G** Rave, Filo tenuissimo suspensum, & cum Filo, circa Fili punctum fixum, mobile, vocatur Pendulum.

Motus Penduli est Vibratorius, seu Oscillatorius.

Quando Pondus, Filo extenso, elevatur, Gravitate descendit, & Celeritate acquisitâ ad eandem Altitudinem

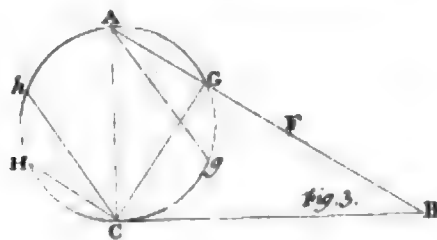
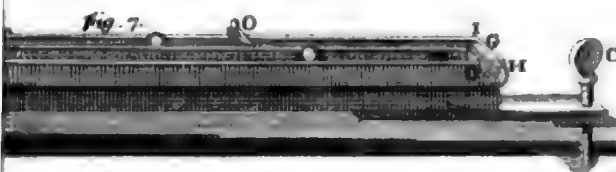
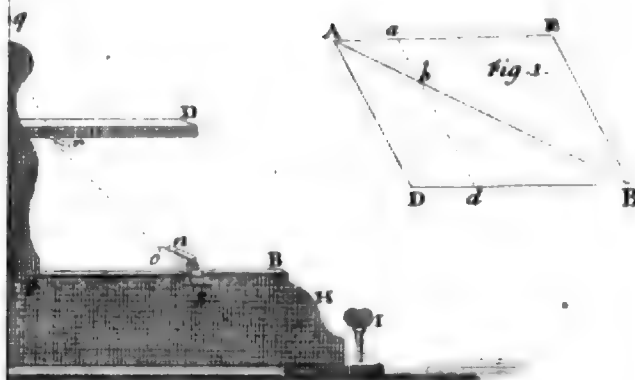


Fig. 6.







nem ad partem oppositam adscendit \*; Gravitate dein- \* 398.  
de iterum redit; & Vibrationes continuat.

Rotationem circa Punctum suspensionis liberrimam  
hic supponimus, & nullam dari Aëris resistantiam; quæ  
in majoribus Pendulis admodum est exigua.

Sit Pendulum CP, suspensum in C; in motu suo TAB. XVI.  
Corpus P describit portionem Circuli PBp; si loco hu- Fig. 1.  
jus motûs, *Corpus* descendat per Chordam PB; iterumque 405.  
adscendat per Chordam Bp, & *Vibrationes suas per Chor-*  
*das peragat*; descensus fiet in tempore, in quo Corpus  
cadendo potest percurrere diametrum AB \*; id est, lon- \* 388.  
gitudinem duplam longitudinis Penduli: in tempore  
æquali adscendet per Chordam Bp \*; in tempore ergò inte- \* 398.  
gra *Vibrationis*, quod duplum est temporis descensus, *Cor-*  
*pus cadendo potest percurrere* quatuor diametros \*; id est, \* 374.  
*longitudinem octuplam longitudinis Penduli.*

Cùmque descensus & adscensus per Chordam quam-  
cunque fiat in tempore æquali \*, omnes Vibrationes per \* 388.  
Chordas, sive magnas, sive exiguas, sunt æquè diuturnæ.

In *Vibrationibus exiguis harum durationes, dum in Cir-* 406.  
*culo movetur Corpus, cum durationibus Vibrationum in*  
*Chordis constantem rationem habent*, illam nempe, *quæ da-*  
*tur inter Circuli peripheria quadrantem & diametrum*, pro-  
ximè ut 11. ad 14. Idcirco *ejusdem Penduli Vibrationes exi-*  
*gua, licet inæquales, ad sensum sunt æquè diuturna.* 407.

EXPERIMENTUM I.

Columnæ C applicatur Brachium A \*. Pendula duo 408.  
suspenduntur, PE, pe, quorum Fila foramina duo ex TAB. XVI.  
tribus, quæ in Laminâ GH (Tab. IV. Fig. 9.) dantur \*, Fig. 2.  
trajiciunt, & Paxillis \* firman- \* 175.  
t, quorum Revolutione \* 178.  
ad eandem longitudinem reducuntur.

Pendula hæc, si à Punctis  $P$ , &  $p$ , eodem temporis momento, dimittantur, eodem tempore pervenient in  $F$  &  $f$ , & sic motum continuabunt per Arcus  $PBF$  &  $pbf$ ; semper eodem tempore.

Hæc autem æqualitas plenius explicanda est; & dicendum quare Vibrationes in Circulo ad Vibrationes per

\* 406. Chordas, quam dixi \* rationem habeant.

TAB. XVI.  
Fig. 3.  
409. Rotetur Circulus  $FE B$  super lineâ  $AD$ , donec Punctum  $B$  in  $A$  ad lineam hanc perveniat; hoc motu Punctum  $B$  describit Curvæ portionem  $BPA$ : eodem modo similis Curvæ portio  $BD$  describitur, totaque Curva  $ABD$  vocatur *Cyclois*, Circulus  $FE B$  *Generator* dicitur.

410. Dividatur Curva in duas partes æquales in  $B$ , portionesque  $BA$  &  $BD$  disponantur, ut Puncta  $A$  &  $D$  jungantur in  $C$ ; Punctum verò  $B$ , cum Punctis  $A$  &  $D$  lineæ  $AD$ , coincidat. Juxta harum portionum curvaturam Laminæ metallicæ inflectantur ita, ut Filum Penduli in  $C$  suspensi, motu suo vibratorio, ab utraque parte sese Laminis istis applicet, & eandem curvaturam cum istis adipiscatur. Nunc positâ longitudine Penduli  $CB$ , Corpus  $P$  in Vibrationibus suis describet Cycloidem  $ABD$ , ut in sequenti Scholio 1<sup>o</sup>. demonstramus; ita ut Filum longitudinis  $BC$  æquale sit Curvæ  $CA$ ; quare tota Curva  $ABD$  dupla est lineæ  $CB$ ; & quadrupla axis  $FB$ .

412. In eodem Scholio demonstramus, *Tangentem ad Curvam in Puncto, ut  $P$ , parallelam esse Chordæ  $EB$ , in Circulo  $FE B$  ductæ ad Punctum infimum  $B$  ex Puncto  $E$ , in quo Circulus secatur à lineâ  $PE$ , parallelâ ad basim  $AD$ , & per  $P$  transeunti*: Ut & portionem  $PB$  Curvæ æqualem esse duplo Chordæ  $EB$ .

Cum autem in singulis Curvæ punctis Corpus in Curvâ

vâ descendat juxta directionem Tangentis ad Curvam, sequitur, *Corpus in Puncto quocunque Curva, ut P, conari descendere cum vi, quæ proportionalis est Chordæ respon'enti in circulo, ut EB\**, quæ ipsa cum sit dimidium *arcus Curvæ, inter hocce Punctum P & Curvæ Punctum infimum, intercepti\**, cum hoc arcu eandem rationem sequitur\*. \* 414. \* 412. 387. \* 413. \* 15. El. V.

Unde patet, si duo Pendula ut CP ab altitudinibus diversis, eodem momento, dimittantur, celeritates, quibus cadere incipiunt, esse inter se, ut Spatia percurrentia, antequam ad B perveniant: si ergo istis celeritatibus solis, motu non accelerato, agitentur, eodem temporis momento ad B pervenirent\*; eodem modo velocitatibus secundo momento acquisitis, etiam ad B eodem momento pertingunt; idemque ratiocinium pro momentis sequentibus procedit: ergo semi-Vibrationes, utcunque inæquales, ut & Vibrationes integræ, temporibus æqualibus peraguntur. \* 119.

Ulterius in tertio Scholio, demonstramus, *Tempus unius cuiusque Vibrationis esse ad tempus casus verticalis, per semilongitudinem Penduli, ut peripheria Circuli ad diametrum.* 415.

In Cycloïde pars infima cum Circuli arcu exiguo ad sensum coincidit; & hæc est vera ratio, quare in Circulo tempora Vibrationum exiguarum, utcunque inæqualium, sint æqualia, & hac eadem de causâ, etiam in circulo, si Vibratio sit exigua, hujus duratio ad tempus casus per semilongitudinem Penduli, dictam rationem habebit, circumferentiæ Circuli ad diametrum\*. Sed hoc tempus casus per semilongitudinem Penduli, est pars quarta temporis casus per longitudinem octuplam ipsius Penduli\*; quod tempus æquale est durationi Vibrationis per Chordas\*. Idcirco duratio Vibrationis per arcum ad

data.

- durationem Vibrationis per Chordas, ut peripheria Circuli ad quatuor diametros, aut ut quadrans circumferentiæ Circuli ad diametrum, ut jam monuimus\*, id est proximè ut 11. ad 14. & *celerius per arcum quàm per Chordas Vibrationes peraget Pendulum.*
418. Durationes *Vibrationum Pendulorum inequalium* conferuntur. Quando arcus sunt similes, Deviationes respectu Chordarum sunt etiam similes, & tempora Vibrationum per arcus sunt ut tempora Vibrationum per Chordas; hæc verò sunt tempora descensûs per longitudines octuplas longitudinum Pendulorum\*; quorum *quadrata durationum sunt* ut istæ longitudines octuplæ\*; sive  
 \* 15. El. V. *ut ipse longitudines Pendulorum* \*.

## EXPERIMENTUM 2.

419. Duo Pendula EP, ep, quorum longitudines sunt ut 9. ad 4, eodem tempore dimittuntur à Punctis P, p, ita, ut, Vibrationibus, arcus similes describant; Pendulum majus duas absolvit Vibrationes, dum minus tres peragit, ut in horum concursu observatur. Quadrata durationum Vibrationum sunt ut 9. ad 4., nempe ut longitudines Pendulorum.
420. Quando Vibrationes sunt exiguæ, hæc ratio etiam locum habet, quamvis Pendula non per arcus similes agitentur\*.
- Circa omnia, quæ hucusque de Pendulis dicta sunt,
421. observandum, *non interesse quantum ponderet Corpus quod agitur, aut utrum Corpora diversorum Pendulorum inequaliter ponderent, aut ex diversa formetur materiâ.* Cum Vis Gravitatis proportionalis sit quantitati materiæ in omnibus Corporibus\*, omnia Corpora, in iisdem circumstantiis, Gravitate æquè celeriter moventur. Quod etiam sequenti Experimento confirmatur. Ex-

EXPERIMENTUM 3.

Dentur duo Globi æquales, aut inæquales, unus ex 422.  
Plumbo, alter ex Ebore; Filis suspendantur, & sint  
Pendula æqualia; Vibrationes æquales, atque exiguæ  
utrunque inæquales, sunt æquè diurnæ.

Sæpè loco Fili Virga ferrea tenuis, sed rigida, adhibe- 423.  
tur, & aliquando etiam Pondera duo, aut plura, ei an-  
nectuntur.

DEFINITIO 2.

*Talis Virga suspensa, & circa Punctum mobilis, vo- 424.  
catur Pendulum compositum. Ut CQP.* TAB. XVII.

In hoc casu Regulæ memoratæ locum non habent; Fig. 1.  
sed Pendula talia ad simplicia revocantur, determinan-  
do in iis Punctum, in quo si Pondera forent juncta, Vi-  
brationes essent æquè diurnæ cum Vibrationibus Pen-  
duli compositi.

DEFINITIO 3.

*Hoc Punctum vocatur Centrum Oscillationis. Ut O. 425.*

In Scholio 4°. Methodum hujus determinandi expli-  
camus.

Corpus cujuscunque figuræ potest suspendi, & circa 426.  
punctum, aut potius axem, vibrari; in eo etiam potest  
determinari Centrum Oscillationis.

*Quando Linea recta, qualis est Filum ferreum, circa 427.  
extremitatum alteram vibratur, Centrum Oscillationis  
distat à Puncto suspensionis duabus partibus tertiis longi-  
tudinis Fili. Ut in eodem Scholio demonstramus.*

EXPERIMENTUM 4.

Cylindrus æneus, longitudinis duorum pedum cum 428.  
semisse, AB, ita suspenditur, ut circa extremitatem A TAB. XVI.  
P vibre- Fig. 5.

- vibretur; rotatur circa axem cum ipso in A cohærentem, & qui axi Libræ similis est, ut attritus minor sit. Suspenditur autem auxilio Laminæ M L (*Tab. IV. Fig. 9.*), quod quomodo fiat, foramina, in lamellis parallelis, cum majori M L cohærentibus in M satis indicant. Lamella verò, nisi post suspensum Cylindrum, firmari non debet\*, ut pondere Cylindri, Lamina, antequam firmetur, situm verticalem acquirat. Pendulum simplex *e p*, cujus longitudo est duarum partium tertiarum AB, eodem tempore cum Cylindro dimittitur; & Vibrationes Penduli, & Cylindri, eodem tempore peraguntur.
429. Vibrationes Pendulorum, ut diximus, licet inæquales, sunt æquæ diurnæ\*, & hæc Pendulorum proprietas maximi usûs est in Horologii constructione, cui motus æquabilis, Pendulo adjuncto, communicatur.
430. Horologiis in diversa loca translatis, Vim Gravitatis non ubique Terrarum æqualem esse enotuit ex eo, quod Vibrationum ejusdem Penduli durationes, in diversis Regionibus, inæquales repertæ sunt; & hæc Gravitatis diversitas per Pendula mensuratur.
431. *Dentur duo Pendula, CP, cp, quorum Longitudines sint inter se, ut Vires Gravitatis quibus agitantur; si arcus similes excurrant, in punctis respondentibus Gravitates eandem semper habebunt rationem inter se, propter inclinationes æquales, & hæc erit ipsa ratio arcuum percurrentorum, (quia arcus similes sunt ut pendulorum longitudo) qui ergo æqualibus temporibus percurrentur\*, id est, Vibrationes erunt æquæ diurnæ.*
- TAB. XVII. Fig. 2.
- \* 119. Si ad eandem Longitudinem reducantur mutato Pendulo *cp* cujus Longitudo fiat *cq*, æqualis CP; quadratum



tum durationis Vibrationis Penduli  $cq$  est ad quadratum durationis Vibrationis Penduli  $cp$ , aut  $CP$ , ut Longitudo  $cq$ , aut  $CP$ , ad  $cp^*$ ; id est ut Gravitas, quæ in Pendulum  $CP$  agit, ad Gravitationem, quæ Pendulum  $cq$  agitat. Sunt, ergo, *durationes Vibrationum Pendulorum equalium, in ratione subduplicatâ, inversâ, Gravitatum in Pendula agentium.* \* 418. 432.

Et in genere *quadrata durationum Vibrationum Pendulorum sunt directè, ut Pendulorum Longitudines \**, & *inverse ut Gravitates quibus moventur \**. \* 418. \* 432.

*Gravitates ipsæ sunt directè, ut Longitudines Pendulorum \**, & *inverse ut quadrata durationum Vibrationum \**. \* 431. \* 432.

Plurimâ Phænomena naturalia à motibus pendent analogis cum motibus Pendulorum, & illis explicandis demonstrata de Pendulis inserviunt, estque hic ultimarum Propositionum præcipuus usus. 435.

Pendula quoque peculiarem utilitatem habent in Experimentis, quæ de Corporibus motis, & Viribus infinitis agentibus, instituuntur; in his autem casibus Pendulorum Velocitates conferendæ sunt, hasque duobus modis considerare possumus. 436.

#### DEFINITIO 4.

*Velocitatem Penduli vocamus illam, quâ agitatur Corpus suspensum, ubi hoc pervenit ad locum infimum arcus quem percurrit.* 437.

Si de pendulo composito agatur, loco Corporis suspensi, Centrum Oscillationis considerandum est.

#### DEFINITIO 5.

*Velocitas angularis Penduli illa est, quâ hoc circa Punctum Suspensionis rotatur, ubi ad situm verticalem pervenit. De hisce duabus Velocitatibus nunc nobis agendum est.* 438.

439. *Dentur Pendula duo CP, cp, quæ Vibrationes peragunt in Arcubus PF, pf; Centris C, c, eodem intervallo describantur Arcus LO, lo; sintque in locis infimis arcuum PF, pf, Portiones infinitè exiguæ BD, bd, quæ eodem tempore percurrantur. Velocitates Pendulorum sunt ut BD, bd; & horum Velocitates Angulares ut MN, mn; id est, ut anguli BCD, bcd.*

TAB. XVI.  
Fig. 6.

DEFINITIO 6.

440. *Angulum Penduli vocamus illum, quem descendendo, aut adscendendo, Pendulum describit.*

441. *Velocitates Penduli, in Vibrationibus inequalibus, sunt inter se ut subtensa Arcuum, quos Corpus descendendo describit.*

TAB. XVI.  
Fig. 1.

Velocitas, in descensu per Arcum DB, ad Velocitatem, si descendat per PDB, ut chorda DB ad chordam PB \*.

442. *In Vibrationibus exiguis, Arcus sunt sensibilibiter ut chordæ; quare Velocitates sunt ut arcus, aut ut Penduli Anguli \*.*

In hisce Arcus, aut Angulus, exiguus est, qui 15. gr. non superat; hic enim Arcus se habet ad suam subtensam, ut 350 ad 349.

443. *In Pendulis diversis, si Arcus sint similes, aut Anguli æquales, Corpora descendunt per spatia, quæ sunt ut Pendulorum Longitudines, in qua eadem ratione sunt Velocitatum quadrata \*.*

\* 374-393.

444. *Si Pendula sint equalia, & Anguli æquales, sed Gravitates differant, Vires, quæ in Corpora agunt in Punctis respondentibus, sunt ut ipsæ Gravitates; &, in initio descensus, percurrendo spatiola æqualia, Corpora acquirunt Velocitates, quarum quadrata sunt ut Vires prementes \*, id est, ut Gravitates; Accelerationes, percurrendo sequen-*

tia.

tia spatiola æqualia sequuntur eandem legem, quod, cum ubique in Punctis respondentibus obtineat, propter Vi- res in constanti ratione, & spatiola æqualia, integræ Velocitates quoque hanc rationem sequuntur.

Conjungendo tres ultimas Propositiones Universalem habemus regulam: *In Vibrationibus minoribus quadratum Velocitatis Penduli sequi rationem compositam ex ratione quadrati Anguli\*, ratione Longitudinis\*, ut & ratione Gravitatis in Pendulum agentis\*.*

445.

\* 442.

\* 443.

\* 444.

*Velocitatem angularem, si Pendula sint æqualia, sequi rationem ipsius Velocitatis, manifestum est. Sit B D arcus minimus determinato tempore percursus; hic est ut Penduli Velocitas\*, & mensurat angulum B C D; si ipsa Velocitas servetur, id est si maneat B D, & Penduli Longitudo mutetur, minuitur angulus B C D, qui Velocitatem angularem determinat, ut augetur Penduli Longitudo, & hic Angulus sequitur Longitudinis rationem inversam.*

446.

TAB. XVI.

Fig. 6.

\* 437.

Rationem ergo quadrati Velocitatis Angularis habebimus, si inversam rationem quadrati Longitudinis cum tribus rationibus, supra memoratis\*, jungamus; sed conjungendo rationem inversam quadrati Longitudinis, cum hujus ratione directâ, quæ media est illarum trium; habemus rationem Longitudinis inversam, & ratio, quam sequitur ipsa Velocitas Angularis, est composita ex ratione Anguli, & ratione subduplicatâ Gravitatis, ut & ratione inversâ subduplicatâ Longitudinis Penduli.

\* 445.

447.

*Velocitas Puncti in Pendulo est ut Velocitas Angularis, & ut distantia Puncti à Centro Suspensionis; id est, hæc ultima ratio tribus rationibus novissimè memoratis\* addenda est.*

448.

\* 447.

*Si Anguli sint æquales, aut Arcus descendendo descripti similes, quadrata Velocitatum sunt ut Longitudines\*, &*

449.

\* 443.

P 3

ut

- \* 445. ut Gravitates \*. Ergo, si *Velocitates* hæc sint *æquales*, producta Longitudinum per Gravitates sunt æqualia; & quò illa minor est, eò hæc est major, id est, sunt Longitudines inversè ut Gravitates; & pro inversâ Gravitationum ratione, directâ Longitudinum usurpari potest: quam si faciamus substitutionem in N°. 433, detegimus in casu quem examinamus *Vibrationum durationes* esse ut Longitudines, quæ, propter Arcus similes, sunt ut spatia descendendo, aut ascendendo, percurfa.
450. Simile est ratiocinium, si agatur de eadem Gravitate; tunc Velocitatum Angularium quadrata, sunt ut quadrata Angulorum directè, & inversè ut Longitudines \*.
- \* 448. ergo, positis Velocitatibus his Angularibus æqualibus, sunt quadrata Angulorum in inversâ rationis Longitudinum ratione inversâ, id est, sunt ut Longitudines.
451. Clarè patet, si agatur de Pendulo composito, distantiam, inter Centra Suspensionis & Oscillationis, determinare Penduli Longitudinem.
452. Occasione motûs Penduli observavimus, celerius Corpus à Punçto ad Punçtum per Arcum descendere quàm per lineam rectam \*.
- \* 447. His addam, Corpus etiam breviori tempore quàm per circuli Arcum descendere posse; Et in Scholio sequenti 5<sup>to</sup>, demonstrabo,
453. Lineam celerrimi descensus, à Punçto ad Punçtum, magis depressum, & non cum primo in eadem verticali positum, esse Cycloïdem inversam, verticalem, cujus Punçtum extremum cum superiori Punçto coincidit, & quæ per Punçtum inferius transit.

## M A C H I N A,

Quâ descensus per Cycloïdem, cum descensu per Lineam rectam, confertur.

Tabula

Tabula lignea, AB, cujus crassities est trium partium <sup>454.</sup>  
quartarum pollicis, juxta figuram Cycloidis excavatur, <sup>TAB.</sup>  
& pedi ita imponitur ut planum sit verticale, & Cyclois <sup>XVII.</sup>  
in situ inverſo poſitâ hujus baſi parallelâ ad Horizon- <sup>Fig. 3.</sup>  
tem. Auxilio trium Cochlearum, per pedes E, E, & F,  
tranſeuntium in dicto ſitu, quem Perpendicularum P in-  
dicat, diſponitur Machina.

Ad latera Tabulæ AB ipſi applicantur Regulæ *cc*, *dd*,  
quibus canalis efficitur in quo Globus æneus, cujus dia-  
meter eſt ſemi pollicis, moveri poteſt, Cycloidem per-  
currendo.

Machinæ jungitur Regula lignea GH, cujus crassities  
pollicem æquat; excavata hæc eſt, canalemque continet  
ejuſdem latitudinis cum canali *cddc*, ut & in hoc Glo-  
bus moveatur. Poteſt hæc Regula ad libitum inclinari,  
quia circa Cocheam *il*, quæ Regulam & Tabulam A tra-  
jicit, volubilis eſt, hacque Cochleâ, cujus caput *i* la-  
tius eſt, Regula Tabulæ applicatur; cuspide O Regulam  
ſuſtinente. Hujus cuſpidis ſitus variari poteſt propter di-  
verſa foramina *r*, *r*, *r*, &c., quibus inclinatio Regulæ  
determinatur.

In margine menſæ diſponenda Machina eſt, ne illa  
impediat motum Regulæ, quando hujus inclinatio mi-  
nuitur. Ut ita Machina diſponi poſſit, pes F ad angu-  
los rectos, ipſi in medio inter E, E, applicatur ad par-  
tem oppoſitam illius cui applicatur Regula GH. Pes hic  
F plumbo addito gravior eſt; aut, ubi firmanda Machina  
eſt, Pondus pedi ſuperimponitur.

Canalis uterque benè levigatus deſideratur & plumba-  
gine illinitur, ne deſcenſus Globorum impediatur; in uno  
quoque obex, ut *m* & *n*, ad libitum firmatur.

EXPE-

## EXPERIMENTUM 5.

455. Inclinetur Regula GH ad libitum; Obices  $m$ , &  $n$ , firmandi ita sunt, ut Globi, si ipsis applicentur, inter se respondeant. Si nunc, positis Globulis in  $s$ , &  $t$ , etiam ut respondeant, hi eodem momento relaxentur, Globus, qui Cycloidem percurrit, primus ad obicem accedet, quod ictu detegitur; & in majori inclinatione hoc etiam ad oculum patet. In inclinatione quæ in Fig. exhibetur, ictus auditur in  $m$ , antequam Globus alter quartam partem longitudinis  $sn$  percurrerit.



## S C H O L I U M I.

*In quo quædam in hoc Capite memorata Cycloidis Proprietates demonstrantur.*

456. **P**ositâ Cycloidis memoratâ \* formatione; sit Circulus generator BEF.  
 \* 409.  
 TAB. Ponamus hunc pervenisse ad Punctum G baseos; Punctum F erit in  $f$ , posito  
 XVII. Arcu Gf lineæ GF æquali; Punctum describens erit in  $b$ , & erit hoc Punctum Cycloidis,  
 Fig. 4. Ducatur GcH diameter per Punctum contactus, erit hæc ad basin perpendicularis \*, & parallela diametro BF. Ductâ nunc bL, per Punctum Cycloidis  
 \* 18. El. III.  $b$ , basi parallelâ, secante Circulum FEB in E, & lineam GH in I; manifestum est, propter æquales GI & FL \*, in Circulis æqualibus æquales esse  
 \* 34. El. I.  $bI$ , EL \*; additâ utrimque IE æquales erunt bE, IL, cui æqualis GF \*.  
 \* 3. 14. El. III. Facile etiam liquet Arcus Gf, bH, EB, æquales esse inter se & lineæ GF; ideoque lineæ bE.  
 \* 34. El. I.  
 457. Ex quibus hanc Curvæ deducimus proprietatem, Si, ex Puncto quocunque Cycloidis, ad basin ducatur parallela, quæ semicirculum secat super axe descriptum ad partem Curvæ, qualis linea hic est bEL, erit hujus portio, inter Cycloidem & semicirculum intercepta, æqualis Arcui semicirculi inter lineam memoratam & verticem intercepto, id est bE Arcui EB æqualis est.  
 458. Sit Semi-cyclois ADB; vertex B; basis AF; axis BF, qui diameter est semicirculi FMB.  
 TAB. Sumtâ Dd portione quacunque infinîtè exiguâ Cycloidis, poterit hæc pro  
 XVII. lineâ rectâ haberi, & continuata formabit tangentem in Puncto D aut d. Ducantur DL, dl, ad basin parallelæ semicirculum secantes in E, e; & ductis BE, & Be, continuetur hæc donec secet in h lineam DL; sit etiam BO ad basin parallela, Circulum tangens in B, & quæ in O secatur lineâ eO, continuatione lineæ Ee.

Triang.



Triangula  $bEe$  &  $eOB$ , propter  $BO$  &  $bE$  parallelas sunt similia. Latera autem  $EO$  &  $OB$  sunt æqualia \*; ergo & æqualia  $eE$ ,  $bE$ ; est  $eE$  Arcuum  $* 36. \text{El. III.}$   
 $Be$ ,  $BE$ , aut linearum  $de$ ,  $DE$ , differentia \*; quæ eadem differentia est ideò  $* 457.$   
 etiam  $bE$ , quare sunt æquales parallela  $Db$ ,  $de$ ; sunt etiam idcirco æquales & parallela  $Dd$ ,  $be$  \*, id est tangens in  $d$  parallela chordæ  $eB$ , quam  $* 33. \text{El. I.}$   
 Cycloidis proprietatem superius indicavimus in n. 412.

Iisdem positis ducatur  $FEi$ ; erit hæc ad  $BE$  aut  $Bb$  (propter Angulum  $459.$   
 infinitè exiguum  $eBE$ ) perpendicularis \*, dividetque basin Trianguli isosceles  $bEe$  in duas partes æquales ita, ut  $ei$  sit dimidium ipsius  $eb$  aut  $dD$ .  $* 31. \text{El. III.}$   
 Est verò  $ei$  differentia inter chordas  $BE$ ,  $Be$ ; nam si centro  $B$ , radio  $BE$ , Circulus describatur coincidet hic cum  $Ei$ , quæ infinitè exigua est; &  $Dd$  est differentia Arcuum Cycloidis  $DB$ ,  $dB$ .

Concipiamus nunc lineam ad basin Cycloidis  $AF$  parallelam moveri à  $B$  ad  $F$ , aliamque lineam interea circa  $B$  ita rotari, ut continuò transeat per intersectionem primæ cum semicirculo. Ubi prima Ex. gr. pervenit ad  $dI$  erit secunda in  $Be$ ; translata primâ ad  $DL$ , rotatur secunda ut sit in  $BE$ . In hoc motu commune initium habent, & continuò augentur Arcus Cycloidis  $DB$ , & chorda  $EB$ ; sed illius augmentum semper duplum est augmenti hujus, quare & integer Arcus, qui est summa omnium augmentorum, erit duplus integræ chordæ, quæ etiam summam valet augmentorum suorum. Habemus ergo etiam demonstratam Propositionem in n. 413. memoratam.

Supereft ut, quæ de Evolutione Cycloidis in n. 410. dicta sunt, demonstremus.

Detur iterum eadem Cyclois  $ADB$ ; basis  $AF$ ; axis  $FB$ ;  $FEB$  semicirculus.  $460.$   
 Producat  $BF$  ad  $C$  ita, ut  $BF$  &  $FC$  sint æquales; formatoque Parallelogrammo  $AfCF$ ; detur semicirculus  $Amf$ , qui semicirculo  $FEB$ , æqualis erit; ut & semi-Cyclois  $AqC$ , cujus axis est  $Af$  & quæ æqualis est semi-Cycloidi  $ADB$ . Concipiamus etiam filum fixum in  $C$ , & Cycloidi  $CqA$  applicatum, evolvi.

Ponamus filum ad hunc pervenisse situm, ut cum Cycloide tantum conveniat à  $C$  ad  $q$ , & ulterius extendi juxta tangentem ad Curvam in  $q$ : si linea  $qR$  æqualis sit Arcui  $qA$ , cui filum, nunc tensum, fuit applicatum, erit  $R$  fili extremitas.

Ducatur  $qp$  ad basin parallela, semicirculum  $Amf$  secans in  $m$ , ex quo Puncto ducatur linea  $mA$  ad  $A$ , sunt  $mA$  &  $qN$  parallela \* & æquales \*; sed  $* 412. 458.$   
 $qA$ , ideoque  $qR$ , dupla est  $mA$ , aut  $qN$  \*; sunt ergo æquales  $Nq$ ,  $NR$ ;  $* 34. \text{El. I.}$   
 idcirco si per  $R$  ad  $AF$  &  $pq$  detur parallela  $RP$ , erunt æquales  $PF$ ,  $Ap$ ;  $* 413. 459.$   
 ergo etiam erunt æquales Arcus  $FM$ ,  $Am$ ; ut & Anguli  $MFA$ ,  $MAF$  \*; &  $* 32. 27.$   
 est  $FM$ , parallela  $Am$  \*, ut &  $Rq$ ; unde sequitur  $FMRN$  esse Parallelogrammum, & æquales esse  $FN$ ,  $RM$ ; sunt etiam æquales  $qm$ ,  $AN$ , in Parallelogrammo  $MANq$ .  $\text{El. III.}$   
 $* 27. \text{El. I.}$

Linea  $mq$ , aut  $AN$ , æqualis est Arcui  $Am$  \*, aut Arcui  $FM$ ;  $AF$ , æqualis est semicirculo  $FMB$  \*; idcirco  $NF$ , aut  $RM$ , æqualis est Arcui  $MEB$ ,  $* 457.$   
 & Punctum  $R$ , id est fili extremitas, datur in Cycloide  $ADB$  \*, quam integram extremitas hæc percurrent dum totum filum evolvitur.  $* 409. 457. 457.$



## S C H O L I U M I I.

*De Cycloïdis descriptione.*

**M**echanicè Cycloïdem describi posse hujus generatio satis demonstrat: Magis tamen commodum est per Puncta ipsam delineare, quod exactissimè fieri potest.

461. Sit BF, axis Curvæ; B Vertex; FA basis ad axem perpendicularis. Sit TAB. axis divisus in ducentas partes æquales, quas tamen omnes notare divisiones necesse non est; harum partium semi-basis FA continet 314, 2. Quâ XVIII. datâ longitudine determinatur A. Eodem modo reliqua Puncta determinantur auxilio Tabulæ sequentis. In primâ Columnâ Tabulæ indicatæ, distantie notantur à B ad F. Per Puncta notata ordinatæ ducuntur ad axem, parallelæ ad basin, & harum longitudines secunda Columna indicat.

## T A B U L A.

*Dimensionum Cycloïdis.*

| <i>Absc.</i> | <i>Ordin.</i> | <i>Absc.</i> | <i>Ordin.</i> |
|--------------|---------------|--------------|---------------|
| 6. ———       | 68, 9.        | 70. ———      | 222, 0.       |
| 8. ———       | 79, 5.        | 80. ———      | 234, 9.       |
| 10. ———      | 88, 7.        | 90. ———      | 246, 5.       |
| 12. ———      | 97, 0.        | 100. ———     | 257, 1.       |
| 14. ———      | 104, 6.       | 110. ———     | 266, 6.       |
| 17. ———      | 114, 9.       | 120. ———     | 275, 2.       |
| 20. ———      | 124, 3.       | 130. ———     | 282, 9.       |
| 23. ———      | 133, 0.       | 140. ———     | 290, 0.       |
| 26. ———      | 141, 0.       | 150. ———     | 296, 0.       |
| 30. ———      | 150, 9.       | 160. ———     | 301, 4.       |
| 35. ———      | 162, 3.       | 170. ———     | 306, 0.       |
| 40. ———      | 172, 7.       | 180. ———     | 309, 8.       |
| 50. ———      | 191, 3.       | 190. ———     | 312, 7.       |
| 60. ———      | 207, 6.       | 200. ———     | 314, 2.       |

463. Puncta in viciniis Verticis in hac Tabulâ deficiunt, quia hac Methodo commodè notari non possunt: habetur autem hæc portio Curvæ, si Arcus Circuli per B describatur, cujus centrum sit in lineâ BF continuatâ, & 410. 460. cujus Radius valeat duplum axeos Curvæ \*. Si descriptionem per Puncta velimus continuare, ducenda est lineâ BO, basi parallela, & in hac illas distantias à B, O versùs, debemus notare, quæ in primâ Columnâ sequentis Tabellæ habentur, erectisque perpendicularibus ad BO, harum longitudines in secundâ columnâ determinantur.

TABULA

TABULA SECUNDA.

*Dimensionum Cycloïdis.*

| Ordin.  | Abse.  | Ordin.  | Abse.  |      |
|---------|--------|---------|--------|------|
| 5. ———  | 0, 00. | 35. ——— | 1, 53. | 464. |
| 10. ——— | 0, 12. | 40. ——— | 2, 00. |      |
| 15. ——— | 0, 28. | 45. ——— | 2, 53. |      |
| 20. ——— | 0, 50. | 50. ——— | 3, 12. |      |
| 25. ——— | 0, 78. | 55. ——— | 3, 78. |      |
| 30. ——— | 1, 12. | 60. ——— | 4, 50. |      |

Constructio primæ Tabulæ hæc est. Ex abscissâ datâ determinatur ordinata. 465.

Sit abscissa BL, cujus longitudo est 60, illarum partium quarum Radius continet centum, id est, BF ducentas: BL est Sinus versus Arcus BE, quem Tabula horum Sinuum indicat 66. gr. 25', 20'', cujus Sinus rectus est 91, 65. memoratarum partium; & hæc est longitudo lineæ EL. TAB.XVII. Fig. 4.

Longitudo Arcus EB, cui æqualis est lineæ Eb\*, habetur hac proportionē; ut gradus 180, id est Semicirculus, ad 66. gr. 25', 20'', ita 314, 2, numerus partium in Semicirculo, ad 115, 94, longitudinem EB, aut Eb; addita EL, partium 91, 65, habemus bL partium 207, 59; id est, neglecto ultimo charactere fractionis, 207, 6. ut in Tabulâ notavimus. \* 457.

Computatio secundæ Tabulæ hoc nititur fundamento, Puncta quæ sita dari in Arcu circuli cujus Radius valet quadringenta \*. 466. \* 410. 460.

SCHOLIUM III.

*De motu in Cycloïde.*

Concipiamus portionem Cycloïdis, aut integram Cycloïdem, in lineâ rectâ extendi ABD, & Corpus in hac lineâ rectâ moveri juxta legem Penduli oscillari in Cycloïde, id est, dari pressionem in Corpus agentem, quæ sequatur rationem distantie Corporis à Puncto medio B\*, & quæ in Corpore motum agat ut in Corpore quiescens\*; centro B, radio BA, describatur Semicirculus ALD, qui Tempus repræsentat, in quo Corpus movetur ab A ad D; Tempora in quibus portiones quæcunque lineæ AD describuntur, erectis ad hanc perpendicularibus, determinantur; arcus HI Tempus in quo FG, & arcus AH Tempus in quo AF percurruntur, designant: celeritates autem in punctis F & G proportionales sunt ipsis perpendicularibus FH, GI. TAB.XVI. Fig. 7. \* 414. \* 371.

Quæ ut demonstrentur, concipiendum est Corpus, quod in lineâ AD movetur ita, ut temporibus, quæ sunt ut arcus AH; HI, percurrat portiones AF, FG, & sic de cæteris: ita ut totum Tempus repræsentetur per Semicirculum ALD. Concipiamus ulterius Semicirculum, in partes minimas æquales divisum, momenta minima æqualia Temporis designantes, quales sunt Hb & li. Idcirco, positis fb & gi etiam perpendicularibus lineæ AD, Temporibus æqualibus lineæ Ff & Gg percurruntur; quæ cum

exiguæ sint, percurruntur motu æquabili, momenta enim temporis adeo exigua concipi possunt, ut acceleratio, aut retardatio, insensibilis sit; Celeritates ergo, in Punctis  $F$  &  $G$ , sunt ut  $Ff$  &  $Gg$ \*, quas demonstramus esse inter se, ut  $FH$  ad  $GI$ .

\* 119. Ductis lineis  $Hl$  &  $Ii$  parallelis lineæ  $AD$ , similia erunt Triangula  $HBf$ ,  $Hbl$ ; sunt enim rectangula, & angulus  $FHB$  æqualis est angulo  $lHb$ , cujus utriusque est idem complementum ad angulum rectum, nempe  $BHl$ : Eodem modo similia demonstrantur Triangula  $BIG$ ,  $mIi$ . Ergo  $FH$ ,  $HB = IB :: lH$ ,  $Hb = li$ ; &  $IB$ ,  $GI :: Ii$ ,  $mI$ : & ex æquo  $FH$ ,  $GI :: lH$ ,  $mI$ \*.

\* 22. El. V. Incrementa Celeritatum, momentis æqualibus minimis, in Punctis  $F$  &  $G$ , id est, Pressiones agentes in istis Punctis\*, sunt ut  $lb$  &  $mi$ ; sunt enim differentiarum Celeritatum in Punctis  $F$ ,  $f$ , &  $G$ ,  $g$ . Sed, propter Triangula memorata similia,  $lb$  &  $mi$  sunt inter se, ut  $FB$  ad  $GB$ ; idcirco Pressiones, in Punctis  $F$  &  $G$  in Corpus agentes, sunt inter se ut distantia à Puncto medio  $B$ .

\* 133. 371. Quæ de incrementis Celeritatum demonstrantur in parte  $AB$ , lineæ  $AD$ , in parte  $BD$  de decrementis eodem modo demonstrantur. Agitur ergo Corpus juxta legem Corporis in Cycloïde oscillati\*.

\* 414. Detur Corpus motu æquabili Semicirculum percurrans  $ALD$ , in tempore unius vibrationis in Cycloïde, id est in tempore, in quo Corpus, in lineâ rectâ  $AD$  ut explicavimus motum, hanc percurrit. Ex dictis patet  $Hb$ ,  $Ff$ , &  $Ii$ ,  $Gg$ , æqualibus temporibus percurri; unde sequitur, cum directiones sint parallelæ in  $L$  &  $B$ , Celeritates in hisce Punctis esse æquales.

469. Idcirco Corpus, Celeritate quam Corpus pendulum habet in  $B$ , in tempore unius vibrationis, describit Semicirculum, cujus diameter est arcus Cycloïdis à Corpore percursus.

470. Si Corpus integram percurrat Cycloïdem, ut  $ABD$ , diameter, quæ valet arcum percursum, erit quadrupla diametri  $FB$ \*; & Velocitas in  $B$  illa erit, quam Corpus, cadendo ab altitudine  $FB$ , acquirit\*; quâ Celeritate, motu æquabili, in tempore casus, Corpus potest percurrere lineam duplicam ipsius  $FB$ \*, & in tempore unius Vibrationis, percurrere semicirculum, cujus diameter est quadrupla  $FB$ \*. Sed spatia, æqualibus Velocitatibus, percursa, sunt ut tempora\*; idcirco Tempus casus, per Semilongitudinem penduli, est ad Tempus unius Vibrationis, per integram Cycloïdem, aut Arcum quemcumque\*, ut dupla  $FB$ , ad circumferentiam dicti Semicirculi, aut ad integram circumferentiam Circuli, cujus diameter est etiam dupla  $FB$ ; ergo, in genere, ut diameter circuli ad hujus circumferentiam; ut monuimus in n°. 415.

#### SCHOLIUM IV.

De Centro oscillationis determinando.

471. **S**i  $CA$  Pendulum compositum; Pondera  $P$  &  $B$ ; inter hac datur Centrum Oscillationis  $O$ , cujus hac est proprietas, positâ virgâ  $AC$  rigidâ & sine Pondere, ut Pondus  $Q$ , multiplicatum per  $BC$ , est ad Pondus  $P$ , multiplicatum per  $AC$ , ita  $AO$  ad  $OB$ . Quod ut demonstremus, considerandum est Pondera

TAB. XVI.

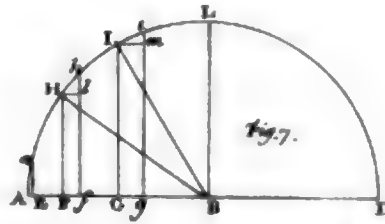
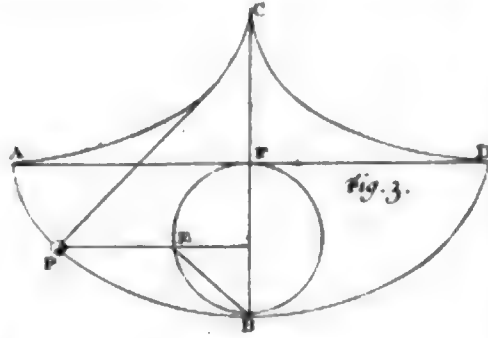
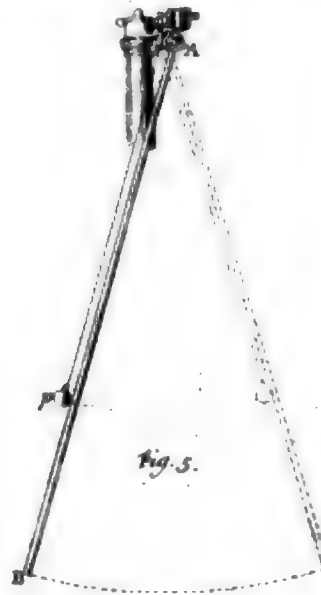


Fig. 4.





Pondera Q & P moveri directionibus parallelis inter se, id est æqualiter ad Horizontem inclinatis; idè agitari continuò Impressionibus ex Gravitate, quæ, nisi Corpora Virgâ rigidâ juncta forent, illis Celeritates communicarent æquales \*. Junctorum autem Ponderum Celeritates necessariò sunt inæquales, & Celeritas Corporis P, Actione Ponderis Q, augetur, dum hoc alterius Actione retardatur; quæ Actiones contrariæ æquales sunt \*. Interea punctum intermedium quoddam O, Centrum nempe Oscillationis, movetur Celeritate ex Actione Gravitatis oriunda.

Sit Bb, Oo, aut Aa (has enim æquales ponimus lineas) spatium percursum ex actione gravitatis juxta inclinationem quancunque agentis in tempore quocunque minimo. Cum punctum O hoc spatium percurrit, tantum per BE transfertur Q; & Potentia, quæ in Q agit, minuitur quantitate, qua eodem tempore Corpus hoc percurreret Eb, & quæ exprimitur per  $Q \times Eb$  \*. Potentia autem, quæ in P agit, augetur quantitate, quæ P eodem tempore transfertur per  $aD$ , & quæ exprimitur per  $P \times aD$  \*. ponimus enim parallelas Bb, Oo, Aa; Intensitas ergo Potentiæ quæ retardat Motum Corporis Q, est ad Intensitatem Potentiæ, quæ accelerat Motum Corporis P, ut  $Q \times Eb$  ad  $P \times aD$ : Sed Potentiæ hæ applicantur Vecti, cujus fulcrum est C; idcirco harum actiones, quas æquales demonstravimus, sunt ut Intensitates multiplicatæ per distantias à Fulcro, id est,  $CB \times Eb \times Q$  ad  $CA \times aD \times P$  \*. Ideo  $CB \times Q$  ad  $CA \times P$ , ut  $aD$  ad Eb, aut AO ad OB. Q. E. D. Paret etiam in Pendulo tali composito producta fore æqualia, si unumquodque Pondus multiplicetur per suas distantias à Centris Suspensionis & Oscillationis.

*Si plura Pondera dentur & unumquodque per suas distantias à Centris Suspensionis & Oscillationis multiplicetur, summa productorum ab utraque parte Centri Oscillationis æquales sunt. Hoc demonstratione simili evincitur.*

Unde deducimus Methodum computatione determinandi Centrum Oscillationis.

Sint Corpora quæcunque, A, B, C, D, E, quorum distantia à Centro Suspensionis respectivè litteris, a, b, c, d, e, exprimuntur; sit distantia Centri Oscillationis à Centro Suspensionis x. Ponamus, a, b, c, minores esse x, d & e autem majores.

Corporum A, B, C, distantia à Centro Oscillationis sunt  $x - a$ ,  $x - b$ ,  $x - c$ , & Corporum reliquorum distantia ab eodem Centro sunt  $d - x$ ,  $e - x$ , multiplicando Corpora singula per suas distantias ab utroque Centro, habemus  $Aax - Aaa + Bbx - Bbb + Ccx - Ccc = Ddx - Ddd + Eex - Eee$  \* unde

deducimus  $x = \frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd + Eee}{Aa + Bb + Cc + Dd + Ee}$ , quam eandem æquationem habemus quæcunque ex distantibus a, b, c, d, e, superent x; quare generalem hanc detegimus Regulam.

*Si singula Corpora multiplicentur per quadrata suarum distantiarum à Centro Suspensionis, & summa productorum dividatur per summam productorum singulorum Corporum, multiplicatorum per suas distantias ab eodem Centro Suspensionis, quotiens divisionis dabit distantiam inter Centra Suspensionis & Oscillationis.*

Q. 3.

Si,

475. Si, continuato Pendulo ultra Centrum Suspensionis, Corpora quædam supra Punctum Suspensionis applicentur, horum distantia erunt negativæ; Si Ex. gr. talia forent Corpora A & B, pro  $+a$  &  $+b$  computatio ineunda foret cum  $-a, -b$ , quorum quadrata cum etiam sint  $+aa$  &  $+bb$ , distantia  $x$  in hoc casu erit 
$$\frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd + Eee}{-Aa - Bb + Cc + Dd + Ee}.$$

In hac determinatione divisor valet distantiam, inter Centrum Suspensionis & Centrum Gravitatis, multiplicatam per summam omnium Corporum \*; & ita exprimendo divisorem Regula magis universalis est, & Corpori cuicunque applicari potest. Sed demonstratio mutanda est, & ex

476. hoc principio facile deducitur; Si corpora conjuncta descendendo acquirant Velocitates diversas, dum ad diversas distantias circa idem Centrum, aut eundem Axem, rotantur, & separatim postea, Velocitatibus acquisitis, ascendant; Centrum commune Gravitatis ascendet ad illam altitudinem à quâ descendit \*.

\* 212. 399.

477. Sint duo Corpora P & Q, mobilia circa Punctum C, quo cum cohererent lineis, BC, AC, quæ Angulum efficiunt, qui motu Corporum non mutatur. Sit D, Centrum commune Gravitatis, quod, quiescentibus Corporibus, datur in lineâ verticali, per C ductâ \*, in quâ eadem datur

TAB.

XVIII.

Fig. 2.

\* 206.

Centrum Oscillationis O. Sit ulterius EF horizontalis per C, & ad hanc perpendiculares, BE, AF.

Ponimus  $CA = a$ ;  $CB = b$ ;  $CD = d$ ;  $BE = e$ ;  $AF = f$ ; & tandem  $CO = x$ .

Elevatis Corporibus, & deinde sibi permissis, ubi Centrum Gravitatis ad D rediit, Velocitas hujus est maxima, & deinde ascendit. Punctorum A, B, D, & O, Velocitates sunt inter se, ut  $a, b, d$  &  $x$ , & eo momento his literis possunt exprimi.

- Si A & B eo momento sibi permittantur, ut separatim ascendant, ad Altitudines pervenient, quæ erunt ut  $aa, bb$  \*, & quæ his ipsis quadratis exprimi possunt. Altitudo ad quam tunc ascendit Centrum Gra-

- \* 217. vitatis est  $\frac{Aaa + Bbb}{A + B}$  \* quæ æqualis est altitudini à quâ descendit. Hac data altitudine, determinamus descensum Centri Oscillationis; hic enim se habet ad descensum Centri Gravitatis ut  $x$  ad  $d$ , & valet 
$$\frac{Aaax + Bbbx}{Ad + Bd}.$$

Centrum autem Oscillationis movetur, ut Corpus, sô à Gravitate agitarum \*; ergò hæc est altitudo ad quam Corpus Velocitate  $x$  ascendere potest \*; quæ etiam valet  $xx$ ; nam posuimus, altitudines, ad quas Corpora ascendere possunt, quæ proportionales sunt quadratis Velocitatum,

- \* 399. per ipsa quadrata exprimi; ergo 
$$\frac{Aaax + Bbbx}{Ad + Bd} = xx \text{ aut } \frac{Aaa + Bbb}{Ad + Bd} = x.$$

Q. D. E.

478. Ponimus  $d$  dari, sed si hæc ipsa distantia determinanda sit, detegimus

- \* 217.  $\frac{Af + Be}{A + B} = d$  \*; & factâ substitutione habemus 
$$\frac{Aaa + Bbb}{Af + Be} = x.$$

La



In Numeratore multiplicamus unum quodque Corpus per quadratum suae distantiae à Centro Suspensionis; quia, in motu Penduli, Corporum Velocitates sunt in ratione harum distantiarum: inde sequitur, Si Corpora, aut partes ejusdem Corporis, non circa idem Centrum, sed circa Axem rotentur, Pondus unius cujuscunque Puncti Corporis, aut Corporum, multiplicari debere per quadratum distantiae suae ab Axe, & summam productorum dividendam esse per distantiam Centri Gravitatis Corporis, aut Corporum, ab eodem Axe, aut à Plano horizontali per Axem, ductum in Pondus Corporis, aut summam Ponderum omnium Corporum. Quam quomodo determinemus distantiam, Centri Gravitatis à dicto Plano horizontali, suo loco diximus \*.

Ut \* Regulam hanc applicemus Lineae, cujus extremitas est Suspensionis Centrum, singulorum Punctorum, aut potius partium minimarum, Pondera multiplicanda sunt per quadrata distantiarum suarum ab extremitate; ipsae autem particulae singulae proprio Pondere proportionales sunt; ideo ponimus, has quoque Pondera exprimere; tunc Summa horum productorum est Pyramis, cujus basis est Lineae quadratum, & altitudo ipsa Linea. Si Linea dicatur  $a$ , Pyramis haec valet  $\frac{1}{2} a^2$  \*. Dividenda haec est per Pondus totius Lineae, quod valet  $a$ , multiplicatum per distantiam Centri Gravitatis ab extremitate, id est per  $\frac{1}{2} a$ , & divisor valet  $\frac{1}{2} aa$ . Dividendo autem  $\frac{1}{2} a^2$  per  $\frac{1}{2} a^2$  quotiens est  $\frac{2}{3} a$ , distantia Centri Oscillationis à Centro Suspensionis, ut supra experimento confirmavimus \*.

Huic Exemplo & aliud addam quod in Capite sequenti usu veniet.

Sit Orbis A, ubique ejusdem Crassitiei; Suspensum hunc concipimus in Centro, circa quod volubilis est; conjunctoque Pondere P formatur Pendulum compositum; ponimus enim Lineam C B orbi cohaerere, quo cum circa extremitatem C rotatur. Quaeritur Centrum Oscillationis O.

Orbem A debemus concipere divisum in innumeras partes minimas. Divisionem concipimus fieri Circulis concentricis, aequaliter à se invicem distantibus, quorum commune Centrum est C. Circuli hi, aut potius Annuli inter hos intercepti, sunt inter se ut horum Pondera, & etiam ut ipsorum Radii; quare Radii Annulorum pro horum Ponderibus haberi possunt, & Singuli per Quadrata distantiarum à Centro multiplicari debent \*, id est summam debemus querere Cuborum Radiorum omnium, & hoc, in Subsidium vocato calculo Infiniti, difficile non est. Summa haec, si  $a$  sit Radius Orbis A, est  $\frac{1}{4} a^4$ . Sed Pondus totius Orbis exprimitur per summam Radiorum omnium Circulorum, quae summa valet Triangulum rectangulum, cujus basis valet  $a$ , & cujus altitudo huic aequalis est; quare Pondus valet  $\frac{1}{2} a a$  \*. Unde patet summam quaesitam, nempe  $\frac{1}{4} a^4$ , valere dimidium Ponderis Orbis A, multiplicati per quadratum Radii.

Huic producto addo Pondus P, multiplicatum per quadratum distantiae CB;

& divido Summam hanc per productum Ponderis P, multiplicati per distantiam  
 \*479. CB; quotiens divisionis dabit CO\*.

## S C H O L I U M V.

## De Lineâ celerrimi descensûs.

\*417. **V** Idimus superius\*, Corpus quod à Puncto ad Punctum descendit, quando Puncta ambo non in eadem verticali dantur, ut Viam suam brevissimo Tempore peragat, non debere per lineam rectam incedere. Quamnam autem lineam sequi debeat indicavimus\*, quod nunc hic demonstrabimus; quia ad hoc usu veniunt, quæ in Scholio 1. de Cycloïde demonstrata sunt.

\*453. Sint Puncta duo A & B, lineâ CD separata; moveatur Punctum, & ex A tendat ad B; sed eâ lege, ut antequam ad Lineam CD perveniat, feratur  
 TAB. XVII. Velocitate quam dicimus  $v$ , ubi autem transivit Lineam hanc incedat Celeritate majori quam vocamus  $c$ : Ponamus ulterius Punctum, Velocitatibus singulis, rectas Vias percurrere; ideoque moveri per rectam AB, aut lineas AE, EB, peragrarè: determinandum, quomodo Motum dirigere debeat, ut Tempore omnium brevissimo perveniat ex A in B.

\*129. Ponamus Tempus quo Corpus, velocitate  $v$ , lineam quamcunque percurrit, ipsâ lineâ percursâ repræsentari\*; Tempus quo linea percurritur, Velocitate aliâ majori, eò brevius est, quò Velocitas major est, & minuitur in ratione in quâ Velocitas augetur; Tempus ergò, in quo linea quæcunque, Velocitate  $c$  percurritur, repræsentabitur lineâ, minore ipsâ percursâ, & quæ ad percursâ habet rationem, quæ datur inter  $v$  &  $c$ .

Si Punctum eat per AE & EB; Tempus motûs per AE, quia Velocitate  $v$  percurritur linea hæc, hac ipsâ lineâ repræsentatur; Tempus quo EB peragrat, repræsentatur lineâ EF, quæ se habet ad EB, ut  $v$  ad  $c$ . Punctum verò F determinatur, si ex B ad CD ducatur BD perpendicularis, fiatque  $c$ ,  $v$ : : BD, LD, & per L ad DC ducatur parallela, secabit hæc BE in Puncto F: nam propter parallelas ED, FL, habemus BD, LD :: BE, FE\*.

\* 1. El. VI.

Ex hac Demonstratione etiam sequitur, si Punctum per lineas alias AM, MB, progrediatur, quarum ultima secat LF in N, Tempus motûs repræsentari lineis AM, MN, ita ut determinandum sit per quod Punctum Lineæ CD Punctum mobile transeat, quando summa talium linearum, Tempora repræsentantium, est omnium minima; quod ut fiat ad sequentia attendendum.

Summas ab utrâque parte, recedendo à Puncto quæsito, augeri continuo; ideoque hoc solo casu summas vicinas esse æquales, si lineæ ab utrâque parte parum distent ab hoc ipso Puncto: idcirco si Punctum hoc sit inter E &  $e$  quorum distantia est infinitè exigua, erunt æquales  $AE + EF$  &  $Ae + ef$ , ex quâ æqualitate situs Puncti E aut  $e$ , deducendus est, quæ Puncta cum ipso Puncto quæsito coincidunt; nam propter infinitè exiguam  $Ee$ , hæc lineola pro ipso Puncto quæsito haberi potest.

TAB. XVII. Fig. 7.

Centro A, Radio  $Ae$  describatur circuli Arcus  $eb$ ; Centro B Radiis  $Bf$ , & BE describantur Arcus  $Ei$ ,  $fg$ , eruntque æquales  $Ab + Eg$  &  $Ae + if$  subtractis

trahis hisce quantitatibus æqualibus ex  $AE + EF = Ae + ef$ , restant  $bE + gF = ei$ . Unde deducimus  $bE = ei - gF$ .

Propter Triangula similia  $eie$ ,  $fgf$ , &  $Bfg$ ,  $BiE$ , ut &  $BFL$ ,  $BED$ .

$ei, gF :: Ei, fg :: bE, Bg$  aut  $BF$  (differentia enim est infinitè exigua)  $:: BD, BL$ . Convertendo

$ei, ei - gF = bE :: BD, BD - BL = LD$ ; id est, ut Velocitas infra Lineam ad Velocitatem supra Lineam.

Centro  $E$  describatur circulus, Lineam  $EA$ , aut  $eA$ , (quas pro eadem haberi posse vidimus) secans in  $M$ , &  $EB$  in  $N$ ; ex quibus Punctis sint  $MP$ ,  $NO$ , perpendiculares ad  $CD$ .

Triangula  $eie$ ,  $ENO$ , sunt similia; sunt rectangula, & habent Angulum communem in  $E$ , aut  $e$ . Eodem modo similia sunt  $ebe$  &  $eMP$ ; ergo

$ei, Ee :: EO, EN$

$Ee, bE :: Me$ , aut  $EN$ , (quæ pro Radiis ejusdem Circuli, habentur)  $eP$ , aut  $EP$ .

Ex æquo  $ei, bE :: EO, EP$ \*. Sunt autem hæ lineæ *Cosinus Angulorum*, 484. quos *directiones motuum efficiunt cum lineâ CD, quæ spatia separat, in quibus* \* 22. El. V. *Velocitates differunt*: qui ergò *Cosinus directionum sunt inter se, ut ei ad bE, quas vidimus esse inter se, ut Velocitates in ipsis illis directionibus, quando Tempus est omnium brevissimum.*

Moveatur iterum Corpus ex  $A$  & tendat ad  $B$ , ea conditione ut dum 485. transit lineas  $CD, IL, MN, OP$ , singulis vicibus Velocitatem mutet, TAB. queritur juxta quam legem moveri debeat, positis hisce lineis parallelis, ut XVII. Tempore brevissimo ex  $A$  ad  $B$  perveniat. Fig. 8.

Requiritur ut Corpus ex  $A$  ad  $F$  perveniat Tempore brevissimo possibili, ut & ex  $E$  ad  $G$ , ex  $F$  ad  $H$ , & ex  $G$  ad  $B$ , aliter enim in toto motu Tempus brevius dari potest. Ideò *Cosinus Angulorum, quos Motus directiones* 486.  $AE, EF, FG, GH, HB$ , efficiunt cum *Lineis, parallelis inter se, separantibus Spatia in quibus diversa est Velocitas, sunt respectivè inter se, ut Velocitates, quibus hæ singula percurruntur.*

Consideremus nunc Corpus quod Gravitate descendit. Celeritas continuo descendendo augetur, & ad eandem profunditatem ubique est eadem \*, \* 393. innumeris ergò, & inter se infinitè parum distantibus, Planis horizontalibus dividuntur spatia in quibus celeritas variat: *Linea ergo celerrimi descensus inter duo Puncta est, cujus Tangens ubique cum Horizonte efficit angulum, cujus Cosinus Velocitati cadendo acquisitæ proportionalis est \**, id est \* 486. *radici quadratæ altitudinis per quam Corpus cecidit \**. Hanc autem esse Cycloïdis proprietatem demonstramus. \* 374. 393.

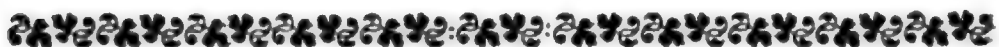
Ponamus Cycloïdem  $ADB$ , inversam, cujus Axis sit verticalis, & Corpus ex  $A$  descendere; demonstrandum est, anguli  $dDE$ , aut  $BEL$ \*, Co- 488. sinum proportionalem esse radici quadratæ altitudinis  $FL$  \*. \* 412. 418. Angulus  $BEL$  \* 487. æqualis est angulo  $BFE$  \*; cujus Cosinus, si centrum circuli sit  $F$ , & radius  $FB$ , est chorda  $FE$ ; quod in omnibus Punctis Cycloïdis locum habet, manente eodem radio  $FB$ : Hæc autem chorda  $FE$  est ut radix quadrata altitudinis  $FL$ . Nam sunt in continuata proportionem  $FL, FE, FB$  \*; \* 8. El. VI. ergo  $FL \times FB = FE^2$  \*, sed propter constantem  $FB$ , rectangulum \* 17. El. VI.

R

FL

\* 1. El. VI.  $FL \times FB$  sequitur rationem ipsius  $FL$  \*; in qua ratione quoque mutatur quadratum chordæ  $FE$ .

489. *Linea ergo celerrimi descensus, à Puncto ad Punctum, est Cyclois inversa; cujus Punctum extremum, ut A, cum superiori Puncto coincidit, & qua per Punctum alterum transit, ut in N. 453. diximus.*



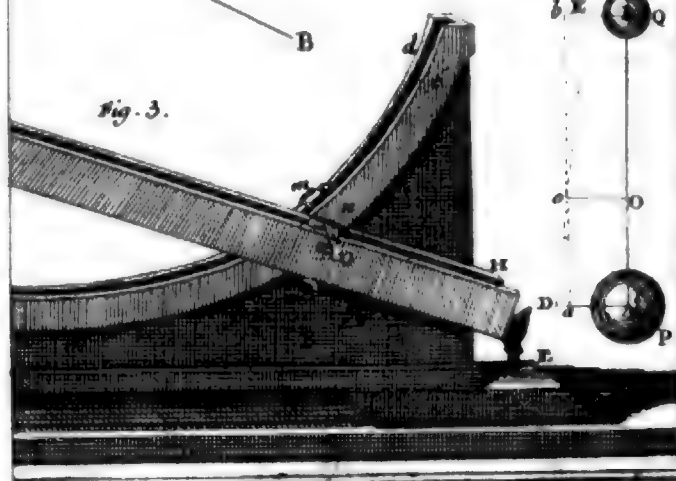
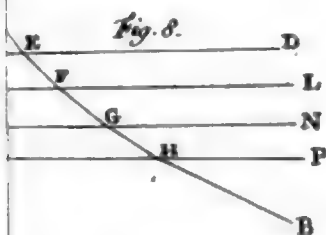
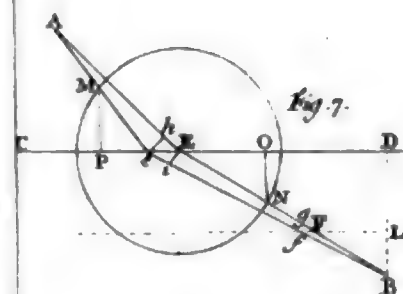
## C A P U T XXI.

### *De Usu Machinarum.*

490. **I**N Parte præcedenti, de Machinis simplicibus & compositis egimus; vidimus quomodo exigua Potentia magnam vincat Resistentiam; sed casum æquilibrii tantum determinavimus; & in genere observavimus Resistentiam superari, si Potentiæ Actio quantumvis parum augeatur \*. Sed hæc generalis observatio non sufficit, si auxilio Machinæ velimus præstare maximum quem possumus Effectum.

In Usu Machinæ ad Tempus debemus attendere; nam  
491. *Effectus qui, ceteris paribus, minori Tempore præstatur, major est, si integrum Machinæ usum consideremus.*

492. Machina enim quæ, eodem Tempore, positâ Intensitate Potentiæ duplâ, duplum præstat Effectum, æquiparatur illi, cujus Effectus simplex est, positâ Potentiæ Intensitate simplici; quæ ergo quoque congruit cum illâ, quæ simplicem, in dimidiato Tempore, Effectum præstat, positâ Potentiæ Intensitate duplâ; ita ut productum Temporis per Potentiæ Intensitatem considerandum sit; & quamdiu productum hoc præstiti Effectûs rationem sequitur, in quo casu hoc idem est, quoties eadem Resisten-





sistentia eodem modo superatur, Machinae usus pro eodem haberi debet. Tres homines, uno die, opus absolvunt, quod unus tribus diebus præstaret; positis capacitatibus æqualibus, & diligentia eadem, hæc conveniunt; eadem totali Actione opus idem absolvitur.

Ex his concludimus, *in perfectissimo usu Machina desiderari, ut ipsi talis applicetur Potentia, cujus Intensitas, multiplicata per Tempus, in quo desideratum, & determinatum, præstat Effectum, det productum omnium minimum*; tunc Actio integra, quâ Effectus præstatur, est omnium minima. 493.

In usu Vectis consideratio hæc rarò utilitatem habere potest; tamen, quia demonstrationes in hac Machinâ maximè sensibiles sunt, & pleraque, quæ de hac dicenda sunt, in reliquis Machinis usu veniunt, de Vecte nunc agam, & ut casum omnium simplicissimum consideremus, pro Vecte habebo Lineam sine pondere \*. 494.

Sit Vectis AB, cujus Brachia sint inter se ut unum ad decem; & sit Pondus A, centum Librarum, elevandum ad determinatam altitudinem Aa. 495.

TAB.  
XVIII.  
Fig. 4.

Adhibitâ Potentiâ, quæ decem Libras æquat, Pondus centum Librarum sustinebitur, sed elevari non poterit\*; Si libram unam addam, & Pondus B sit undecim librarum elevabitur A, sed lentè, & undecim libræ non sufficiunt ut, Actione totali omnium minimâ, Pondus A elevetur; nam additâ iterum librâ aliâ; id est, auctâ Potentiæ Intensitate undecimâ suâ parte, Tempus tribus undecimis partibus fere minuitur; & Actiones integræ, producta nempe temporum per Potentiarum Intensitates, sunt inter se ut 5 ad 4, quàm proximè. \* 235.

Si magis ac magis augeatur Intensitas, habebimus, usque ad certum limitem, Actionem integram imminutam,



quæ augebitur si ultra hunc limitem augeatur Potentiæ Intensitas. Subjecta Tabella, hoc ad oculum demonstrat, in quâ agitur de Vecte proposito, & in quâ 100000. exprimunt Actionem integram omnium minimam.

|      | <i>Potentia.</i> | <i>Actiones integra.</i> | <i>Potentia.</i> | <i>Actiones integra.</i> |
|------|------------------|--------------------------|------------------|--------------------------|
| 496. | 10.              | Infin.                   | 15, 16.          | 100000.                  |
|      | 11.              | 142360.                  | 16.              | 100368.                  |
|      | 12.              | 114036.                  | 17.              | 101611.                  |
|      | 13.              | 104677.                  | 18.              | 103397.                  |
|      | 14.              | 101053.                  | 19.              | 105575.                  |
|      | 15.              | 100016.                  | 20.              | 108030.                  |

497. Tabula hæc demonstrat Potentiam, quæ sustinet Pondus elevandum, in usu Machinæ satis esse augendam, sed parum interesse utrum paulò magis an minus augeatur, quantum enim Intensitas hæc augetur, tantum ferè Tempus minuitur, & *integra Actio inter certos limites parum mutatur*. In exemplo quod examinamus vix interest quamcunque ex hisce Potentiis adhibeamus, Librarum

\* 496. 14. 15. 16. aut 17\*.

In usu Vectis hocce ratiocinium vix alicujus usus est, ut jam monuimus\*, sed in aliis Machinis, Axe in Peritrochio, Trochleâ, & Machinis ex his compositis Potentiæ determinationem negligere non debemus.

Dicam nunc quomodo in hac determinatione procedendum, & operationum demonstrationes in Scholiis sequentibus dabo.

*Pro Axe in Peritrochio.*

499. Colligo in unam summam hos quatuor numeros. 1. Pondus limbi Rotæ. 2. Partem tertiam Ponderis Radiorum.

3. Dimidium Ponderis Axeos, multiplicati per quadratum diametri sui, & divisi per quadratum diametri Rotæ. 4. Tandem Pondus, quo æquilibrium habetur, multiplicatum per Axeos diametrum, & divisum per diametrum Rotæ. Summam hanc divido per Pondus; quo æquilibrium habetur, id est, quod Machinæ applicatum Pondus elevandum sustinet, & in quotiente habebō numerum, quem vocabo *Machinæ Indicem*.

Cum hoc Indice adenda est Tabula subiecta \*, quæ 500. omnibus Machinis inservit, & quæ Indices in primâ co. \* 508. lumnâ continet, & numerus in secundâ columnâ, Indici respondens dabit Augmentum addendum Potentiæ, quâ æquilibrium habetur; quod Augmentum exprimitur in partibus centesimis hujus ipsius Potentiæ.

EXEMP. Sit Pondus limbi 100. Libr.; Pondus radio. 501. rum 30. Libr.; Pondus Axis 80. Libr.; diam. Axis 1.; diam. Rotæ 10.; Pondus elevandum 200. Libr.; ergo Pondus, quod æquilibrium daret, esset 20. Libr.

Colligo in unam summam 100, 10;  $\frac{2}{7}$ , aut 0, 4; & 2: summam 112, 4 divido per 20. & detego Indicem 5, 6; qui medius est inter 5. & 6. & numerus respondens est proximè 0, 10. Augmentum ergo valet octoginta partes centesimas 20. Libr., & Intensitas Potentiæ Machinæ applicandæ erit 36. Libr.

*Pro Trochlea.*

Ponimus omnes Orbiculos æqualiter ponderare; & 502. multiplico Pondus unius Orbiculi per productum numeri Orbiculorum unitate aucti, & multiplicati per duplum ejusdem numeri Orbiculorum plus uno; & divido hoc productum per numerum Orbiculorum duodecies sumtum. Adde Pondus, quo æquilibrium habetur, divisum

per numerum Orbiculorum; Summamque divido per hoc ipsum Pondus quod æquilibrium dat, & in Quotiente datur *Index*.

503. EXEMP. Sit Pondus unius Orbiculi 3. Libr.; Orbiculorum numerus 10; Pondus elevandum 200. Libr.;  
 \*260.271. ideo Pondus, quod æquilibrium dat, 20. Librarum \*.

Multiplico 3. per 11. & productum per 21; & habeo 693; divido numerum hunc per 120; quotiens est 5, 775; addo 20, divisum per 10, id est 2; & summam 7, 775. per 20. divido, & Index est 0, 389, minor dimidio; & Augmentum, ut Tabula \* demonstrat, parum differt à 57 centesimis partibus Potentiæ, quæ æquilibrium dat, quare Potentia adhibenda paulò tantum superat Libras 31.

504. Quantumvis exiguus fiat Index, nunquam omninò evanescit: In Axe in Peritrochio, si Machina nullum haberet Pondus, & Rotæ diam. esset infinita, hoc obtineret: ut etiam in Trochleâ, si Orbiculorum numerus esset infinitus, & hi nullum Pondus haberent; ergo Augmentum, de quo in his agitur, semper superat dimidium Actionis, quæ Pondus elevandum sustinere potest; nunquam tamen Actio duplicanda est, cum Augmentum hanc ipsam nunquam æquare possit; ut hæc, inspectione Tabulæ \* patent.

505. Omnibus quoque Machinis applicare possumus, quæ  
 \* 498. supra circa Vectem observavimus \*, unde concludimus, sine errore sensibili, hanc generalem Regulam posse constitui.

506. *Potentiam, quæ Pondus elevandum sustineret, dimidiâ suâ parte esse augendam, si Pondus auxilio plurimorum Orbiculorum sit elevandum; aut si de aliâ Machinâ levior pagatur, si-*

ve cujus partes graviores lentè moventur; ut in Ergatâ, Axe nempe cui circumvolvitur Funis, dum ipse auxilio Vectis, aut longioris Scutulæ circumrotatur.

In aliis occasionibus ubi gravior Machina est, ut in Axe 507. in Peritrochio, duplicanda Potentia est, quæ cum Pondere elevando in æquilibrio est.

T A B U L A.

| Index. | Potent. | Index. | Potent. |      |
|--------|---------|--------|---------|------|
| 0.     | 0, 50.  | 6.     | 0, 81.  | 508. |
| 0, 5.  | 0, 57.  | 7.     | 0, 83.  |      |
| 1.     | 0, 61.  | 8.     | 0, 85.  |      |
| 2.     | 0, 69.  | 9.     | 0, 86.  |      |
| 3.     | 0, 73.  | 10.    | 0, 87.  |      |
| 4.     | 0, 76.  | 15.    | 0, 90.  |      |
| 5.     | 0, 79.  | 35.    | 0, 95.  |      |
|        |         | Infin. | 1, 00.  |      |

Huc usque posuimus determinatam omni respectu Machinam esse, & de eligendâ Potentiâ tantum egimus; videamus nunc, quomodo procedere debeamus, si de 509. Machinis ejusdem generis agatur, & una eligenda sit. 510.

Consideremus iterum Vectem, sed talem, in quo non determinata est ratio inter Brachia; sitque idem Ponder ad determinatam altitudinem elevandum. Ut Actiones integras diversorum Vectium conferamus, ad tria debemus attendere, & hæc tria tantum considerata sunt: Nam Actio integra sequitur, rationem 1. Intensitatis Potentie agentis, 2. Rationem Temporis per quod agit\*; 3. Rationem spatii à Potentiâ percurssi. Si enim Ponder unius libræ, dum agit, 491.

agit, descendat ad Profunditatem duorum pedum, ipsius Actio dupla est illius, quam præstitisset, si Profunditas fuisset unius Pedis; in primo enim casu Ponderis status pristinus instaurari non potest, nisi bis hoc elevetur, ut in secundo casu semel tantum elevari deberet.

511. Si nunc, pro diversis longitudinibus Vectis, determinemus Actiones integras, adhibendo pro singulis longitudinibus Potentiam, quæ pro illâ longitudine dat Actionem minimam; detegimus, collatis diversis Vectibus, Actionem integram minorem esse, si minor sit distantia Potentiæ à fulcro.
512. Sit Pondus centum librarum elevandum ad determinatam altitudinem; adhibeatur Vectis cujus Brachia sint æqualia, ut Actio sit minima, Potentia adhibenda est cujus Intensitas valet libras 162.; si distantia puncti, cui applicatur potentia ad dimidium reducatur, Potentiæ Intensitas erit 338. Librarum. Sed per dimidium spatii tantum descendit, etiam tempus minuitur & est ad primum ut 35. ad 44. proximè, & integræ Actiones sunt, ut  $162 \times 1 \times 44$ .  
 \* 510. ad  $338 \times \frac{1}{2} \times 35$ . \*, id est, ut 7128. ad 5915. proximè ut 6. ad 5.
513. Ex hisce sequitur adhibitis Majoribus Potentiis Actiones integras minores esse, positâ justâ inter Brachia ratione; sed hæ incommodi quid habent, quia ipsas tractare difficile est, & Machinæ pro Ponderibus elevandis adhibentur, ut minori Potentiâ Majus Pondus elevari possit.
514. Si quis, ubi determinatum Pondus, adhibitâ Potentiâ determinatâ, ad determinatam altitudinem elevandum foret, Actionem quæreretur minimam, detegendæ forent dimensiones Machinæ, in quâ Productum Temporis per  
 \* 510. spatium à Potentiâ percursum foret minimum \*; Quod  
 nisi

nisi difficulter fieri non posset; quia Pondera partium Machinae, mutata hac, non juxta determinatam legem variantur. Solutio hujus Problematis, quod in casu simplicissimo solidum est, etiam non magnam utilitatem in praxi haberet \*.

\* 506. 507.

*In Vecte tertii Generis*, Potentia semper ad minorem distantiam applicatur quàm Ponderus elevandum \*, & hoc semper superare debet\*; quare in hoc Vecte *totalis Actio minor est* quàm in secundo, aut usu vulgari primi\*; *Et hujus Actio* *respectu tertii generis Vectis alios vincit.*

515.

\* 234.

\* 235.

\* 511.

Multi scriptores de Mechanicâ plures Machinas inter se conferunt, tantùm ad casum æquilibrîi attendendo, & pro fundamento usûs Machinarum habent; Tempus, quo Effectus præstatur, augeri in ratione, in qua Intensitas Potentiæ minuitur. Propositionem autem hanc admitti non posse, demonstrata hoc Capite evincunt.

516.

In usu Machinarum, de quibus hoc Capite egimus, quando ipsis constans applicatur Potentia, motu accelerato Pondera elevantur, & de hoc casu tantùm egimus.

517.

Aliæ dantur Machinae, quales plerumque sunt Machinae Hydraulicæ, in quibus non agitur de determinato effectu præstando, sed successivo; in his successivè diversa aqua, eadem Velocitate, elevatur, continuatâ ejusdem Machinae Actione. De Usu talium Machinarum postea dicendum nobis erit.

518.



S C H O L I U M I.

*In quo illustrantur quæ de Vecte in initio hujus Capitis fuerunt dicta.*

**S** It AB Vectis, C Fulcrum, AC valet unum, BC decem, in A Ponderus est centum Librarum quod elevari debet. In B applico decem Libras, & habeo æquilibrîum; deinde successivè utor Pondere undecim, duodecim, tredecim, Fig. 5.

519.

TAB.

XVIII.

S

cim, Fig. 5.

cim, Librarum, & temporibus diversis, eodem modo, A elevatur. Ut hæc Tempora conferamus, debemus Vestem, Ponderibus oneratum, habere pro

- \* 479. Pendulo composito, & querere Centrum Oscillationis \*. Si Potentia valeat Libras tredecim, Centrum hoc est D; si quatuordecim Libras, est E; si quindecim, F; &c.

In diversis hisce motibus, cum agatur de eodem Penduli motu, Centrum Oscillationis, percurrit vias similes, & quadrata Temporum descensus sunt ut spatia percurfa \*; quæ sunt, ut distantia, CD, CE, CF, &c. Potentia Augmentum, ubi distantia Centri Oscillationis magna est, sensibilibus distantiam hanc minuit; & hæc est causa quare Tempus magis minuitur, quam

- \* 374. 383. ut spatia percurfa \*; quæ sunt, ut distantia, CD, CE, CF, &c. Potentia Augmentum, ubi distantia Centri Oscillationis magna est, sensibilibus distantiam hanc minuit; & hæc est causa quare Tempus magis minuitur, quam
- \* 491. Potentia Intensitas augetur, quo Actio integra minuitur \*. Sed quando, aucta Potentia Intensitate, Centrum Oscillationis minus distat, ut in H, I, L &c., tunc, magis augendo Potentiam, parum accedit Centrum Oscillationis, Tempus parum minuitur, & augetur Actio integra.

510. In constructione Tabellæ N. 496. distantia Centrorum Oscillationis pro diversis Potentiis fuere determinata, & uniuscujusque distantia Radix quadrata per suam Potentiam fuit multiplicata, & Producta hæc, aut potius numeri in eadem ratione cum his, in secundam Columnam fuere relati. Potentia autem, quæ dat Actionem totalem minimam, determinata fuit Methodo quam in Scholio 3<sup>o</sup>. explicamus.

## S C H O L I U M II.

### De Machinarum Indicibus.

521. **I**ndicem Machinæ vocavimus \*, Numerum, cujus ope Potentiam detegimus, quæ, Actione totali omnium minimâ, determinatum effectum præstat.

Numerum hunc detegimus, querendo Centrum Oscillationis ipsius Machinæ.

### De Indice Vestis.

522. Sit  $a$  Pondus elevandum; Distantia  $AC = m$ ;  $CB = n$ ; Potentia quæ  
TAB. XVIII. Equilibrium habetur erit  $\frac{ma}{n}$  \*; & sit  $x$  Augmentum Potentia, ut motus  
Fig. 5. detur.

- \* 235. Distantia Centri Oscillationis à C, posito Veste sine Pondere, erit

\* 479.  $\frac{mma + nma + nnx}{nx}$  \*. Pono  $b$  ita determinari, ut  $bmma = mma + nma$ ,

id est, pono  $b = \frac{m}{n} + 1$ .

523. Distantia Centri Oscillationis nunc est  $\frac{bmma + nnx}{nx} = \frac{bma + nx}{x}$  sed  $x$

determinandum est, cum relatione ad Pondus quod Equilibrium dat; Partibus enim centesimis hujus Ponderis, in diversis Machinis, Augmentum, quod  $x$

- \* 500. dicitur, fuit expressum in casu Actionis minimæ \*; id est, debemus ponere  $\frac{am}{n}$ ,

524. Pondus quod dat Equilibrium, æquale Unitati, tunc  $am = n$ , & distantia  
Cen-



Centri Oscillationis, erit  $\frac{bn + nx}{x}$ ; quæ distantia proportionem sequitur

$\frac{b+x}{x}$ . Et  $b-1$  est Numerus, quem vocavimus Machinæ Indicem; hujus ope

Potentiam detegi diximus quæ dat Actionem totalem omnium minimam \*.

In omni Machinâ, simili expressione, denotamus distantiam Centri Oscillationis proportionem;  $b$  tantum differt, sed, dato hoc, Problema, de Actione totali minimâ, eodem modo solvitur, ut in sequenti Scholio videbimus.

*De Indice Axos in Peritrochia.*

Sit Rota E cujus Radii D, D, &c. Axis C, dicatur  $p$  Pondus Limbi, aut circumferentiæ, Rotæ; Radium omnium simul sumtorum Pondus sit  $r$ ; & Pondus Axis  $q$ ; semidiameter Axis dicitur  $m$ . Rotæ Semidiameter  $n$ ; seponimus latitudinem ipsius Limbi; &  $x$  tunc quoque longitudinem Radium exprimit. Pondus elevandum A, vocatur  $a$ ; Pondus quo Æqui-

librium habetur erit  $\frac{ma}{n}$ ; Augmentum quo motus communicatur  $x$ ; ergo

$$B = \frac{ma}{n} + x.$$

In motu hujus Machinæ Punctum datur, quod moventur, quasi solâ Gravitate propelleretur, & respondet Centro Oscillationis in Pendulo; Pendulum enim verum habebimus, si Pondera A in  $a$ , & B in  $b$ , fixa concipiamus. Distantiam hujus Centri à Centro Rotæ detegimus per Regulam datam \*.

Pondus Limbi multiplico per quadratum Semidiametri Rotæ, productum est  $nnp$ . Multiplico singulorum punctorum Radium Pondera per quadrata distantiarum à Centro, & habeo  $\frac{1}{2}nnr$ ; simile productum pro Axe est  $\frac{1}{2}mmq$ ; Axis enim pro Orbe crassiori haberi potest. Reliqua producta sunt  $mma$ , &  $Bnn = mna + nnx$ , & distantia Centri Oscillationis est,

$$\frac{nnp + \frac{1}{2}nnr + \frac{1}{2}mmq + mma + mna + nnx}{nx}.$$

Ponamus  $nnp + \frac{1}{2}nnr + \frac{1}{2}mmq + mma + mna$ , quæ omnes quantitates notæ sunt,  $= bma$ . Ergo distantia Centri Oscillationis valet  $\frac{bma + nnx}{nx} = \frac{bma + nx}{x}$ ; si autem  $x$  velimus exprimere cum relatione immediatâ ad Pondus, quo æquilibrium habetur, ut de Veste fecimus \*, debemus Pondus hoc, nempe  $\frac{ma}{n}$ , pro Unitate habere. Tunc  $ma = n$

&  $\frac{bma + nx}{x} = \frac{bn + nx}{x}$ , quæ quantitas proportionem sequitur hujus  $\frac{b+x}{x}$ , eodem modo ut de Veste diximus \*. Index Machinæ est  $b-1$ . Cujus valorem habemus, si Æquationem, in quâ  $b$  fuit adsumtum, dividamus per  $mna$ , &

habebimus  $\frac{np}{ma} + \frac{nr}{3ma} + \frac{mq}{2na} + \frac{m}{n} = b-1$ , quæ Indicis determinatio congruit cum ipsâ quam supra dedimus \*. Diximus enim hos quatuor numeros

in

S 2

in unam summam esse colligendos,  $p + \frac{1}{2}r + \frac{mmq}{2nn} + \frac{mma}{nn}$ , quam summam dixi dividendam esse per Pondus, quo Æquilibrium habetur,  $\frac{ma}{n}$ , & mutatur

in hanc ipsam  $\frac{np}{ma} + \frac{nr}{3ma} + \frac{mq}{2na} + \frac{m}{n}$ .

528. Pro omnibus Machinis eodem modo procedendum; querendus est numerus, qui dicitur *Index*, cujus hæc est proprietas, ut, Unitate auctus, si dicatur  $b$ ,

\* 524. distantia Centri Oscillationis sequatur Proportionem  $\frac{b+x}{x}$  \*.

#### De Indice Trochlea.

529. In hac quoque, ut in omnibus aliis Machinis, quæ, seposito attritu, solâ Gravitate moventur, Punctum datur, quod cum Centro Oscillationis Penduli respondet; id est, quod eâ velocitate movetur, quam, si propriâ tantum ageretur Gravitate, acquireret.

530. Quando circa idem Centrum, aut eundem Axem, omnes partes Machinæ moventur, singulorum Punctorum Velocitates proportionales sunt distantis à Centro, aut Axe; & hac de causâ, ut determinetur Centrum Oscillationis, multiplicatur Pondus unumquodque per quadratum distantie

\* 479. suæ ab isto Centro, aut Axe\*: eadem de causâ, quando motus talis non est, ut in Trochleâ, multiplicare debemus unumquodque Punctum grave

531. per quadratum Velocitatis suæ; id est, *In determinatione Centri Oscillationis agendum nobis est, quasi omnia Puncta circa eundem Axem rotarentur, servatâ Velocitate quam revera habent.*

532. Sint Orbiculi æquales, ita ut etiam æqualiter pondèrent. Pro primo Orbiculo multiplico singula Puncta per quadrata distantiarum à Centro, & habeo dimidium Ponderis ipsius Orbiculi, si ponamus Unitate Semidiametrum Orbiculi designari \*. Secundi Orbiculi Velocitas dupla est, id est, unumquodque Punctum Velocitate agitur duplâ illius, quam Punctum respondens habet in primo Orbiculo; & ideo summa productorum, pro secundo Orbiculo, quadrupla est illius, quæ pro primo Orbiculo determinatur. Eodem modo productum noncuplum est pro tertio Orbiculo, sedecuplum pro quarto &c. Si  $n$  sit numerus Orbiculorum, pro ultimo Orbiculo productum erit dimidium Ponderis unius Orbiculi per  $nn$ , & summa productorum valebit productum dimidii Ponderis unius Orbiculi per summam quadratorum numerorum naturalium ab Unitate usque ad  $n$ ; quæ summa faciliè detegitur, ut statim dicam; sit productum hoc ultimum  $nnp$ .

\* 163. 171. Sit  $f$  Pondus quo Æquilibrium habetur &  $nf$  erit Pondus elevandum \*;  $x$  Augmentum ipsius  $f$ , ut motus Machinæ communicetur.

Multiplicari debet Pondus elevandum  $nf$  per quadratum Semi-diametri primi Orbiculi, id est per Unitatem & habemus  $nf$ . Tandem  $f+x$  multiplicari debet

per  $nn$  & habebimus distantiam Centri Oscillationis  $\frac{nnp+nf+nnf+nnx}{nx} =$

$\frac{np}{x}$

$\frac{np+f+nf+nx}{x}$  \*. Ponimus  $b$  ita determinari ut  $np+f+nf=bnf$ , & \* 531. 474.  
475.

distantia Centri Oscillationis valet  $\frac{bnf+nx}{x}$ . Si nunc, ut in præcedentibus Ma-  
chinis,  $x$  cum relatione ad  $f$  exprimi debeat, ponimus  $f=1$ ; tunc  $\frac{bnf+nx}{x}$   
 $=\frac{bn+nx}{x}$ ; & patet distantiam Centri Oscillationis sequi proportionem  $\frac{b+x}{x}$ .

Index est  $b-1=\frac{p}{f}+\frac{1}{n}$ ; & hunc exactè superius \* fuisse determina- \* 501.  
tum, nunc demonstro.

Posuimus  $np$  valere productum dimidii Ponderis unius Orbiculi per sum- 533.  
mam quadratorum numerorum naturalium ab Unitate ad  $n$ .

De detegendâ hac summâ pauca dicam; Problema est notissimum, & est  
casus singularis Problematis, quod ipsum particulare est respectu alius uni-  
versalioris. Hanc viam in Demonstratione sequi longum foret, breviorẽ  
sequar, & demonstrationem dabo, quæ solum casum de quo agitur spe-  
ctat.

Pro Unitate habemus Cubum minorem, ut  $Z$ . Ex talibus Cubis conci-  
pio quadrata formari numerorum naturalium, quæ simul efficiunt solidum  
 $X$ ; cujus magnitudo, adhibita Unitate  $Z$ , exprimit summam quæsi-  
tam.

Concipio Solidum hoc  $X$ , inscribi Pyramidi  $ABDC$ , cujus basis est  
quadratum lateris  $n+1$ , & altitudo etiam est  $n+1$ ; Pyramis hæc valet  
 $\frac{1}{3}n^3+n^2+n+\frac{1}{3}$  \*; sed excedit Solidum  $X$ , & excessus pro singulis qua-  
dratis, aut stratis, constat ex Pyramide ut  $HDLGI$ , quæ valet  $\frac{1}{3}$ , & præ-  
terea ex duobus Prismatibus ut  $HBE G IF$ , &  $GNCLIM$ , quæ juncta  
efficiunt Parallelopipedum, quod tot continet Cubos, ut  $A$ , quot dantur  
Unitates in latere quadrati  $EN$ .

Integrum excessum Pyramidis, supra Solidum  $X$ , habemus, 1. multipli-  
cando valorem minoris Pyramidis  $\frac{1}{3}$  per numerum talium Pyramidum  $n+1$ ,  
& productum est  $\frac{1}{3}n+\frac{1}{3}$ ; & 2. querendo summam omnium Parallelopipe-  
dorum, quæ Progressionem efficiunt arithmeticam  $1. 2. 3. \dots n$ ; quæ  
summa valet  $\frac{1}{2}nn+\frac{1}{2}n$ . Integer ergo excessus est  $\frac{1}{2}nn+\frac{2}{3}n+\frac{1}{3}$ : Sub-  
ducto hoc ex valore Pyramidis, habeo summam quæsitam quadratorum

$$\frac{1}{3}n^3+\frac{1}{2}nn+\frac{1}{3}n=\frac{2n^3+3nn+n}{6}.$$

Si  $q$  sit Pondus unius Orbiculi, erit  $\frac{2n^3q+3nnq+nq}{12}=np$  \*, & 535.  
\* 533.

$$p=\frac{2nnq+3nq+q}{12n}=\frac{n+1 \times 2n+1 \times q}{12n}.$$

\* 532. Indicem  $b-1$  valere  $\frac{p}{f} + \frac{1}{n}$  vidimus \*. Ergo  $b-1 = \frac{n+1 \times 2n+1 \times q}{12nf}$

\* 502.  $+\frac{1}{n}$ , qui est ipse valor Indicis supra determinatus \*.

### S C H O L I U M III.

*De Actione totali minimâ determinandâ.*

536. **V**idimus quomodo, dato Machinæ Indice, auxilio Tabellæ N. 508. dete-  
\* 500. gamus Potentiam, quæ dat Actionem totalem omnium minimam \*; de constructione hujus Tabellæ nunc nobis agendum est.

Agitur, ubi Machina proponitur, de eodem Pondere ad eandem altitudinem elevando; ergo de eodem motu Machinæ, ita ut spatium, à Centro Oscillationis percursum, sequatur proportionem distantie hujus à Centro motus. Via à Centro Oscillationis, in hoc motu percursa, semper sibi similis  
\* 519. est, & quadratum temporis est ut Spatium percursum \*; ergo est ut distantia

Centri Oscillationis, id est, ut  $\frac{b+x}{x}$ , cujus expressionis, ut in præcedenti

Scholio demonstravimus, distantia hæc semper rationem sequitur. Actio to-  
\* 491. talis habetur multiplicando tempus per Potentiam \*, quæ in hoc casu valet  $1+x$ ; & quadratum Actionis sequitur Proportionem quadrati temporis

per quadratum Potentiæ, id est  $\frac{b+x}{x}$  per  $1+x^2$ . Et Actio hæc erit mi-

nima quando  $x$  ita determinatur, ut productum hoc sit omnium minimum.

537. Ductis BA, BD, quæ Angulum rectum efficiunt in B, sit BI =  $b$ ; &  
TAB. IA =  $x$ . Per I duco IC = 1. parallelam ipsi BD, & pono IH quoque  
XVIII. Unitati æqualem.

Fig. 8. Propter Triangula ACI, ABD, similia, AI ( $x$ ), AB ( $b+x$ ): CI (1.),

\* 16. El. VI. BD ( $\frac{b+x}{x}$ ) \*. Ergo distantia Centri Oscillationis proportionem sequitur  
lineæ BD, quomodocunque mutetur  $x$ .

Si ex  $\frac{b+x}{x}$  = BD utrimque subducatur Unitas datur  $\frac{b}{x}$  = ED.

Intensitas Potentiæ est HA =  $1+x$ ; ideo productum, quod exprimit quadratum Actionis integræ, est BD  $\times$  HA<sup>2</sup>, & querimus IA, quando hoc productum est omnium productorum similium minimum.

Si in hoc casu paululum augeatur, aut minuatur,  $x$ , producta majora fiunt, & ita hæc sumi possunt, ut æqualia sint; ponamus talia esse BD  $\times$  HA<sup>2</sup> = Bd  $\times$  Ha<sup>2</sup>; valor quæsitus ipsius  $x$  medius est inter IA & Ia.

Puncta autem A & a, ita ad se mutuò, admoventi possunt, ut distantia sit infinitè exigua; in quo casu Aa pro Puncto habetur, & IA est valor quæsitus ipsius  $x$ .

\* 16. El. VI. Æquatio hæc BD  $\times$  HA<sup>2</sup> = Bd  $\times$  Ha<sup>2</sup> resolvitur in hanc Proportionem \*:

Bd, BD :: HA<sup>2</sup>, HA + Aa<sup>2</sup> = HA<sup>2</sup> + 2HA  $\times$  Aa + Aa<sup>2</sup> :: HA,  
HA

$HA + 2Aa$ ; nam  $Aa$  est infinitè exiguum respectu aliarum quantitarum, ac negligi potest, & dividendo terminos penultimæ rationis per  $HA$ , incidimus in Ultimam. Ergo  $Bd, BD :: HA, HA + 2Aa$ ; unde convertendo & alternando deducimus  $Bd, HA :: Dd, 2Aa$ ; aut  $Bd, \frac{1}{2} HA :: Dd, Aa$ .

Centro  $C$  describantur Arcus Circuli per  $A \& d, AG, dF$ , qui pro lineis rectis haberi possunt, quia infinitè exigui concipiuntur.

Ratio  $Dd$ , ad  $Aa$  est composita ex his tribus Rationibus  $Dd$  ad  $dF$ ,  $dF$  ad  $AG$ , &  $AG$  ad  $Aa$ .

Propter triangula similia rectangula  $DCE, DdF, AaG, \& CAI$ , Rationes hæ ad has alias reducuntur:  $Dd, dF :: CA, AI$ ;  $dF, AG :: DE, CI$ ;  $AG, Aa :: CI, CA$ .

Idcirco  $Dd$  ad  $Aa$  in ratione compositâ ex his tribus  $DE$  ad  $CI, CI$  ad  $CA, CA$  ad  $AI$ ; quarum ratio composita est ratio  $DE$  ad  $AI$ , in qua ratione ergo est  $Dd$  ad  $Aa$ , aut  $Bd$  ad  $\frac{1}{2} HA$ , id est  $DE(\frac{b}{x}), AI(x) :: Bd(\frac{b+x}{x})$ ,

$\frac{1}{2} HA(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2})$ , &  $b + x = \frac{1}{2}b + \frac{b}{2x}$ \*; unde æquationem deducimus \*16. El. VI.

$xx + \frac{1}{2}bx - \frac{1}{2}b = 0$ , cujus radix positiva est  $x = \frac{1}{4}\sqrt{8b + bb} - \frac{1}{4}b$ ; & habemus quod querimus.

Dato enim Machinæ Indice Unitatem addimus, & ipsius  $b$  habemus valorem; hunc pro  $b$  in æquatione substituimus, & datur  $x$ . 538.

In constructione, Tabellæ N. 508. successivè posuimus  $b = 1, b = 2, b = 3$  &c., id est, posuimus Indicem valere 0. deinde 1. tunc 2. &c., & detecti valores respondentes ipsius  $x$ , in Tabellam fuere relati. 539.



## C A P U T XXII.

### *De Projectione Gravium.*

**S**I in Corpus motum Potentia agat, mutatur Motus\*; 540.  
*Si Corpus projiciatur* per  $AB$ , in tempore, in quo potest percurrere  $AB$ , vi Gravitatis, fertur Terræ centrum versùs per  $BE$ , & ita, Motu composito ex istis duobus, movetur per  $AF$ \*; & hoc Motu, secundo momento, percurreret  $FC$ , ipsi  $AF$  æqualem, nisi secundo momento, eadem vi Gravitatis translatus foret per  $CG$ ,  
TAB. XIX. Fig. 1. \* 357. \* 360.

CG, ita ut Motus in secundo momento sit per FG; eodem modo, Motus tertii momenti est per GH, & quarti momenti per HI; cùm verò vis Gravitatis continuò agat, illa temporis momenta minima sunt, & ubique dabitur Motus aliter compositus, id est, directionis inflexio; in eo casu ergo Corpus *moveretur in Lineâ curvâ.*

541. Hic *Motus Corporis ex Projectione* magis simpliciter considerari potest, in omnibus projectionibus, quæ à nobis fieri possunt; quia omnes lineæ, quæ, in spatio, per quod Corpus transit, ad Terræ centrum tendunt, pro parallelis haberi possunt; quare directio, Motus ex Gravitate, non mutatur; unde Motus ex Projectione *ex duobus tantum Motibus constat, primo æquabili per lineam projectionis* \*, *secundo Terram versùs accelerato* \*: qui duo
- \* 355. *motus sese mutuò non turbant* \*.
- \* 370.  
\* 358.

542. Projiciatur corpus per lineam AE, horizonti parallelam; temporibus æqualibus, hoc Motu, percurreret partes æquales AB, BC, CD, DE: Gravitate fertur Motu ad horizontem perpendiculari, directione BF, CG, DH, aut EI, quæ lineæ pro parallelis habentur; Motus hic est acceleratus, & ideò, si post primum momentum Corpus sit in F, post secundum erit in G, post tertium in H, post quartum in I, ita quidem ut posito BF unum, CG sit quatuor, DH novem, & EI sedecim \*.
- TAB. XIX.  
Fig. 2.
- \* 374. Corpus percurreret Curvam transeuntem per omnia Puncta, quæ eodem modo ac F, G, H, I, determinari possunt; vocaturque *Parabola.*







M A C H I N A ,

*Quâ demonstrata de Corporum Projectione confirmantur.*

Pars hujus Machinæ præcipua est Solidum ligneum A, 543.  
cujus altitudo est unius pedis, crassities duorum polli- TAB. XIX.  
cum: à dimidiatâ suâ altitudine C, usque ad B, exca- Fig. 3.  
vatum hoc est circulariter, aut juxta Curvam aliam  
quamcunque, ita tamen, ut Globus regulariter à B ad  
C possit descendere; quod ut magis liberè fiat, Lami-  
nâ, benè levigatâ, & politâ, cupreâ, aut ferreâ stanno  
illinitâ, tegitur lignum. Globus adhibetur marmoreus,  
cujus diameter parùm semipollicem superat; & Cur-  
va BC ita posita est, ut motus Globi in C horizon-  
talis sit.

Solidum hoc A Asseri DE imponitur, quocum etiam  
cohæret, & qui tribus Cochleis ut G, G, ( tertia enim  
videri non potest, ) sustinetur; auxilio perpendiculi, ad  
posticam partem Machinæ applicati, & cujus Filum co-  
hæret cum Cuneolo N, Solidum A, in situ verticali, &  
Asser DE, in situ horizontali, disponuntur.

Ad Latus Machinæ ipsi jungitur Tabula M, quæ re-  
moveri potest, & ad libitum uni, aut alteri, lateri ap-  
plicari.

Quando anteriori lateri applicatur, inseritur inter Ta-  
bellam ligneam, cum Machinâ cohærentem, H, & su-  
perficiem Solidi A, dum Regula I Tabulam quoque re-  
tinet.

Tabula hæc, eo ipso modo, firmata est in situ, in quo  
hîc exhibetur.

In B ponitur Globus, qui dimittitur, ut liberè def-  
cendat per BC, & notatur Distantia F, ad quam ca-  
dit; quæ semper eadem est, si sæpiùs Globus dimitta-

T

cur;

tur; quia ab eâdem altitudine singulis vicibus descendit, & ideo eâdem Velocitate, ex C, horizontaliter projicitur.

In F lignum excavatur, & gossypio cavitas repletur, Punctumque *l*, ipsi F respondens, in Tabulâ M notatur.

Per *l* verticalis Linea ducitur *lf*; Globus in ultimo termino C, Curvæ BC, ponitur, & Punctum *a*, Centro ipsius respondens, in Tabulâ M quoque notatur, duciturque Linea horizontalis *af*, quæ hîc ipsam extremitatem Tabulæ M efficit.

Dividitur *af* in quinque partes æquales in *b, c, d, e*, & ducuntur verticales Lineæ *bn, cn, dn, en*; quarum longitudines ita determinantur. Dividitur *fl* in viginti quinque partes æquales, quarum *bn* continet unam, *cn* quatuor, *dn* novem, *en* sedecim: & per Puncta *n, n, n*, &c. Curva ducitur *annl*, quæ indicat Viam, quam Corpus, horizontaliter ita ex *a* projectum, ut in *b* cadat, \* 542. in motu suo percurrit \*.

Annuli quatuor cuprei, O, O, O, O, Tabulæ M applicantur; caudas habent Cylindricas, quæ foraminibus in *n, n, n, n*, intruduntur, ita, ut Annulorum Centra dentur in eodem Plano, parallelo Tabulæ M, & per medium crassitie Solidi A transeunti.

Annulorum aperturæ diametrum habent unius pollicis, & ipsorum Plana perpendicularia sunt ad Tabulam M, & ad Curvam *al* in Tabulâ.

#### EXPERIMENTUM.

544. Globus dimittitur à B, devolvitur ad C, horizontaliter ibi projectus cadit in F, & interea transit per Annulos O, O, O, O.

Quæ

Quæ de Curvâ, à Corpore horizontaliter projecto per- 545.  
curfa, dicta sunt, etiam pertinent ad projectionem quam-  
cumque.

Projiciatur Corpus per AE; & sint AB, BC, CD, TAB. XIX.  
DE, æquales; Corpus percurrent Curvam AF GHI ita, Fig. 4. 5.  
ut verticales Lineæ BF, CG, DH, EI, sint inter se,  
ut 1. 4. 9. & 16\* ; quo casu etiam Curva *Parabola* vo- \* 543.  
catur.

DEFINITIO.

Sit AI Planum quod per A transit, si Curva memo- 546.  
rata hoc secet in I; AI vocatur *Amplitudo jactûs*.

Motus Corporum, quæ eâdem Celeritate projiciun-  
tur, juxta Directiones diversè inclinatas, possunt inter  
se comparari :

*Potestque Corpus, Celeritate datâ, in Plano dato, ad 547.  
Distantiam datam projici.*

Sit Celeritas data illa quam Corpus acquirit cadendo 548.  
ab altitudine MA, quam Horizonti AL perpendicula-  
rem concipimus, & Corpus in Plano AI in I projicien-  
dum sit. Ductâ MN Horizonti parallelâ, erigatur AN  
normalis Plano AI, secans MN in N; Centro O, pun-  
cto medio Lineæ AN, per A describatur Circulus, qui  
etiam per M transibit; sit AR pars quarta Lineæ AI; per  
R ducatur Horizonti perpendicularis, id est parallela  
Lineæ AM, Linea Rb, quæ Circulum secat in B & b; si  
Corpus projiciatur per AB, aut Ab, cadet in I. Quâ Me-  
thodo Directio jactûs determinatur, sive Punctum sit in  
Lineâ horizontali, per A transeunti, in quo casu M & N  
coincidunt, sive in Plano quocunque, supra aut-infra Li-  
neam hanc horizontalem inclinato.

Ponamus Directionem benè esse determinatam. Motu 549.

- æquabili Celeritate, qua cum Projectio fit, Corpus percurrere potest  $AE$ , in tempore in quo cadit per  $EI$ \*. Quia verò Corpus projicitur Velocitate, per  $MA$  cadendo acquisita, eodem Motu æquabili potest percurrere duplam  $MA$ , in tempore in quo ab altitudine  $MA$  cadit\*. Spatia, Velocitate eadem, & æquabili, percurfa, sunt ut tempora in quibus percurruntur\*; ergo Tempus casus per  $MA$  ad tempus casus per  $EI$ , ut dupla  $MA$  ad  $AE$ .
- \* 374. Ideo  $2 MA^q$  ad  $AE^q$ , ut  $MA$  ad  $EI$ \*. Quam ergo proportionem si demonstremus dari in constructione præcedenti, Directionem benè fuisse determinatam constabit.
550. Ducatur  $MB$ , & habemus angulum  $BAR$ , à tangente  $AR$ \*, est enim perpendicularis radio  $AO$ , & à Linea, Circulum secante  $AB$ , formatum, æqualem Angulo  $AMB$  in segmento opposito\*. Anguli etiam alterni  $RBA$ ,  $MAB$  sunt æquales\*; ergo sunt æquiangula Triangula  $ABR$ ,  $AMB$ \*; & Lineæ  $MA$ ,  $AB$ ,  $BR$ , proportionales\*; ergo  $MA^q$  ad  $AB^q$  ut  $MA$  ad  $BR$ \*; ideo  $2 MA^q$  ad  $2 AB^q$ , aut  $AC^q$  ut  $MA$  ad  $BR$ \*: multiplicando consequentia per quatuor, habemus  $2 MA^q$  ad  $AC^q$ , multiplicatum per quatuor, id est  $2 AC^q$ , aut  $AE^q$ , ut  $MA$  ad  $4 BR$ \*, aut  $EI$ . Quod demonstrandum erat.
- \* 16. El. III.  
\* 32. El. III.  
\* 29. El. I.  
\* 32. El. I.  
\* 4. El. VI.  
\* 10. El. VI.  
\* 15. El. V.

551. Demonstratio similis est, si Corpus per  $Ab$  projiciatur. Unde sequitur Corpus per duas Directiones posse projici, ut in idem Punctum cadat, si autem Distantia sit omnium maxima, ad quam Corpus, datâ velocitate, in Plano dato, potest projici, unica est Directio, per quam projiciendum est Corpus, punctis  $B$  &  $b$  coincidentibus in  $Q$ , puncto medio arcus  $MQA$ , à quo puncto semper æqualiter distant puncta  $B$  &  $b$ .

Si

Si Celeritas mutetur, & Corpus secundum eandem Directionem projiciatur, Amplitudo in eodem Plano, mutatur in eadem ratione cum altitudine A M; id est, *Amplitudines, manente eadem Directione, sunt ut Altitudines, à quibus Corpora cadendo, Velocitates, quibus projiciuntur, acquirere possunt; sunt ergo ut quadrata Celeritatum* \*. \* 374. 552.

Si A I sit *horizontalis* arcus A Q M, est semicirculus, 553. & in hoc casu *Amplitudo*, manente Celeritate, cum quâ TAB. XIX. projectio fit, *est omnium maxima, quando Directio projectionis cum Horizonte efficit Angulum semirectum.* Fig. 5.

Sit iterum M A Altitudo, à quâ cadendo Corpus ac- 554. quirat Velocitatem, cum quâ projicitur per A B; Punctum altissimum viæ percurse determinatur, si, descripto Semicirculo, cujus diameter est A M, per Punctum B, in quo à Directione projectionis secatur, ducatur horizontalis Linea T B G, & fiat B G æqualis B T, Punctum questum erit G.

Hujus patebit Demonstratio, si ad sequentia attendamus; ductâ A I horizontali, Corpus, ut dictum projectum, cadet in I, positâ A I quadruplâ T B, aut A R \*. \* 548. 555.

Dum Corpus per A B projicitur, Motus hicce coincidit cum duplici Motu, horizontali uno & æquabili, altero verticali \*. Ultimo Motu Corpus adscendit, & descendit, tempusque ascensus æquale est tempori descensus; ideò ascensus terminatur, ubi Corpus, Motu horizontali, dimidium A I, id est T G, percurrit; Punctum ergo altissimum datur in verticali Lineâ S C, quæ per G transit. Dentur verticales I E & B R, quarum prima A B continuatam secatur in E: quia T G dupla est T B, id est A S dupla A R; est etiam C S dupla B R, aut G S, id est C G æqualis G S: Sed A I dupla est A S; ergo E I

T 3

dupla

dupla CS, & quadrupla CG; etiam AE dupla AC. Cum Corpus Motu projectio percurrit AE, cadit per EI; dum percurrit AC, cadendo quartam partem EI, id est CG, percurrit \*; transit idcirco in Motu suo per Punctum G; sed Punctum altissimum datur in Linea CS, est ergo ipsum Punctum G.

- \* 374. 556. *Si detur Curva, à Corpore percurfa, Velocitas quam habet Corpus in Puncto quocunque, ut F, illa est, quam Corpus potest acquirere cadendo à Linea horizontali, per M ducta, ad Punctum F.* Nam Corpus, per Planum quodcunque, ex A, Velocitate quâ projicitur, ascendere potest ad horizontalem hanc Lineam \*, si nunc Planum detur, ad F usque cum ipsa Corporis projecti Viâ congruens, in F autem sursum deflexum, Corpus in F illam habebit Velocitatem, quâ, juxta Planum hoc, ad horizontalem memoratam pervenire potest, id est, quam cadendo ab ipsa horizontali ad F usque acquirere potest. \*

TAB. XIX.  
Fig. 6. 557. Sit Corpus ex A projiciendum per Punctum H in I, positis tribus hisce Punctis in eodem Plano verticali, & Puncto medio supra Lineam quæ reliqua duo jungit. Sit AL horizontalis, & per tria Puncta data ad hanc normales LE, ND, AM. Ex I per Puncta A & H ducantur Lineæ IA, IH, quarum ultima secatur AM in P; fiat GD æqualis AP, & habetur AD directio jactus. Celeritas detegitur si, sumpta AR quartâ parte AI, & ductâ verticali RB, quæ AD secatur in B, ducatur BM ita, ut angulus ABM æqualis sit angulo ARB, Velocitas quæ sita illa est, quam Corpus acquirit cadendo ex M in A.

558. Corpus projectum percurrit, æquabili Velocitate, AE & AD, dum cadit per EI & DH: ut ergo demonstramus



mus Corpus per Puncta H & I transire, demonstrandum  
 $AE^q$  se habere ad  $AD^q$ , aut  $EI^q$  ad  $DG^q$ \*, ut  $EI$  ad  $DH$ \*.  
\* 4. 22. El. VI.

In Triangulis similibus IHG, IPA, AI ad AG,  
 ut AP, aut DG, ad DG minus GH, id est HD. Sed  
 in Triangulis similibus AEI, ADG; AI ad AG, ut  
 EI ad DG; ergo EI ad DG, ut DG ad HD; idcir-  
 cò  $EI^q$  ad  $DG^q$ , ut EI ad HD\*. Quod demonst-  
\* 543.  
 randum erat. Velocitatem autem ritè esse determinatam con-  
 stabit ex collatione Fig. 6. cum 4; si ad Puncta B, M,  
 attendamus, quæ in utrâque Figurâ iisdem literis desig-  
 nantur. In Fig. 4. demonstravimus Corpus projectum per  
 AB, Velocitate cadendo per MA acquisitâ, transire per  
 I, & hoc deduximus ex similitudine Triangulorum  
 AMB, BAR\*; In Fig. 6. illa eadem Triangula quoque  
\* 20. El. VI.  
 similia sunt, quod ex constructione sequitur; ergo eadem  
 conclusio & in hoc loco obtinet.  
\* 549. 550



## C A P U T XXIII.

### *De Viribus Centralibus.*

**C**Orpus in Motu, Motum in Lineâ rectâ continuat\*, 559.  
 & ab eâ non recedit, nisi impulsu novo agitur; \* 355.  
 post impulsu Motus est compositus, ex duobus nasci-  
 tur tertius, etiam in Lineâ rectâ\*. Si ergo Corpus mo-  
\* 360.  
 vetur in Curvâ, omnibus momentis novo impulsu agi-  
 tatur; Curva enim ad rectas Lineas revocari non potest,  
 nisi concipiatur divisa in partes infinîtè exiguas. Exem-  
 plum talis Motus habemus in projectione Gravium\*; \* 540.  
 aliud.

aliud habemus in omnibus Motibus circa Punctum quasi Centrum.

560. *Corpus, quod continuò Centrum aliquod versùs pellitur, si projiciatur secundum Lineam quæ per hoc Centrum non*  
 561. *transit, Curvam describit: & in omnibus Punctis conatur ab hac Curvâ recedere secundum directionem curvaturæ, id est, Tangentis ad Curvam; ita ut, si Vis quâ ad Centrum trahitur, subitò ab actione cessaret, Corpus in rectâ Lineâ, per tangentem, Motum continuaret.*

Lapis Fundæ impositus, & in gyrum agitatus, Curvam describit; quia Fundâ manum versùs, omnibus momentis, quasi retrotrahitur; si sibi relinquatur, per Curvæ tangentem recedit.

#### DEFINITIO 1.

562. *Vis, quâ Corpus, in casu prædicto, à Centro recedere conatur, qualis est Vis quâ Funda agitata distenditur, vocatur Vis Centrifuga.*

#### DEFINITIO 2.

563. *Vis autem, quâ Corpus Centrum versùs trahitur, aut pellitur, vocatur Vis Centripeta.*

#### DEFINITIO 3.

564. *Nomine communi Vires hæ vocantur Vires Centrales.*  
 565. *In omni casu Vis Centrifuga & Vis Centripeta sunt æquales inter se; nam agunt contrariè & sese mutuò destruunt. Vi centripetâ Corpus retinetur in Curvâ, & Centrifugâ conatur ex hac recedere. Funda agitata æqualiter*  
 \*361.364. *utramque partem versùs distenditur\*, & Lapis eâ cum Vi à manu conatur recedere, cum quâ retinetur, id est, manum versùs trahitur.*  
 566. *Virium Centralium maximus usus est in Philosophiâ Naturali; Planetæ omnes in gyros moventur, & plerique,*





que, si non omnes, circa Axes rotantur.

Propositiones præcipuas, de hisce Viribus, seligam, & explicabo, hasque Experimentis confirmabo, & in Scholiis, huic Capiti adjectis, ipsas demonstrabo.

Præmittenda verò generalia quædam sunt de Machinis, quibus hæc Experimenta peraguntur.

MACHINA,

*Quæ Experimenta de Viribus Centralibus demonstrantur.*

Machina hæc Pede sustinetur ligneo, ex tribus parti- 567.  
bus constanti, AB, CD, quæ tertiâ junguntur EF. TAB. XX.

Pes hic imponitur quatuor Rotulis, quarum duæ in G, G, exhibentur. Hæ, præter motum circa proprium axem, cum Capsula sua versantur circa axem verticalem, ut Machina facile transferatur juxta directionem quamcunque. Rotulæ tales hodiè in usu sunt vulgari. Ubi autem Experimenta sunt instituenda, firmanda Machina est, Rotulas paululum elevando auxilio Cochlearum H, H, H, quibus etiam in situ, in Experimentis desiderato, disponitur Machina, cujus situs indicium dat perpendiculum ab,

Huic Pedi impositæ sunt Columnæ duæ IL, MN; 568.  
quæ, ligno transverso QR, inter se junguntur.

De sola IL nunc agam, hujusque sectionem separa- TAB. XXI.  
tim exhibeo, in qua majusculis literis notavi, quæ iis- Fig. 1.  
dem minoribus in generali Figura indicavi.

Huic Columnæ jungitur Axis ferreus AB, qui insi- 569.  
stit Sustentaculo C, cui applicata est Lamella chalibea, paululum excavata, quæ recipit Axeos extremitatem, ut hic facile circumrotari possit.

Axis, in superiori parte, retinetur Brachio NO, quod Axeos collum amplectitur ita, ut circumvolutio Axeos

non impediatur; quod quomodo fiat, facta collatione Fig. 1. 2. TAB. XXIII. clarum erit.

570. Cum Axe cohærent quatuor Orbes lignei D, quos Axis trajicit; foramina autem Orbium sunt quadrata, & exactè Axis hæc ipsa replet; Orbes firmanantur auxilio Cochleæ m.

Orbium diametri, in fundo sulci mensurantur, sed singulis additur diameter Funis, qui ipsis circumponitur, & de quo in sequentibus; & diametri, ita determinatæ, sunt, primi quatuor pollicum, secundi quinque pollicum, duo inferiores sunt æquales, & horum diametri sex pollices æquant. Pinnulis, exiguis admodum, ferreis, armatur sulcorum fundus, ut Funem retineant.

Axis *a b* applicatus Columnæ MN (TAB. XX.), solâ magnitudine horum Orbium minorum, ab Axe aliûs Columnæ differt, & separatim exhibetur in Fig. 2. TAB. XXIII. Diametri, trium superiorum Orbium, quæ æquales sunt inter se, & diametro superioris Orbis aliûs Axis, sunt quatuor pollicum; inferioris diameter est trium pollicum. Hi octo Orbes eandem habent crassitiem.

571. In extremitate superiori C, Axem AB, cum hoc cohæret Lamina cuprea DD, quam, ut melius firmetur, ipse Axis trajicit in C; ut autem omnis inæqualitas Laminæ DD, à ferro trajiciente oriunda, tollatur, tegitur hæc majori Laminâ cuprea II, quæ priori jungitur Cochleis quatuor *n, n, n, n*, quarum capita supra Laminæ superficiem non elevantur, sed cum hac idem efficiunt planum.

TAB. XX. Lamina talis utrique Axi applicata est, & ambæ in generali Figura notantur literis *ii, ii*.

Axes ambo, *d* & *e*, Machinæ applicati, circumducto fune circumvolvuntur, ope Rotæ *d*; sed plura in hoc motu obser-

observanda veniunt, quæ distinctius exponenda sunt.

In medio, inter Columnas IL, MN, minor collocatur Columna OP; hæc respondet parti quadratæ S ligni transversæ QR, & cum hac parte conjungitur, duabus Bracteis, aut Lamellis ligneis ef, ef, ita, ut spatium, inter extremitatem P Columnæ & solidum S, vacuum maneat. 572.

Superficie superiori ligni S applicatur Caput ligneum T, cujus cauda per ipsum solidum S penetrat, ut auxilio Cunei g firmetur caput ipsum, quod separatim exhibetur in T (TAB. XXI. Fig. 2.). Ad diversas altitudines firmari hoc potest, adhibitis Annulis ligneis V, V, V, per quos cauda ab penetrat, & qui omnes, aut quidam ex his supra, aut infra, lignum S disponuntur, prout magis, aut minus, Caput elevari debet. Annulorum crassities æqualis est crassitie Orbium, supra memoratorum \*. 573.

Cum hoc eodem Capite T cohærent quatuor Trochleæ h, i, m, n, quarum ultima in generali Figurâ non apparet; h & n sunt verticales, reliquæ duæ in situ horizontali positæ sunt.

Funis circumpositus Rotæ d, descendit Trochleam h versùs, & hac ipsâ flectitur, ut situm horizontalem acquirat, & ad i perveniat, unde deducitur ad illum ex Orbibus d, qui Trochleis respondet, & inde pergit ad Orbem respondentem in e, quem circumit, tendens ad Trochleam m, unde, super Trochleam n transiens, redit ad Rotam d, cujus circumvolutione nunc agitantur Axes ambo ab, ab. 574.

Mutatâ Capitis altitudine \*, Funis circumponitur aliis Orbibus in d & e, qui tunc nempe respondent Troch-



leis  $i$  &  $m$ ; circa quas ulterius observandum, primam supra secundam elevari circiter ad altitudinem unius pollicis, ne attritus inter partes Funis detur.

575. Rota  $d$  facillimè circumvolvitur, axis enim ipsius  $c$ , chalibeus, perfectissimè elaboratus, & politus, in Lamellis cupreis versatur. Rotæ hujus sustentaculum est Columna  $XY$ , quæ imposita est Ligno  $ZZ$ ; quod inter partes  $AB$ ,  $CD$ , Pedis Machinæ hæret, & rotatur, ut Columna inclinari, & Rota  $d$ , à Capite  $T$ , removeri possit; quo Funis tenditur, quando Cochlea  $10$ , quæ Columnam  $XY$  trajicit, circumvolvitur, ut premat Columnam  $OP$ . Hæc omnia distinctè apparent si cum hac Fig. conferamus Fig. 3. TAB. XXI., quæ Rotæ  $d$ , & Columnarum  $XY$ , &  $OP$ , sectionem exhibet.

376. Pro diversâ Columnæ  $xy$  inclinatione, diversa est directio pressionis Cochleæ  $10$ ; hac de causâ ligni frustum  $GH$  lateri Columnæ  $op$  applicatum est, cujus figura talis est, ut Cochlea semper hujus superficiem perpendiculariter premat.

TAB. XXI.  
Fig. 3.

Curva est superficies hæc  $GH$ , & hujus Curvæ Evoluta est Circulus; in praxi autem satis erit, si sequenti Methodo curvaturam hanc determinemus.

Sit  $E$  Punctum, circa quod axis Columnæ  $xy$  rotatur;  $EN$  est portio hujus axis, quæ in axe Cochleæ  $10$  terminatur. Sit  $EM$  verticalis, id est parallela axi Columnæ  $op$ , & æqualis ipsi  $EN$ . Centro  $E$ , per  $M$ , &  $N$ , describatur circuli arcus  $MNF$ , æqualis inclinationi maximæ Columnæ  $xy$ ; quæ inclinatio ad libitum determinatur. Sit  $FH$ , arcum hunc tangens in  $F$ ; per  $M$  ducatur  $MG$  horizontalis, & sit hæc continuata, donec secet  $FH$  in  $L$ ; centro  $L$ , radio  $LG$ , describitur circu-

li portio GH, quæ determinat curvaturam quæsitam. Distantia, inter G & superficiem  $\epsilon f$ , ad arbitrium sumitur, & hæc determinat ligni crassitiem in eo ipso loco.

Rota  $d$  agitur Manubrio, in  $\epsilon$  applicato; multis tamen casibus agitatio, & præcipuè acceleratio in initio motûs, non satis hac methodo regularis est; aliâ tunc utimur, remoto Manubrio. 577: TAB. XX.

Cum Rotâ  $d$  alia cohæret major  $p$ , quæ circa eundem axem cum primâ movetur; Rotæ  $p$  jungitur Funis  $q$ , cujus extremitas una in fundo sulci, quo Rota circumdatur, hæret; alteri extremitati Funis suspensum est Pondus  $r$  sex Librarum. 578.

Descensu suo Pondus motum communicat Rotæ, quæ regulariter acceleratur; acceleratio autem major, aut minor, est pro diversis circumstantiis, sed præcipuè pendet à tensione Funis, qui Rotam  $d$ , & reliqua, movet. Ut autem omnis impediatur actio Ponderis  $r$  in Machinam, quando illius motus terminatur, datur Funis tertius  $tt$ , cujus extremitas in loco quocunque elevato, & Machinæ respondentem, fixa est, dum extremitas altera Ponderi  $r$  quoque alligata est; Funis hic retinet Pondus, ubi ad determinatam pervenit profunditatem.

Hæc est generalis Machinæ expositio, in quâ nihil diximus de iis, quæ Laminis  $ii$ ,  $ii$ , imponuntur; hæc in diversis Experimentis diversa sunt, & clariùs horum, ubi de ipsis Experimentis agam, intelligi poterit explicatio.

*Quando Corpus Plano impositum, cum isto Plano, equali in tempore, circa commune Centrum revolvitur, & Circulum describit; si Vis Centripeta, quâ Corpus, omnibus momentis, Centrum versùs trahitur, aut pellitur, agere cesset,* 579.

§ *Planum, eâdem Celeritate, Motum continuet; Corpus à Centro recedere incipit, respectu Plani, per Lineam quæ per Centrum transit.*

- \* 561. Corpus quidem per tangentem conatur recedere \*, sed Punctum Plani, cui respondet, eâdem velocitate cum Corpore movetur, & Motus per tangentem Circuli quiescentis, est, in primo momento, Motus per radium Circuli, eâdem velocitate cum Corpore, agitati.

#### EXPERIMENTUM I.

580. Machina supra descripta \* adhibenda est; sed in eo statu, in quo illam exposuimus; id est concipimus eam, remotis omnibus, quæ in hac Tab. Laminis *ii, ii*, superimposita exhibentur.

TAB. XX. \* 567. Uni ex his Laminis, illi ex. gr. quæ cohæret cum Columnâ MN, cujus Caput h removeri potest, imponitur Orbis ligneus A, diametri circiter duorum pedum, & cujus crassities dimidiatum pollicem superat, firmatur autem Orbis duabus Cochleis, per foramina *m, m*, (TAB. XXIII. Fig. 2.) penetrantibus. Et, ut magis Tabula hæc A firma sit, ab inferiori parte excavatur, ut ipsam Laminam recipiat, ut hoc in E exhibetur, ubi pars media Tabulæ in situ inverso, & minus imminuta, repræsentatur.

Tabulæ huic imponitur Globus B, cum Fune cohærens, cujus altera extremitas Clavo C, in Centro, alligata est.

- \* 577. Manubrio nunc agitetur Machina \*, in initio lentius movetur Globus, sed continuò acceleratur, donec, eodem tempore cum ipsâ Tabulâ, revolutionem peragat, cujus respectu tunc quiescit. In hoc situ, solo Fune, Centro Tabulæ alligato, retinetur Globus; nullam ergo impressionem

in

in ipso Plano patitur, nisi quâ Funis distenditur, id est, cuius directio per Centrum Orbis transit; idcirco, si sibi relinquatur Corpus, non potest in hoc Plano, in primo momento, secundum aliam directionem moveri.

*Corpus projectum, § Vi, Centrum versùs tendenti, agi- 581.  
tatum, movetur in Plano, quod transit per Lineam, juxta  
quam Corpus projicitur, § per Centrum Virium.*

*Quando Corpus circa Centrum movetur, si inter mo- 582.  
vendum magis ad hoc accedat, acceleratur illius Motus;  
retardatur contra, si à Centro recedat.*

In primo casu Motus, ex Vi centrali oriundus, conspi-  
rat, saltem pro parte, cum Motu Corpori jam impresso;  
in secundo, hi Motus contrarii sunt.

EXPERIMENTUM 2.

Tollatur Tabula lignea, in præcedenti Experimento 583.  
memorata, & in eodem loco applicetur Regula ferrea  
AB, quæ firmatur Cochleis *c, c*, per foramina *m, m*,  
(TAB. XXIII. Fig. 2.) penetrantibus; ut de ipsa Tabula, in  
præcedenti Experimento, dictum.

TAB.  
XXII.  
Fig. 2. 3.

Regula hæc in medio latior est, & in extremitatibus  
ipsi impositæ sunt Columnæ minores Cupreæ E, E.

Huic Regulæ superimponitur Pyxis lignea FF, cum  
qua in extremitatibus cohærent Laminæ cupreæ L, L, per  
quarum foramina *e, e*, Columnarum E, E, extremitates,  
quæ in Cochleam sulcatæ sunt, penetrant, ut Pyxis fir-  
metur. Hujus fundus ferè pollicis unius crassitiem ha-  
bet, & ab inferiori parte excavatur, & Regulam recipit,  
ut in G apparet. Cochleæ duæ D, D, per fundum Py-  
xidis transeuntes, in ipsam Regulam in *d, d*, penetrant:  
ut magis adhucdum firmetur Pyxis.

In hujus medio applicatum datur lignum transversum

H,

H, in medio perforatum, ut recipiat Cylindrum ligneum, aut potius Conum truncatum I, qui ad fundum Pyxidis non pertingit, & ad minimum ad altitudinem unius Pollicis supra H prominet. Cylindrum hunc trajicit, & in hoc hæret Tubulus vitreus, cujus diameter est circiter quartæ partis unius pollicis. Hujus extremitatibus ad Lampadis flammam fufis, aperturæ ita fuere coarctatæ, ut in medio utriusque angustum tantum superfit foramen, quod ipsi Centro motûs Pyxidis respondet, quando Machina agitur.

Globus Filo alligatus, Pyxidi imponitur; Filum transmittitur per Tubum memoratum, ita ut ex superiori aperturâ exeat, & ad Manum pertingat, quæ extremitatem Fili retinet, dum, motu Machinæ, Pyxis circumvolvitur.

In hoc motu lateri Pyxidis Globus applicatur, & circumfertur ita, ut æquali celeritate cum Pyxide moveatur. Trahatur Filum, ut Globus magis ad Centrum accedat, statim in latus oppositum Pyxidis incurrit, quia celerius ipsâ Pyxide movetur. Nunc si Manus admoveatur, Globus à Centro recedit, & ad latus primum Pyxidis redit; quia tardius hac ipsâ fertur.

584. Sepositâ, quam hoc Experimento demonstrare suscepimus Acceleratione, & Retardatione, impactiones indicatæ, in latera Pyxidis, quoque locum habebunt; quia, quando Globus Centro admoveatur, minorem describit Circulum, & ideò, si servet Velocitatem, cum respondeat puncto Pyxidis, lentius moto, ipsâ Pyxide celerius rotatur. Sed in hoc casu, cum latitudo Pyxidis sit quatuor Pollicum, si distantia Globi à Centro sit unius Pedis, debebit ferè duobus Pollicibus Centrum versùs trahi;

trahi, ut post integram revolutionem in latus oppositum Pyxidis incurrat: In Experimento autem observamus, minori tempore impactationem dari, etiam in minori Globi accessu ad Centrum.

Accelerationem in accessu Corporis ad Centrum, & retardationem ex recessu, in Scholio primo sequenti determinamus.

*Corpus, quod Vi, Centrum versùs tendenti, in Curvâ retinetur, describit Areas, circa hoc Centrum, Temporibus proportionales.* 585.

Detur Corpus, Curvam ABDE percurrent, in quâ Vi Centrali, ad C tendenti, retinetur; si Lineæ ducantur ad libitum ut AC, BC, DC, EC, Area trianguli mixti ACB se habebit ad Aream DCE, ut Tempus, in quo AB à Corpore percurritur, ad Tempus, in quo percurritur DE. TAB. XXII. Fig. 4.

Hujus Propositionis inversam etiam demonstramus, *Corpus, quod movetur in Lineâ aliquâ Curvâ in Plano, & describit Areas, circa Punctum, Temporibus proportionales, à rectâ Lineâ detorqueri & urgeri Vi tendente ad idem Punctum.* 586.

De Viribus Centralibus inter se conferendis nunc agendum, quod ut fiat considerandum est, Vim Centripetam esse Pressionem, quæ in Corpus agit. Cùm in singulis Punctis à Lineâ rectâ detorqueatur Corpus, in singulis momentis deflectio à Lineâ rectâ est effectus immediatus Pressionis, ita ut, quæ de Actionibus Potentialium, in Obstacula sibi permissa agentium, demonstrata sunt, hîc applicari possint \*. \* 128.

*Quò major est quantitas Materie in Corpore, eò difficilius, cæteris paribus, propter majorem Inertiam, Centrum versùs trahitur, & majorem habet Vim centrifugam.* 588. \* 165.



589. Si Fluida, quorum volumina æqualia inæqualiter ponderant, in spatio determinato includantur, ita ut graviora à Centro non possint recedere, nisi leviora ad hoc accedant, & disposita sint, ut, pondere suo, graviora Centrum petant, in Motu circa Centrum leviora hoc versus feruntur, & graviora Centrum fugiunt.

Si Solidum cum Fluido spatio determinato includatur, ad Centrum accedit, si Fluido levius fuerit; si gravius, ab eo recedit. Quæ omnia oriuntur ex majori Vi Centrifugâ in graviore Corpore.

#### EXPERIMENTUM 3.

590. Remotâ Regulâ ferreâ, quâ in præcedenti Experimento usi fuimus, in hujus loco Machinæ applicanda, & firmanda, est Regula lignea AB, quâcum cohærent aliæ duæ Regulæ DE, DE, obliquè positæ, & quæ excavatæ sunt, ut unicuique applicetur Tubus vitreus, F, G, longitudinis circiter unius Pedis, cujus Diameter pollicem circiter valeat. Varii tales Tubi desiderantur; hos, hermeticè clausos, in Fig. repræsentavimus, sed alios quoque adhibemus, ab unâ parte obturamento vitreo clausos, quod vesicâ aut corio tegitur, ut retineatur: quatuor tales sufficiunt; primus, ut F, continet Mercurium cum Aquâ; secundus Oleum Tartari per deliquium & Aquam; tertius, ut G, Aquam cum frusto Suberis; in quarto, tandem, datur Aqua cum Globo plumbeo. Duo primi applicantur Regulis obliquis, & Machina circumrotatur, Mercurius in primo, & Oleum Tartari in secundo, extremitatem Tubi, maximè elevatam, statim occupant.

Si adhibeamus Tubum tertium & quartum; in tertio Suber inferiori superficiiei Aquæ, agitatione Machinæ elevata,



vatae, sese applicat, dum in quarto Globus plumbeus per aquam transit, & ipsi Vitro sese jungit.

In omnibus, si non repleti fuerint, pars inferior Tubi, in Experimento, vacua est.

Quæ huc usque habuimus generalia sunt, sed distinctius Vires Centrales examinandæ sunt, & accuratè mensurandæ, ipsas conferendo inter se.

Vires hæ, non modò respectu quantitatis Materiæ differunt, sed etiam distantia à Centro mutationem affert, ut & Celeritas, quâ circumvolvitur Corpus; præter hæc nihil in istis Viribus detegitur, ex quo differentia inter illas ipsas dari possit, & in comparandis hisce, illa sola consideranda sunt. 591.

DEFINITIO 4.

*Tempus Periodicum, est Tempus in quo Corpus, circa Centrum revolutum, integram Revolutionem peragit; id est, si Curvam describat, quæ in se redit, Tempus lapsum inter recessum à Puncto & accessum ad idem Punctum: si Curva in se non redeat, pro Puncto Linea, per Centrum transiens, sumenda est.* 592.

Tempus Periodicum pendet à Corporis Celeritate, & ideò, in comparandis Viribus Centralibus, Tempus hocce loco celeritatis considerari potest. 593.

ADDENDA,

*Machina in N. 567. exposita, ut Vires Centrales conferantur inter se.*

Illa, quæ Machinæ indicatæ addenda sunt, Laminis ii, ii, (TAB. xx.) imponuntur, & hæc separatim hinc exhibemus; conveniunt autem inter se, quæ singulis Laminis applicantur. 594.

Unam representamus in II, huic superimponuntur

Columnæ cupreæ minores F, G; quarum extremitates inferiores per foramina *m, m*, penetrant, dum ipsæ bases Laminæ applicantur, cui Cochleis *f, f*, firmiter conjunguntur.

Columnæ hæ cohærent inter se Laminâ QR, quam sustinent, & quam trajiciunt Cylindri, aut Cochleæ, cum Columnis, in superiori parte, cohærentes.

Huic Laminæ alia minor L ab inferiori parte jungitur; mobilis hæc est, & ex situ removeri potest, ut distinctius apparet in Fig. 3. Lamina QR in medio perforata est, & huic foramini aliud respondet in Laminâ L; sed quando Filum utrumque foramen trajicit, Lamina L, manente Filo, mobilis est, propter incisionem lateralem *a* (Fig. 3.).

595. TAB.  
XXIII.  
Fig. 2. 4. Dictæ Laminæ QR jungitur Regula ferrea ST; cujus pars *Sb* latior est, estque latitudo trium partium quartarum Pollicis, dum reliquæ partis *bT*, latitudo vix unicam quartam partem Pollicis superat; crassities autem Regulæ ubique est eadem, & dimidiato Pollici æqualis est.

Regulam hanc, in *c* & *e*; trajiciunt Columnarum G & F (Fig. 2.) extremitates superiores, supra QR prominentes, & Cochleis *d, d* firmatur Regula.

Inter foramina *c, e*, major apertura datur, quæ Orbiculum continet M, circa axem mobilem, & ita positum, ut Filum, quod transit per foramina Laminarum QR & L, Orbiculum ita tangat, ut flectatur *e* versùs, dum Orbiculo circumponitur.

596. Filum hoc cohæret cum Cylindro H, cui in inferiori parte jungitur Lamella, aut Cochleâ exterior, *h*, quam Cylindrus ita trajicit, ut hujus extremitas *i* infra ipsam laminam *h* penetret.

Cy-

Cylindrus Laminæ II imponitur, Laminæ *b* ille insi-  
stet, dum prominens extremum *i* in foramen *o* pene-  
trat.

Cylindri superior pars *l* latior est, & hujus distantia à  
Laminâ *L* non decimam Pollicis partem superat, ut parùm  
tantùm elevari possit Cylindrus, ne ab Orbiculo *M* separe-  
tur Filum, quod à superiori parte quoque retinetur, ut  
nunc dicam. Columnæ *F* extremitas *P*, quæ per foramen  
transit, supra applicatam Lamellam *d*, ferè ad altitudinem  
semi-Pollicis eminet; pars hæc incisione aperta est ita,  
ut Filum, quod ab *M* extenditur *T* versùs, per hanc  
incisionem liberè transeat, &, ne exire possit, incisio-  
nem, in superiori parte, transversim trajicit Cochlea *p*. No-  
dus *N* extensum retinet Filum, nam ipsi incisioni in *P*  
applicatur, quando Lamina *b* Laminæ II imposita est, &  
ita cohibet, ne Filum ab Orbiculo *M* separetur; non  
autem exiguum, quem indicavimus, adscensum Cylin-  
dri *H* impedit.

Hujus Cylindri *H* pondus, additâ Lamellâ *b*, est ex-  
actè duarum unciarum; pondus autem hoc augeri potest, 597.  
& utcunque variari, ope Ponderum, plumbeorum, Cy-  
lindricorum, unius, duarum, quatuor, octo, sedecim  
unciarum (Fig. 5.). Perforata hæc sunt in axe, & Cy-  
lindrus *H* uniuscujusque cavitatem exactè replet, quando  
huic immittitur.

Ubi Pondus Cylindro addendum est, ex situ remove-  
tur Lamina *L*, tunc elevari, & ex loco tolli potest Cy-  
lindrus *H*, ut huic, sublatâ Laminâ *b*, Pondus quodcun-  
que, etiam plura si hoc requiratur, addantur; jungitur  
tunc iterum *b*, & Cylindrus in pristino situ ponitur, in-  
stauraturque situs Laminæ *L*.

His ita dispositis, si Filum, sæpiùs memoratum, trahatur T versùs, Cylindrus H, cum Pondere cohærente, elevatur, sed parùm tantùm elevari potest. In Experimentis autem exactissimè determinare debemus momentum ipsius adscensùs, quod sequenti Methodo præstatur.

598. Regulæ S T, inter extremitatem S & foramen *c*, applicatur, & Cochleis firmatur, Lamina cuprea *qr*, cui duo insistent Sustentacula cuprea, quorum primum sustinet Campanam minorem O, illis similem quæ adhibentur in Horologiis portatilibus; secundum *rg* sustinet Malleum *v*, quo Campana percutitur; Mallei cauda circa Clavum, ex tenui Filo æneo, in *g* rotatur. Pondere suo cadit Malleus, & Campanulam ferit, ne autem huic applicatus maneat elastério chalibeo *s* cavetur.

Cum Sustentaculo *rg* Brachium cohæret *zt*; sustinet hoc Vectem minorem cupreum *bd*, qui circa *t* mobilis est, & qui in *b* retinet Caudam Mallei, qui tunc elevatus est, sed relaxatur minimâ actione in *d* applicatâ. Cavendum autem ne pressione, in *v* agente, & deorsum tendente, Malleus liberari possit; tunc situm servabit, datâ Machinæ circumvolutione etiam velociori. Filum æneum, tenue, elasticum, & flexum, *xy* cum sustentaculo *rg* cohæret, & in *y* leviter premit Vectem *bd*, quando hic Malleum retinet.

Filum tenue cum Filo cylindri H jungitur in Nodo N; transit illud, per foramen in extremitate *d* Vectis, ut & per foramen in capite Clavi, circa quem Vectis movetur in *t*, deduciturque ad Cuneolum cupreum *a*, cui circumvolvitur ita, ut Fili longitudo mutari possit; hæc autem, tentando, ita determinanda est, ut paululùm elevari possit

fit

fit Cylindrus H, antequam Malleus relaxetur; qui tamen liberari debet, si paulò major sit elevatio, & quidem antequam Superficies I Cylindri ad Laminam L pertingat. vide TAB. XX.

Filum Cylindri H conjungitur cum Cylindro majori 599. V, quem Regula ferrea \* trajicit, juxta quam mobilis \* 595. est inter b & T; hac de causâ Regulæ superficies superior, & laterales, admodum regulares & levigatæ desiderantur, præcipuè superior benè expolienda est.

Cylindrus hic V cupreus est & cavus, Bases ipsi cochleis junguntur, ut hoc demonstramus in Fig. 6, in quâ posterior Basis separatim exhibetur, servatâ verâ magnitudine.

Apertura per quam Regula transit est f, hujus altitudo talis est, ut Regula liberè transeat, quod ad aperturæ latitudinem etiam applicari debet, ita tamen ut in medio vix Regulæ latitudinem superet.

Rotula g chalibea, circa axem liberrimè volabilis, quæ, cum simili in Basi oppositâ, attritum impedit in motu cylindri juxta Regulam, superiori parti aperturæ f respondet. Rotula in medio tenuior est, ut minus Regulam tangat, quando huic applicatur.

Supra Rotulam datur in Basi foramen n, per quod Filum Cylindri H transmittitur, ut statim dicam. Hæc omnia eodem modo se habent in utrâque Basi, quæ in hoc solo differunt; posteriori Lamella tenuis Cuprea jungitur, sed unico Clavo m ita, ut Filum, per n penetrans, facile inferi possit inter superficiem Basis & ipsam hanc Lamellam, retineturque filum arctiori Lamellæ applicatione, auxilio Cochleæ h, quæ, per Lamellam transiens, in ipsam Basin penetrat.

Fig. 4. Cylindrus V, quàm facillimè & liberrimè, juxta regulam movetur, quia Rotulis sustinetur; Basis autem, quam posteriorem vocavimus, respicit extremitatem T, cui Caput e cochleâ instructum jungitur, ne fortè Cylindrus cadat, aut relaxato filo, cum quo cohæret, abjiciatur motu ipsius Machinæ.

Filum hoc, illud ipsum est, ut antea vidimus, cui cohæret Cylindrus H, transmittitur autem per ambo foramina, ut n (Fig. 6.), Basium, & Lamellâ i retinetur, ut dictum antea; quo cohibemus ne ultra certam distantiam à Centro revolutionis recedat Corpus.

601. Distantia hæc determinatur divisionibus in Lineâ *b p*, quæ unum ex angulis inferioribus Regulæ efficit, notatis; divisiones autem, quando cum facie anteriori Cylindri respondent, distantias indicant Puncti medii, idest Centri Gravitatis, Cylindri à Centro revolutionis Regulæ. In nostrâ Machinâ distantia inter duas divisiones est Semipollicis, & distantia maxima est quatuordecim Pollicum.

602. Pondus Cylindri V est trium partium quartarum Libræ; Pondus hoc ipsi communicatur duobus frustis Plumbi, quæ in inferiori parte, paululùm ad latera, interiori superficie Cylindri junguntur.

Pondus ipsius Cylindri augetur Annulis ut *z*, hi exactè continent Cylindrum, & ubi talis Cylindro circumponitur, tollitur Cochlea *q*, & ita convertitur Annulus, ut foramen *r* conveniat cum foramine Cochleæ, quâ tunc ipse firmatur Annulus.

Annuli tales tres dantur, tenuior ponderat quartam Libræ partem, Pondus secundi duplum est, tertii triplum. Ipsi Cylindro V inscribitur hicce numerus 3; primo Annulo



nulo inscribitur 4; secundo 5; tertio 6; hi numeri Pondus exprimunt Cylindri, sive solus, sive cum conjuncto Annulo, adhibeatur.

Ut æquilibrium detur inter partes Machinæ, quando 603.  
hæc agitur; conjungitur, cum Regulæ extremitate S, auxilio Cochleæ cum Regulâ cohærente, Cauda cuprea X, quæ ipsa Cochleam efficit; hujus tale est Pondus, ut additâ Cochleâ exteriori Y, Regula in æquilibrium sit circa Centrum Motûs. Quando Cylindrus V Regulæ applicatur, Orbes plumbei, ( ut z, z, z, TAB. xx. ) cum X junguntur, ut instauretur æquilibrium circa idem Centrum; tales in nostrâ Machinâ hi sunt, ut octo requirantur, quando Cylindrus ad maximam à Centro distantiam ponitur, & ipsi gravissimus Annulus circumponitur, ita ut ipsius Actio sit omnium maxima \*.

\* 189.

Monendum tamen, ex defectu hujus æquilibrii sensibilem in multis Experimentis effectum non sequi; cum tamen, si omninò deficiat in violentiori Machinæ motu, inde sequatur Columnarum IL, MN ( TAB. xx. ), motus tremulus, non omninò negligendum illud esse constat; sed satis est, in singulis casibus, imperfectiori quadam computatione numerum determinare Orbium plumbeorum, cum Regulâ ferreâ conjungendorum; hanc autem adhibeo. Multiplico pondus Cylindri per hujus dimidia- 604.  
tam distantiam à Centro, & primus character producti exprimit numerum quæsitum, qui unitate augetur si sequens character superet quinque. Ex. gr. sit pondus Cylindri 5. distantia 14, cujus dimidium 7, productum erit 35; tres Orbes adhibendi sunt. Si Pondus esset 4, distantia 18, Productum esset 36, & numerus Orbium esset quatuor.

*Quando Tempora Periodica sunt equalia, & Distantia*

Y

*equa-*



*aquales à Centro, Vires Centrales sunt ut quantitates Materia in Corporibus quæ revolvuntur* \*. Temporibus enim æqualibus, eodem modo, Viribus Centralibus moventur Corpora.

## EXPERIMENTUM 4.

606. Laminis ambabus *ii, ii*, illa jungimus, quæ in N<sup>o</sup>.  
TAB. XX. 594. & seq. exposuimus. Unicuique Regulæ *st*, applicetur quoque Cylindrus *suus v*, transmissio Filo, quod cohæret cum Cylindro *h*: hoc ita præstatur; Acus desideratur, cujus longitudo Cylindri *v* longitudinem superat, & per illius foramen Filum, tenue, duplicatum, transmittitur; Acus Cylindro inseritur per foramen in Basi anteriori ita, ut cuspis per foramen Basis posterioris exeat, tunc Fili, quod per Cylindrum transmittere desideramus, extremitatem inserimus Annulo, quem ab una parte efficit Filum quod Acu inhæret, & trahendo Acus cuspidem, Fila insequuntur, removeturque Acus cum suo Filo.

\* 602. Uni ex Cylindris Annulus \* circumponitur, ex. gr. qui notatur 4; tunc Cylindrorum Pondera erunt ut 3. & 4. : in eadem ratione desiderantur Pondera cum his cohærentia; quare uni Cylindro *h* quatuor Unciæ adduntur, alteri sex \*.

Cylindri *v, v*, ad æquales Distantias à Centro disponendi sunt; sit hæc Distantia, quæ ad libitum determinatur 24 : Regulæ *rt* jungitur Obstaculum ligneum *A* (TAB. XXII. Fig. 5.), huic ipsi inserendo Regulam; disponitur Obstaculum ita, ut superficies *b*, quæ in Figurâ superior est, à Centro Motûs averſa sit, & exactè  
\* 601. congruat cum ipsâ divisione 24. \*; firmatur Obstaculum Cochleâ cupreâ *c*, Lamellâ cupreâ, elasticâ, & paululum

lum incurvatâ,  $d$ , impediende ne Cochlea Regulam ferream lædat.

Superficies anterior Cylindri  $v$  applicatur ipsi Obstaculo, tunc illius Centri Gravitatis distantia est  $24^*$ ;  $* 601$ . tenditur Filum, quod per Cylindrum penetrat, quantum potest, si modò non elevetur Ponderus  $h$ , & firmatur  $*$ , tolliturque Obstaculum. Cùm Ponderus  $h$  determinet tensionem hanc, ideo in antecessum Ponderus hoc applicandum esse diximus.  $* 600$ .

Nunc Corpora, ad æquales distantias, à Centris Motûs posita, & quorum quantitates Materiæ sunt ut 3. ad 4., quantumvis parum à Centro recedere non possunt, nisi Pondera eleventur, quæ sunt in eadem ratione trium ad quatuor.

Corpora etiam hæc æqualibus Temporibus Revolutiones peragent, si Caput T, quantum potest elevetur, positis tribus Annulis supra solidum S  $*$ ; tunc enim Orbes, superiores in  $d$ , &  $e$ , qui æquales sunt, cum Trochleis  $i$  &  $m$  respondent.  $* 574. 570$ .

Machinæ motus communicatur Pondere  $r^*$ , Corpus  $*$   $578$ . tunc unumquodque  $v$ , &  $v$ , circa Centrum movetur, & Vi Centrifugâ Filum tendit, retineturque Pondere  $h$ ; sed, descensu Ponderis  $r$ , Motus acceleratur ita, ut Cylindri  $v$ , &  $v$ , Pondera connexa elevent, & quidem exactissimè eodem momento, ut patet, elevatis Campanularum Malicis  $*$ ; nam hi eodem momento relaxantur ita, ut unicuique tantum ictus percipiatur; quod benè determinatam esse Virium rationem demonstrat.  $* 598$ .

Conversione Cochleæ  $10$  cavendum, ne nimium subitanea sit acceleratio; nisi enim tensus sit Funis, qui motum Axibus  $ab$ ,  $ab$ , communicat, accelerationes ho-

rum non convenient ; ita tamen temperanda est tensio Funis , ut Mallei relaxentur, id est, Pondera  $b, b$ , eleventur, antequam Pondus  $r$  ad maximam, ad quam pertingere potest, pervenerit profunditatem.

607. *Quando quantitates Materiae in Corporibus circumrotatis sunt aequales, & Tempora Periodica aequalia, Vires Centrales sunt ut Distantiae à Centro* \*.
- \* 587.133.

## EXPERIMENTUM 5.

608. Experimentum hoc à præcedenti \* paucis tantum differt circumstantiis. Cylindri ambo  $v, v$ , aut sine Annulis, aut cum Annulis æqualibus, adhibentur. Ponuntur hi ad distantias inæquales, ex. gr. unus divisioni decimæ sextæ, alter vigesimæ quartæ, admovetur. Pondera nunc elevari debent, quæ sint in eadem ratione 16. ad 24 ; primo ergo Cylindro  $b$  duæ junguntur Unciæ, alteri quatuor \*, & Pondera sunt ut quatuor ad sex, id est, ut 16. ad 24. ; reliqua manent, & Experimentum eodem modo, ut præcedens, tentatur, & procedit. Habemus autem Corpora æqualia, æqualibus Temporibus revoluta, quorum Vires, quæ æquales sunt Ponderibus elevatis, sunt inter se ut distantiae à Centro.
- TAB. XX.  
\* 606.  
\* 597.

609. *Quando Tempora Periodica sunt aequalia, sed Distantiae à Centro, & quantitates Materiae in Corporibus revolutis, differunt, Vires Centrales sunt in ratione compositâ, quantitatum Materiae, & Distantiarum*; quod ex duabus ultimis Propositionibus sequitur. Ut hanc rationem compositam determinemus, quantitas Materiae in unoquoque Corpore per suam Distantiam à Centro multiplicanda est, & producta quæsitam inter se rationem habent \*.
- \* 23.El.VI.

## EXPERIMENTUM 6.

610. Manentibus quæ in Experimento quinto \* explicata sunt,
- TAB. XX.  
\* 608.

sunt; illi Cylindro  $v$ , cujus distantia à Centro est 24. addatur Annulus quo ipsius pondus fiat quinque; Tempora Periodica æqualia manent, & Vires Centrales erunt, juxta hanc propositionem ut  $3 \times 16$ ; ad  $5 \times 24$ , id est, ut 2. ad 5.; relictis ergo quatuor Unciis, quæ elevari debent à Cylindro  $v$ , cujus Pondus est tria; sex Unciis, quæ cum alio Corpore cohærent, quatuor addantur, ut decem sint Unciæ; & motu Machinæ eodem momento ambo Pondera elevata erunt, ut Campanæ iterum docebunt.

Differentiæ Virium Centralium, ex differentiis Distantiarum à Centro, & quantitatum Materiæ, oriundæ, sese mutuò possunt compensare; & *positis quantitatibus Materia, in Corporibus circumactis, in ratione inversâ distantiarum à Centro, Vires Centrales erunt æquales*; quantum Vis una alterâ major est respectu quantitatis Materiæ, tantum hæc illam superat propter majorem Distantiam.

EXPERIMENTUM 7.

Manentibus Corporibus circumactis, quibus in sexto Experimento \* usi sumus, quæ sunt ut tria ad quinque; ponatur hoc ad distantiam quindecim, illud ad distantiam viginti quinque: Tempora Periodica manent æqualia, & Pondera in  $h$ , &  $h$ , non eodem momento ascendent, nisi æqualia sint.

Casus hujus Propositionis exstat, *quando duo Corpora, Filo juncta, circa commune Centrum Gravitatis revolvuntur*. Distantiæ enim ab hoc Centro sunt in ratione inversâ ponderum Corporum \*; & ergo Vires Centrales æquales \*. Vi, quâ Corpus unum à Centro conatur recedere, alterum ad Centrum trahitur; & propter Virium æqualitatem sese mutuò retinent, & Motum continuant; si circa aliud

Punctum revolvantur, motum continuare nequeunt, & Corpus, cujus Vis Centrifuga præpoller, à Centro recedit, Corpusque aliud secum fert.

## EXPERIMENTUM 8.

614. TAB. XX. Tollenda omnia sunt, quæ Laminis *ii, ii*, sunt imposita; quod, pro unâquaque Laminâ, simul & semel fit, relaxatis tantum Cochleis *f, f*, ( TAB. XXIII. Fig. 2. ). Machina postea in eo statu disponenda est, quem indicavimus in Experimento secundo \*, ante impositam Pyxidem ligneam.

TAB. XXII. Fig. 2. 6. Machinæ applicatam tunc habemus Regulam ferream AB; huic superimponitur, & Columnis *E, E*, sustinetur Regula alia ferrea HI, quæ Cochleis firmatur, ut de Pyxide ligneâ dictum \*.

\* 583. Regula hæc ubique est ejusdem crassitiei, & latitudinis, superficiesque regulares, & politæ, sunt. Trajicit hæc duos Cylindros cupreos *F, G*, qui, quamvis Rotulis non insistant, satis facile juxta Regulam moventur, præcipue si hæc leviter oleo illinita sit; quod ipsum motui obstaret, si, ut in aliis Cylindris, quibus in præcedentibus Experimentis usi sumus \*, Rotulæ darentur. Filum per ambos Cylindros transmittitur \*, & firmatur ita, ut Nodus *N*, qui in Filo datur, exactissime communi Centro Gravitatis Corporum *F, G*, respondeat. Filum distenditur, & Nodus ponitur, ut Centro Motus, in Regula HI notato, respondeat: agitur Manubrio Machina \*, & Corpora locum servant, quem in Regula HI occupant.

\* 577. Si Nodus N alii puncto respondeat, Corpora ambo, Motu sæpè violentiori, juxta Regulam moventur.

615. Ne autem, in hoc ultimo casu, Machina lædatur, utimur Obstaculis ligneis ut *L* ( Fig. 7. ): unum collocat-

locamus inter H & F, alterum inter I & G. Obstacula hæc ponenda sunt antequam Regula H I suo loco firmetur. Ubi autem Regulæ AB impositum est Obstaculum, in loco quocunque hoc figimus Cuneo M, per foramen O, infra Regulam AB transcunt. Obstaculum in superiori parte, ubi datur Corporis impactio in hoc ipsum, crassiori corio tegitur; anteriores quoque superficies, (quæ nempe sese mutuò respiciunt) Cylindrorum F, & G, eodem modo corio teguntur.

*Quando quantitates Materia in Corporibus circumrotatis, & distantia à Centro, sunt æquales, Vires Centrales sunt in ratione inversâ quadratorum Temporum Periodicorum, id est, directè ut quadrata revolutionum, eodem Tempore peractarum.*

EXPERIMENTUM 9.

Machina in eo statu instauranda est, in quo fuit in Experimentis \* in quibus Vires Centrales fuere collatæ inter se, sed Tempora Periodica variari debent.

617.  
TAB. XX.  
\*606.608.  
610.612.

Quando Funis circumit Orbiculos in *d*, & *e*, superiores, Tempora hæc sunt æqualia, ut vidimus \*.

\*570.606.

Si depresso capite T \*, sequentes Orbiculi adhibeantur, sunt Tempora revolutionum, ut quatuor ad quinque; si iterum sequentes, erunt ut duo ad tria, tandem si inferiores ut unum ad duo \*.

\*574.

\*570.

Ponimus caput T esse positum ut in Figurâ exhibetur, id est, Tempora periodica esse inter se, ut duo ad tria; ad partem *e* Tempus minus est.

Ad eandem hanc partem cum Cylindro *b* coniungimus septem Uncias, ut Pondus sit novem Unciarum; ad aliam partem duas tantum debemus cum *b* conjungere Uncias, ut integrum Pondus sit quatuor Unciarum.

Si



\* 606. Si nunc Corpora æqualia, ad distantias æquales, ita revoluta fuerint, ut in quarto \* & aliis quibusdam Experimentis, unicus Campanarum audietur ictus; unde constabit Vires esse, ut novem ad quatuor, id est, inversè ut quadrata Temporum Periodicorum, quæ sunt ut duo ad tria.

618. *Quomodocunque inter se Vires Centrales differant, ex jam dictis inter se possunt conferri; nam sunt in ratione compositâ, ex ratione quantitatum Materiae in Corporibus revolutis, & ratione Distantiarum à Centro, ut & ratione inversâ quadratorum Temporum Periodicorum.* Multiplicando quantitatem Materiae in unoquoque Corpore per Distantiam à Centro, & dividendo productum per quadratum Temporis Periodici, quotientes divisionum erunt in dictâ ratione compositâ, id est, ut Vires Centrales.

#### EXPERIMENTUM 10.

619. Sint Corpora revoluta ut tria ad quinque, applicata primum divisioni decimæ octavæ, secundum vigesimæ septimæ; sint præterea Tempora Periodica ut quatuor  
\* 617. ad quinque\*; Pondera quinque & octo Unciarum eodem momento elevata erunt.

Multiplico 3, per 18, productum 54. divido per 16, & habeo  $3\frac{3}{4}$ : Multiplico etiam 5. per 27, & productum 135. divido per 25, quotiens est  $5\frac{3}{5}$ . Vires ergo sunt ut  $3\frac{3}{4}$ . ad  $5\frac{3}{5}$ , id est, ut 5. ad 8, ut in Experimento.

620. *Quando quantitates Materiae sunt æquales, Distantie ipse per quadrata Temporum Periodicorum dividuntur: ut determinetur ratio, qua inter Vires Centrales obtinet.*



In hoc casu, si quadrata Temporum Periodicorum fuerint inter se ut cubi Distantiarum, quotientes divisionum erunt in ratione inversa quadratorum Distantiarum; & in hac ratione etiam Vires Centrales. 621.

EXPERIMENTUM II.

Sint Corpora revoluta æqualia; Distantiæ à Centro 622.  
14  $\frac{1}{2}$ . & 19; Tempora Periodica ut 2. ad 3. TAB. XX.

Cubi Distantiarum sunt 3048  $\frac{1}{8}$ . & 6859; quadrata Temporum Periodicorum sunt 4. & 9, quæ sunt ut 3048  $\frac{1}{8}$ . ad 6859, proximè ut cubi Distantiarum; exiguum tantum, & insensibilem, negligimus differentiam.

Quadrata Distantiarum sunt 210  $\frac{1}{4}$ . & 361. id est, proximè ut 7. ad 12; inversè ut 12. ad 7; Pondera quoque duodecim & septem Unciarum, eodem momento, adscendunt. Hic etiam negligimus exiguum fractionem.

Mathematicè Vires determinando \*, sunt ut 261. \* 618.  
ad 152; Quadrata Distantiarum sunt inversè ut 261. ad 152  $\frac{11}{144}$ . Exigua hæc differentia procedit ex exigua differentia, quam vidimus dari inter rationes cuborum Distantiarum, & quadratorum Temporum Periodicorum.

Si Corpora sint inæqualia, sed in hac agant Vires Centrales, ejusdem nature cum Gravitate, non interest quæcunque sint Masse Corporum, aut quomodocunque moveantur, deflectuntur Centrum versùs, in momentis æqualibus, per spatia, quæ sunt ut ipsæ Vires \*, & Propositio ultima etiam in Corporibus inæqualibus obtinet. 623. \* 133-155. 587.

Varias potest Corpus, Vi Centrali Curvas describere. 624.

Ellipsin vocant Geometræ Lineam ovalem, cujus hæc 625.  
est descriptio. Sit A a Recta; C Punctum hujus medium; TAB. XXIV.  
F, f, Puncta à C æqualiter distantia; FGf Filum, cujus Fig. 1.  
Z jus

jus extremitates in  $F$  &  $f$  fixæ sunt, quod æquale est Lineæ  $Aa$ . Tenso Filo Clavo  $G$ , hujus Motu, in Plano, in quo datur  $Aa$ , Ellipsis describitur. Puncta  $F, f$ , vocantur Foci;  $C$  Centrum;  $Aa$  Axis major; minor Axis per Centrum transit, cum majori angulos efficiens rectos, & ab utraq; parte Curvâ terminatur, ut  $Bb$ .

626. Ponamus, ut in ultimâ Propositione, *Vim, quæ in Corpora mota agit ut in quiescentia, quæ ad Distantias æquales à Centro æqualis sit, ad inæquales decrescat in ratione inversâ Quadratorum Distantiarum ab hoc Puncto, describet Corpus Ellipsin, cujus Focorum alter cum Centro Virium coincidit*, ita, ut in unaquaque revolutione semel ad hoc accedat Corpus, & iterum ab hoc recedat. In recessu  
 \* 582. minuitur Corporis celeritas\*, & quidem ita, ut Vis Centralis, quamvis ipsa minuatur, viam Corporis satis flectat, ut hoc ad Centrum magis accedat: accessu autem Corporis augetur velocitas, inflexio Viæ minuitur & à Centro iterum recedit.

627. Circulus ad hoc genus Curvarum pertinet, coincidentibus Focis cum Centro. Et *posito Corpore quod, ut diximus, Ellipsin describit, aliud, eadem Vi, circa idem Centrum, in Circulo retinebitur, si hoc justâ Velocitate perpendiculariter ad Lineam, quæ per Centrum transit, projiciatur Si Circuli diameter æqualis sit Axi majori Ellipseos, eâ agitandum Corpus velocitate, quâ gaudet Corpus in Ellipsi, eo momento, quo per extremitatem, unam aut alteram, Axeos minoris transit; & aequalibus Temporibus, Corpora hæc ambo Revolutiones peragent.*

628. Corpus potest tali celeritate projici, ut, in recessu à Centro, Vis, quæ auctâ distantia minuitur, viam non satis flectere possit, ut Corpus redeat; percurrit in  
 hoc

hoc casu Corpus Curvam aliam ex Sectionibus Conicis, Parabolam, aut Hyperbolam.

*Si Vis Centralis juxta aliam proportionem quamcunque in recessu à Centro decrescat, non poterit Corpus Lineam, in se redeuntem, & à Circulo parum aberrantem, describere.* 629.

*Sed si Vis decrescat juxta proportionem parum ab hac aberrantem, aut Curva à Circulo non multum differat. poterit Curva, à Corpore descripta, referri ad Ellipsin mobilem; cujus nempe Axis in Plano, in quo Corpus revolvitur, movetur motu angulari, manente Foco in Centro Virium. Motus autem Axeos in eandem partem dirigitur cum motu Corporis, si Vis celerius decrescat, aucta Distantia, quam pro ratione inversa Quadrati Distantiae: Si verò Vis tardius, id est minus, decrescat in recessu à Centro, motus Ellipseos in contrariam partem dirigitur.* 630. 631. 632.

*Corpus etiam Ellipsin describit, si Vis Centralis, in recessu à Centro, crescat, & sit ubique in ratione Distantiae à Centro, quod in hoc casu cum Centro Ellipseos coincidit.* 633.

EXPERIMENTUM 12.

Longiori Filo suspendatur Globus plumbeus; si à Puncto in quo quiescit retrahatur, Gravitate suâ semper hoc versùs fertur; & ab omni parte, si distantia fuerit æqualis, æquali cum Vi. In motu suo à Puncto memorato Globus Circulum describit, partem quamcunque versùs retrahatur: si portiones Circuli non fuerint admodum magnæ, cum Cycloïde coïncidunt\*, & Vis cum quâ Globus, in quocumque Puncto versetur, Punctum infimum versùs tendit, est ut illius distantia ab hocce Puncto\*; Vis ergo illa crescit in ratione Distantiæ. \* 416. \* 414.

Retrahatur Globus à Puncto infimo, & obliquè projiciatur, Figuram oyalem circa hocce Punctum descri-

bet, quæ, quando Globus per spatium magnum non excurrit, ab Ellipsi ferè nihil differt, propter Virium proportionem, & quia in hoc casu ad sensum in Plano movetur Globus.

Centrum Ellipsis est Punctum in quo Globus, quando non projicitur, quiescit; in unaquâque Revolutione bis ad illud Globus accedit, & bis ab illo recedit. Si supra Mensam Globus suspendatur ita, ut ferè Mensam, quando quiescit, tangat, & Punctum, cui tunc respondet, in Mensâ notetur, Experimentum multò fit magis sensibile; insequendo Globum hujus Via cum cretâ in Mensâ notari potest.

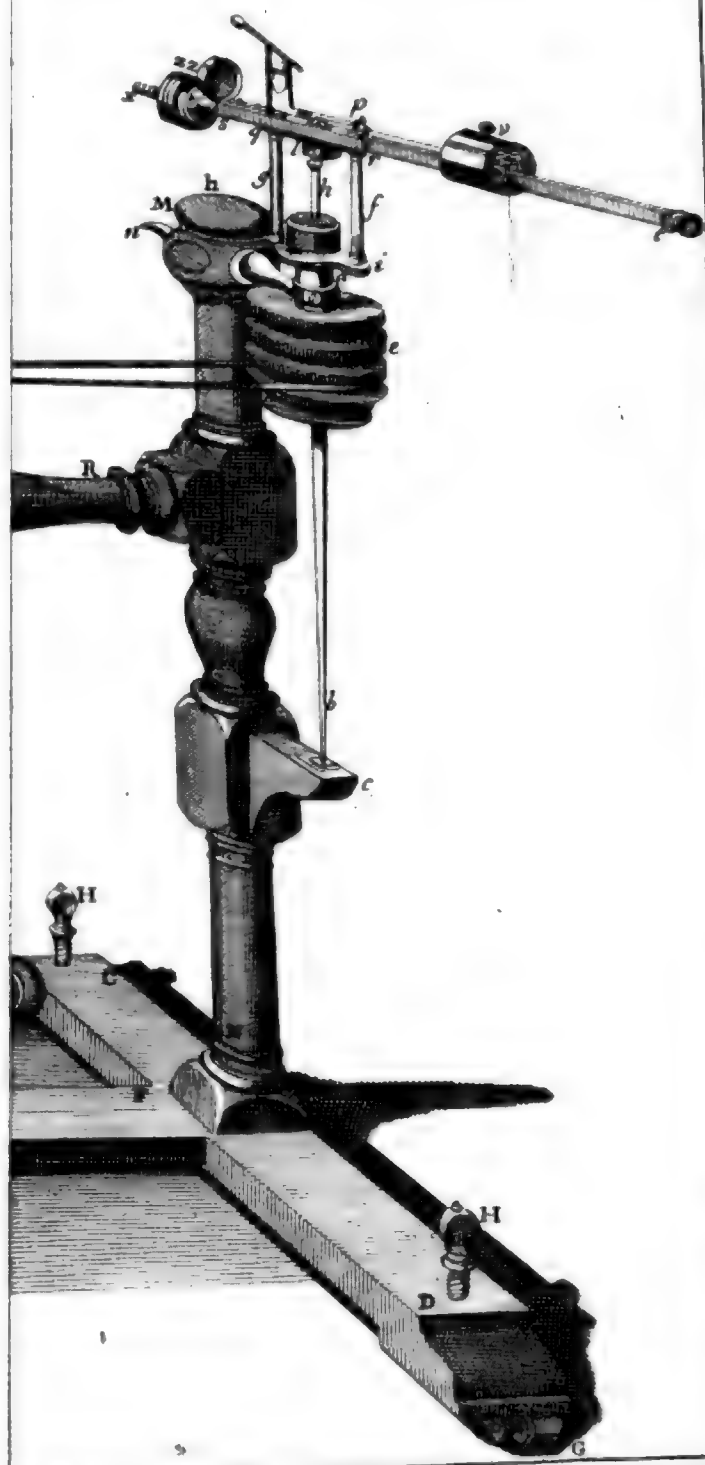
635. *Si Vis juxta aliam rationem crescat, Curva in se non redit; Sed potest sæpè ad Ellipsin in Plano mobilem referri.*

EXPERIMENTUM 13.

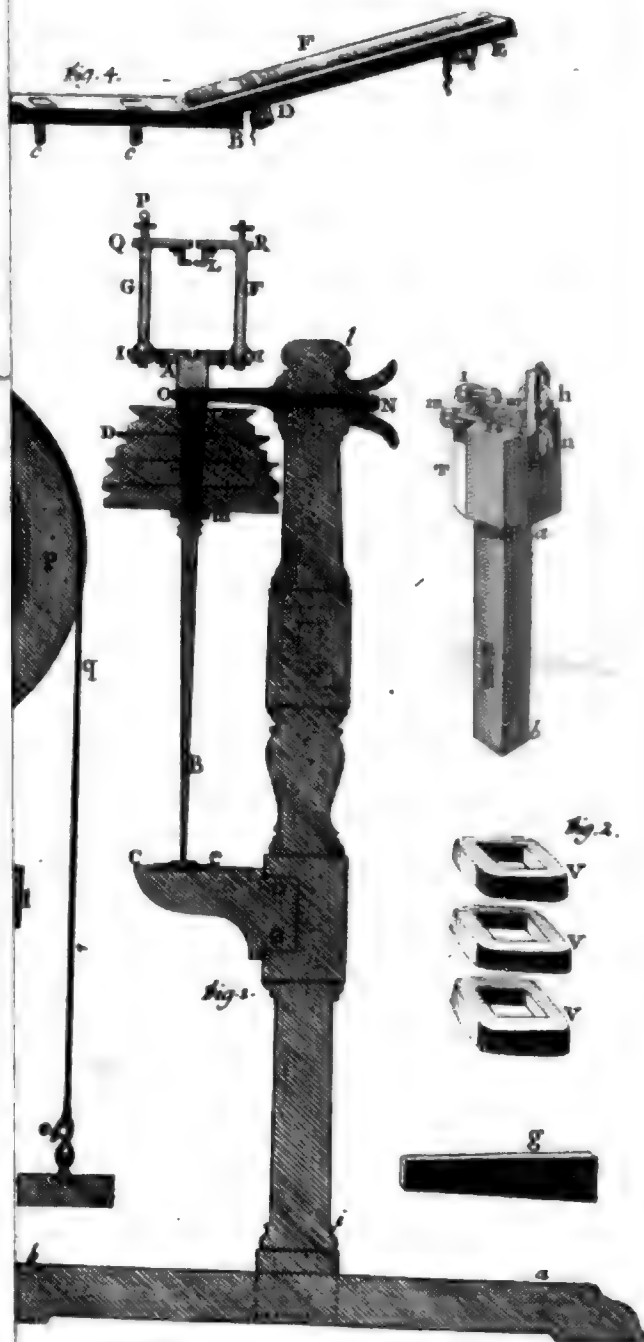
636. Iisdem positis, quæ in Experimento præcedenti, projiciatur ita Globus, ut ad distantiam majorem excurrat; Curvam describet quæ ad Ovalem mobilem referri poterit; bis in unaquâque Revolutione quidem accedet ad Centrum, & bis ab eo recedet: sed situs Punctorum, in quibus minimè, aut maximè, distat, in singulis Revolutionibus mutabitur, & semper eandem partem versùs hæc Puncta ferentur, horumque motus cum Globi motu conspirabit.

- Ex hac ultimâ Propositione, si ad N°. 629. attendamus, sequitur, *nullâ Vi Centrali; ad æquales Distantias æqualiter agenti, Curvam posse describi in se redeuntem, à Circulo parum aberrantem, & excentricam, id est, cujus Centrum cum Centro Virium non coïncidit, præter Ellipsin, in cujus Focorum altero Centrum Virium datur; Vimque Centralem, in hoc casu, sequi rationem inversam Quadrati Distantiæ.*  
Cir-

TAB. XX.

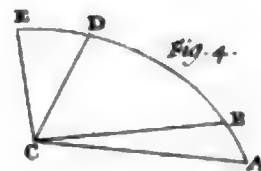




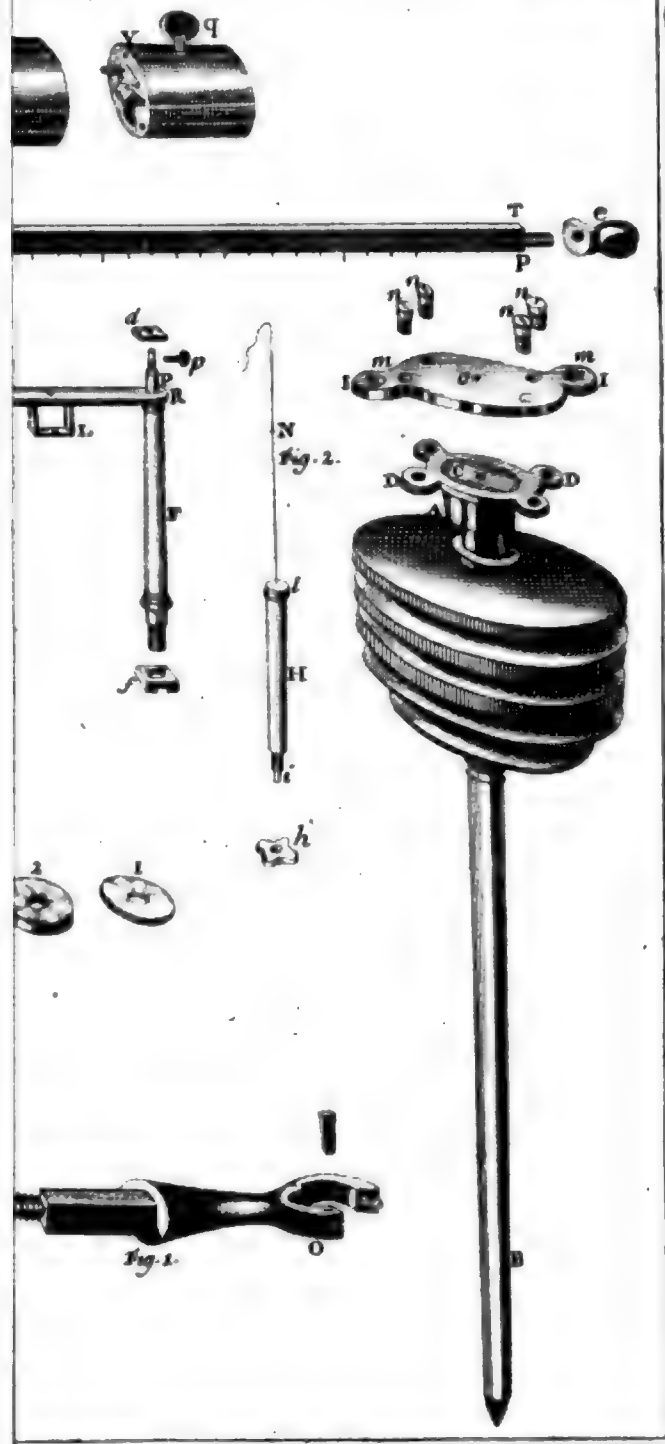






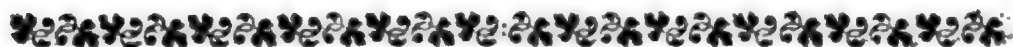








*Circulum autem, cujus Centrum cum Centro Virium 638. coincidit, posse describi Vi, juxta rationem quamcunque, crescente, aut decrecente, si modo ad Distantias æquales æqualiter agat, facile patet.*



S C H O L I U M I.

*Generalia de Viribus Centralibus.*

Concipiamus dari Vim, quâ Corpus, ubicunque hoc detur, pellatur Centrum C versûs; non interest quomodocunque in Punctis diversis varietur Vis hæc: concipiamus Vim hanc ipsam non esse continuam, sed illam Ictibus in Corpus agere, & momenta Temporis inter Ictus esse æqualia. Ponamus etiam Corpus, projectum per AB, hanc percurrere Lineam in momento tali; motum per BL, æqualem AB, in momento sequenti continueret, nisi in B, Ictu in Corpus, pelleretur hoc ad C; ponamus celeritatem, ex hoc Ictu oriundam in Corpore jam agitato, talem esse, ut hac Corpus possit, in intervallo Temporis inter duos Ictus, percurrere Lineam LD; si LD sit parallela BC, Corpus duobus motibus agitatum percurrit BD\*, daturque in D, in momento in quo Ictu sequenti iterum ad Centrum pellitur. Si Ictus hic non daretur, in momento sequenti percurreret DE, positus DE & BD æqualibus; sed eodem Tempore Centrum versûs fertur, id est per DC pellitur; si juxta hanc directionem percurrat Lineam æqualem Lineæ EF, in Tempore in quo percurreret DE, motu composito Corpus movetur per DF, positus EF & DC parallelis. Eodem modo demonstramus, in momento sequenti Corpus percurrere FH, si GH sit æqualis spatium, in hoc momento, ex Ictu C versûs, percurrendo, positisque FG & DF æqualibus, ut & GH & FC parallelis.

Triangula ABC, BLC, habent Bases æquales AB, BL in eadem Lineâ, & verticem communem C; sunt ergo æqualia\*. Triangula BLC, BDC Basi habent communem BC, & constituuntur inter parallelas BC, LD, sunt ergo æqualia\*. Idcirco etiam æqualia sunt Triangula ABC, BDC. Eodem modo demonstramus æqualia Triangula BDC, DFC, & in genere æqualia esse inter se Triangula quæcunque, ut ABC, BDC, DFC, FHC, quorum Bases, momentis æqualibus, à Corpore projecto percurruntur. Hæ in accessu ad Centrum majores fiunt, & Corpus velocius movetur, ut in N°. 582. diximus.

Etiam patet, Corpus projectum & Vi, Centrum versûs tententi, agitatum, moveri in Plano, quod transit per Lineam juxta quam Corpus projicitur & per Centrum Virium, ut monuimus in N°. 581.

Concipiamus nunc momenta inter duos Ictus minui, ut & ipsos Ictus, manentibus nihilominus illis æqualibus inter se, positis hisce utraque in æqualibus, Demonstratio eadem locum habebit. Si diminutio sit in infinitum,

639.

T A B.

XXIV.

Fig. 2.

\* 36.

\* 38. El. I.

\* 37. El. I.

640.

641.

TAB. XXII. Fig. 4. tum, mutantur Ictus in Pressionem continuam, & Corpus in singulis punctis à viâ rectâ deflectitur; subjicitur tamen legi in Demonstratione præcedenti determinatæ. Si ergo Corpus moveatur in Curvâ ABDE, & Tempus concipiatur divisum in momenta infinitè exigua, & æqualia inter se, Area Trianguli mixti ACB continebit tot Triangula exigua, æqualia inter se, quot dantur momenta in Tempore, in quo percurritur AB; & Area Trianguli mixti DCE eodem modo continebit tot Triangula, æqualia inter se, & prioribus, quot dantur momenta in Tempore in quo percurritur DE; ideoque Tempora, in quibus Corpus AB, & DE, percurrit, sunt inter se ut numeri Triangulorum æqualium, Areis ACB, DCE, contentorum, id est, sunt ut ipsæ Areæ. Unde generalem deducimus Propositionem in N°. 585. memoratam.

642. Cujus Propositionis inversa, quæ continetur in N°. 586. etiam demonstratur. Si Corpus, motum per AB, in momento sequenti, & æquali, percurrat BD, quia motu primo, in momento hoc, per BL, æqualem AB, motum continuasset, necessariò juxta directionem LD à viâ suâ remotum fuit\*; si autem Triangula ABC, BDC sint æqualia, etiam æqualia erunt BDC, BLC; ideoque Linea LD parallela BC\*; id est directio Vis, quæ Corpus à Lineâ rectâ detorquet, Centrum C versùs dirigitur.

Si nunc concipiamus Curvam quamcunque dividi, Lineis ad Centrum Virium ductis, in Triangula minima æqualia, horum Bases, Temporibus æqualibus à Corpore, quod in Curvâ Vi Centrali retinetur, percurruntur\*; sunt ideo Corporis Velocitates, in variis Curvæ Punctis, ut Bases hæ\*, quæ sunt inversè ut perpendiculares, à Centro Virium ductæ in Bases continuatas\*, id est, in Tangentes ad Curvam in Punctis de quibus agitur.

\* 360.  
\* 39. El. I.  
\* 15. El. VI.  
88. El. I.

644. Maximè generalia sunt huc usque in Scholio hoc demonstrata, quæ nunc addam tantùm obtinent, si Vis in hoc cum Gravitate congruat, ut agat in Corpora mota ut in quiescentia; Corpora autem ponimus æqualia: si verò Vis & in hoc cum Gravitate congruat, ut eodem modo agat in singulas Materię particulas, non intererit utrum Corpora sint æqualia nec ne.

645. Linea infinitè exigua, Viribus aequalibus, accedendo ad Centrum percursa, sunt ut quadrata Temporum, quibus percurruntur. Vis enim pro uniformi in spatio infinitè exiguo haberi potest, & quæ de Corporibus cadentibus demonstrata sunt\*, hic referri possunt.

\* 374.

646. Si Vires differant, sed Tempora fuerint æqualia, Spatia percursa sunt ut Vires\*.

2 587. 133. Ergo Spatia infinitè exigua, Viribus Centralibus percursa, sunt ut Vires ipsæ,

647. & ut Quadrata Temporum; in ratione nempe compositâ ex hisce ambabus rationibus.

648. Ex hisce deducimus, Corpus, quod Vi Centrali in Curvâ retinetur, in singulis momentis, infinitè exiguis, moveri juxta Leges explicatas\* de Corporibus projectis. Nam, licet Corpus tendat ad Centrum, si Spatium percursum sit infinitè exiguum respectu distantie à Centro, Lineæ ad Centrum ductæ pro parallelis haberi possunt.

\* 541. 542.  
545.

TAB. XXIV. Fig. 3. Sit Curva AFGE in quâ Corpus moveretur; C Centrum Virium; AD tangens ad Curvam in Puncto A; ponamus AD infinitè exiguam, Lineasque BF & DG ad AC dari parallelas, erunt hæ ut Quadrata Linearum AB, AD\*, quæ sunt ut Tempora, quibus AF, AG, percurruntur.

\* 542. 545.



## SCHOLIUM II.

## De Motu in Circulo.

**V**is quaecunque, quâ Corpus in Circulo retinetur, si ad Circuli Centrum dirigatur, agit semper perpendiculariter ad motus directionem; tangens enim ad radium perpendicularis est \*. Idcirco Actio hujus Vis nunquam cum motu Corporis conspirat, aut contrariè agit, & semper agit eodem modo ac in Corpus quiescens ageret; hac de causâ non interest, utrum talis Vis, quæ Corpus in Circulo retinet, sit ejusdem naturæ cum Gravitate, & in omni casu, agat in Corpus motum ut in quiescens, an non, eodem modo Corpus retinet.

Moveatur Corpus in Circulo, cujus Diameter est GL; C Centrum Circuli & Virium. Detur Corpus æquale per AD projectum, Velocitate quâ Corpus in Circulo movetur.

Corpora hæc, æqualibus Temporibus, percurrunt Lineas æquales, infinite exiguas, AB, GH; æqualibus etiam Temporibus percurrunt Lineolas BE, HI; primum pondere suo, secundum Vi Centrali; positâ BE verticali, & HI ad GC parallelâ; quæ Lineolæ sunt inter se, ut Corporis Pondus ad Vim Centralem, quæ Corpus in Circulo retinet \*.

Sit DF altitudo, à quâ cadendo Corpus acquirit Velocitatem, cum quâ projectio fit, Corpus spatium hoc cadendo percurrit, dum motu uniformi projectio, Lineam duplam percurrit \*; si ergo DF sit verticalis & AD dupla ipsius DF, Corpus projectum per F transibit \*: Idcirco AB<sup>q</sup>, aut GH<sup>q</sup>, ad AD<sup>q</sup>, aut 4 × DF<sup>q</sup>, ut BE ad DF \*.

In Circulo ductâ Ii parallelâ GH, id est perpendiculari ad diametrum \*, erunt Gi aut HI, GI aut GH, & GL, in continuâ proportionem \*, quare  $GH^q = HI \times GL$ .

Memorata proportio mutatur ergo in hanc

$HI \times GL, 4 \times DF^q :: BE, DF :: BE \times GL, DF \times GL$ . Alternando

$HI \times GL, BE \times GL :: 4 \times DF^q, DF \times GL$ . Unde deducimus

$HI, BE :: DF, \frac{1}{4} GL$ .

Id est Vis, quâ Corpus in Circulo retinetur, est ad Corporis Pondus, ut Altitudo, à quâ Corpus cadendo acquirit Velocitatem, cum quâ in circulo movetur, ad quartam partem diametri.

Si idem Corpus, in eodem Circulo, aliâ Velocitate feratur, consequentia proportionis manent; mutantur idcirco antecedentia in eadem ratione, id est Vis Centralis variat, ut Altitudo, à quâ cadendo Corpus acquirit Velocitatem, cum quâ movetur, quæ altitudo sequitur proportionem Quadrati Velocitatis \*.

Quamdiu autem de eodem Circulo agitur, Tempus Periodicum eò minus est, quò Velocitas est major, & vice versâ, estque Tempus hoc inversè ut Velocitas, unde patet Demonstratio N. 616. Vires, cæteris paribus, esse inversè ut Quadrata Temporum Periodicorum.

In N°. 607. diximus, Vires Centrales, positis Corporibus, ut & Temporibus Periodicis æqualibus, esse ut Distantias à Centro; quod ut demonstremus

649.

\* 18. El. III.

650.

 TAB.  
XXIV.

Fig. 4.

\* 187. 133.

\* 376.

\* 541.

\* 120. 374.

\* 18. El. IH.

 \* 31. El. III.  
8. 4. El. VI.

651.

652.

\* 374.

653.

654.

TAB.

XXIV.

poni Fig. 5.

ponimus duo Corpora æqualia, Circulos concentricos BIL, AFM, æqualibus Temporibus, describere; momentis minimis æqualibus Arcus similes BI, AF, percurrunt. Corpora autem, momentis iisdem, per tangentes BH, AD Arcubus æquales, moverentur, si nulla daretur Vis Centralis. Corpora ergo, æqualibus momentis, Viribus Centralibus, transferuntur ab H ad I, & à D ad F, & quidem, propter Arcus infinitè exiguos, per Lineas rectas HI, DF, in quarum ratione sunt Vires Centrales; has autem Lineas esse ut Distantias à Centro, BC, AC, facillè patet.

655. Superest circa Motum in Circulo ut demonstremus Propositionem N. 621. Sit distantia à Centro D & d; Tempora Periodica T, t; Vires Centrales

$$V, v: \text{ponamus } T^q, t^q :: D^c, d^c; \text{ ergo } \frac{D}{T^q}, \frac{d}{t^q} :: \frac{D}{D^c}, \frac{d}{d^c} :: \frac{1}{D^q}, \frac{1}{d^q}$$

\* 630. Sed  $V, v :: \frac{D}{T^q}, \frac{d}{t^q}$ ; ergo  $V, v :: \frac{1}{D^q}, \frac{1}{d^q}$ . Q. D. E.

### S C H O L I U M IIL

#### De Motu in Ellipsi.

IN hoc, & sequentibus Scholiis, ponimus agi de Vi, quæ in Corpora mota, ut in quiescentia, agit.

656.

TAB.

XXIV.

Fig. 6.

\* *La Hire*  
sect. con. lib.  
2. prop. 10.

\* 645.

Sit Ellipsis DAE; Centrum C; moveatur Corpus in Ellipsi, in quâ retinetur Vi, quæ ad hujus Centrum dirigitur; Vis hæc determinanda est.

Detur Corpus in A, & sit AI Tangens ad Ellipsin: AB diameter; ED diameter ipsi conjugata, tangenti parallela\*; AL Arcus momento exiguo constanti descriptus; IL, parallela AC, Spatium, eodem momento, Vi Centrali percursum, quod Spatium ipsius Vis Centralis rationem sequitur\*.

Ducantur LG parallela IA, & LH ad AC perpendicularis; ut & AF ad ED normalis; ducatur quoque CL.

\* 29. El. I. Triangula Rectangula LHG, AFC, sunt similia propter Angulos æquales LGH, ACF\*. Ergo LH, LG :: AF, AC; & LH × AC = LG × AF.

Constans autem est quantitas LH × AC; est enim duplum Areae Trianguli ALC\*, quæ momento constanti, quo AL describitur, proportionalis est\*.

\* 585. 647.  
\* *La Hire*  
sect. con. lib.  
5. prop. 21.

In Ellipsi etiam est constans quantitas ED × AF\*; Ergo ED × AF, est ad LH × AC, aut LG × AF, id est, ED ad LG, semper in eadem ratione, ubicunque Punctum ut A in Ellipsi sumatur; constans idcirco etiam est ratio inter ED<sup>q</sup> & LG<sup>q</sup>. In Ellipsi autem ED<sup>q</sup>, LG<sup>q</sup> :: AB<sup>q</sup>, AG × GB\*, aut LI × AB, propter æquales AG & LI, & differentiam infinitè exiguam inter GB & AB; constans idcirco etiam est ratio inter AB<sup>q</sup> & LI × AB, id est, inter AB & LI: augetur idèò & minuitur LI, id est Vis Centralis, in eadem ratione in quâ augetur & minuitur AB, aut ipsius dimidium AC, quod æquale est Distantiæ Corporis à Centro; ut notavimus in N<sup>o</sup>. 633.

\* *ibid.* lib.  
3. prop. 3.

657. Si verò, dum Corpus in Ellipsi movetur, Vis ad Focum dirigatur, hæc recedendo

dendo à Centro Virium decrefcit in ratione inverfâ quadrati diftantiz, ut habetur in N°. 626. cujus Propositionis hic dabimus Demonftrationem.

Sit DAB femi Ellipfis; BD Axis; C Centrum; F Focus, ad quem Vis dirigitur; AI Tangens ad Ellipfin in Puncto quocunque A; AL arcus infinitè exiguus.

TAB.  
XXIV.  
Fig. 7.

Ductis AC, AF; fint LG & CE parallele Tangenti AI; LI parallela AC; & Li æquidiftans AF; erunt æquales LI & AG, ut & Li & Ag\*. AE autem erit æqualis CD femi-axi majori; ductis enim Af ad Focum alium & fM etiam ad AI parallelâ, erunt anguli AMf, AfM æquales\*, & latera AM, Af, æqualia\*, funt etiam æqualia EM, EF\* propter æquales CF, Cf\*: Ergo EM + MA id est EA valet FE + Af, & est EA dimidium fummarum Linearum FA, Af, quæ fimul funt æquales funt axi BD\*.

\* 34. El. I.  
\* La Hire  
feft. con. lib.  
8. prop. 8.  
\* 5. El. I.  
\* 2. El. VI.  
\* 625.  
\* 625.

Ducantur ulterius LH ad AC normalis, & Lb cum AF angulos efficiens rectos; junganturque Puncta H, b.

Propter angulos rectos AbL, LHA, puncta H, b, funt in circumferentiâ Semi-circuli cujus diameter est AL\*; idcirco anguli bLH, bAH, funt in eodem segmento, & ideo æquales\*: funt etiam in eodem segmento, & æquales, anguli LHb & Lab; hic autem quia AL est infinitè exigua cum angulo IAb coincidit, & angulo AEC æqualis est\*; quare fimilia funt Triangula LbH, AEC; & Lb, LH::AC, AE aut CD.

\* 31. El. III.  
\* 21. El. III.  
\* 29. El. I.

Etiam, propter Triangula fimilia AgG, AEC, AG est ad Ag, aut LI ad Li, ut AC ad AE, aut CD.

Hifce pofitis concipiamus duo Corpora Ellipfin hanc percurrentia, eodem tempore, quorum unum retineatur Vi, quæ ad Centrum Ellipseos C dirigitur, alterum Vi ad Focorum alterum F tendente.

Dum Corpora ambo Arcum exiguum percurrunt AL, primum Vi Centrali movetur per IL, fecundum Vi Centrali percurrit iL, tempora autem, quibus Corpora has lineolas percurrunt, funt inter fe ut areæ LAC, LAF\*, ponimus enim integram Ellipfin æqualibus temporibus à fingulis Corporibus percurri; ideoque, in utroque cafu, idem Tempus Periodicum per integram Aream repræfentari. Areæ verò illæ funt inter fe ut harum dupla AC x LH, AF x Lb; hæc autem producta; quia LH, Lb::CD, AC, funt ut AC x CD ad AF x AC, id est, ut CD, ad AF.

\* 585. 641.

Spatia IL, iL, Viribus Centralibus percurfa, quæ ut vidimus funt ut AC ad CD, funt etiam in ratione compofitâ Virium, & quadratorum Temporum\*, aut linearum CD, AF.

\* 647.  
\* 656.

Vis per AC huic Lineæ proportionalis est, ut demonftravimus\*, & hac ipfâ Lineâ designari poteft; Vim per AF dicimus V: ergo AC, CD::AC x CD<sup>2</sup>, V x AF<sup>2</sup>. Unde deducimus  $V = \frac{CD^2}{AF^2}$ ; patet igitur propter constantem CD<sup>2</sup>, mutato Puncto A, Vim V mutari in ratione inverfâ quadrati Diftantiz AF. Q. D. E.

Circa Motum in Ellipfi ulterius in N°. 627. duo notavimus, quæ nunc demonftrabimus.

648. Sit semi-Ellipsis BAD; Axis major BD; semi-Axis minor CA; F Focus, TAB. Centrum Virium. Centro F, & radio FA circulus describatur AP; demonstrandum Tempus Periodicum in Circulo æquale esse Tempori Periodico in Ellipsi; Radius enim FA æqualis est semi-Axi majori Ellipseos, ut ex hujus Fig. 8. descriptione sequitur \*.

Dentur duo Corpora in A, quorum unum in Circulo, alterum in Ellipsi moveatur, sintque AL, AM Arcus minimi, eodem tempore, descripti; Spatia Vi Centrali percurſa erunt æqualia; quia ambo Corpora ad eandem distantiam AF à Centro dantur: Spatia autem hæc sunt iL, NM, positis Ai ad Ellipsin, & AN ad Circulum, tangentibus; ut & NM, & iL, ad AF parallelis. Sint etiam IL ad AC, OM ad NA, GL ad AI parallelæ, & ducantur LC, LF, MF.

\* 31. Fl. III. In circulo OM<sup>9</sup> æquale est 2MN × AF\*; nam AF & OF pro æqualibus habentur, & AO, MN, sunt æquales.

\* La Hire sect. con. lib. 3. prop. 3. In Ellipsi AC<sup>9</sup>, BC<sup>9</sup> aut AF<sup>9</sup> :: 2IL × AC, GL<sup>9</sup> \* =  $\frac{2IL \times AF^9}{AC}$  sunt enim æquales AG, IL, & AC, GC tantum quantitate infinitè exiguâ differunt.

Triangula iL, ACF, sunt similia, quia latera sunt respectivè parallela; idè FA, AC :: iL, aut MN, IL =  $\frac{MN \times AC}{FA}$ .

Substituendo pro IL valorem in hac æquatione GL<sup>9</sup> =  $\frac{2IL \times AF^9}{AC}$ , habemus GL<sup>9</sup> = 2MN × AF; cui quantitati etiam æquale est OM<sup>9</sup>: sunt ergo æquales GL & OM, unde patet in Ellipsi Corpus in extremitate Axeos minoris eadem Velocitate moveri, quâ aliud fertur in Circulo cujus diameter æqualis est Axi Ellipseos majori, si eadem Vi Centrali, quæ ad focum Ellipseos dirigitur, ambo in Curvis retineantur, & hæc est prima pars N<sup>o</sup> 627.

649. Quia Curva in A parallela est ipsi Axi BD, sunt æqualia Triangula CAL, \* 37. El. I. FAL\*; Triangula rectangula CAL, FAM, quorum bases sunt æquales, sunt inter se ut altitudines AC, AF aut CD; In hac eadem ratione sunt inter se Area Ellipseos, & Circuli. Idcirco alternando Area Trianguli CAL, aut FAL, ad Arcam Ellipseos, ut Area Trianguli FAM ad Arcam Circuli: ergo Tempus in quo Corpus movetur per AL ad Tempus Periodicum in Ellipsi, ut Tempus in quo percurritur AM ad Tempus Periodicum in Circulo\*; antecedentia sunt æqualia, idè & consequentia. Quod ultimum demonstrandum erat.

SCHO-

S C H O L I U M IV.

*De Motu in Orbitâ agitâ.*

**D**etur Curva quæcunque à Corpore Vi Centrali descripta, AF; Centrum Virium C. Dividatur Curva hæc ductis Radiis ex Centro C, CA, CB, CD &c. Angulos æquales infinitè exiguos inter se continentibus. 660. TAB. XXIV. Fig. 9.

Concipiamus singulos Angulos servatâ Radiorum longitudine æqualiter augeri aut minui, novamque Curvam dari *af* per Radiorum extrema transcurrentem.

Triangula ACB, *acb* propter Bases æquales CA, *ca*, sunt inter se ut altitudines \*, quæ sunt ut Anguli ACB, *acb*; singuli autem Anguli in unâ Curvâ sunt ad respondentes in aliâ, in eâdem ratione; in singulis enim Curvis sunt omnes æquales inter se; idèò Triangula quæcunque respondentia ut ACB, *acb*; BCD, *bcd*; sunt in eâdem ratione, & summæ quæcunque Triangulorum respondentium etiam in eâdem ratione\*; idcirco Triangula hæc mixta sunt proportionalia ACE, *ace*::ECF, *ecf*; & alternando ACE, ECF::*ace*, *ecf*. \* 1. El. VI. \* 12. El. V.

Ponamus nunc Corpus in Curvâ *af* moveri, dum Corpus quod Vi Centrali ad C tendenti Curvam AF percurrit; concipiamus ulterius, dum Corpus unum percurrit AB, alterum per *ab* transferri, dum primum ad D pertingit, alterum dari in *d*, & sic ulterius; eodem Tempore ergo percurruntur AE, *ae*, & Tempore etiam eodem percurruntur EF & *ef*; idcirco Tempora quibus AE, EF percurruntur, sunt ut illa quibus per *ae*, *ef*, Corpus movetur. Tempora autem illa sunt ut Areæ ACE, ECF\*; quæ sunt ut Areæ *ace*, *ecf*; in quâ ergo ratione sunt Tempora quibus per *ae*, & *ef*, Corpus transfertur; quæ eadem Demonstratio cum locum habeat, sumtis Arcubus quibuscunque; sequitur, Corpus, in Curvâ *af* translatum, describere Areas, lineis ad Centrum *c* ductis, Temporibus proportionales, & retineri in Curvâ Vi Centrali ad *c* tendenti \*. \* 185. 541. TAB. XXIV. Fig. 10.

Concipiamus nunc Curvam AC circa Centrum C moveri ita, ut motus angularis Curvæ sequatur proportionem motus angularis Corporis, in hac Curvâ agitati: dum Corpus in Curvâ ab A ad F movetur, ipsius motus angularis est ACF; ponamus Curvam interea transferri motu angulari, Lineamque *aC* ad situm AC pervenisse, Angulosque ACF, AC*a* dum augmentur eandem semper inter se rationem habere; quare erunt etiam in ratione constanti Anguli *aCF*, ACF\*.

Si nunc hæc ratio illa sit, quæ in Figurâ præcedenti (9.) datur inter Angulos *aef*, ACF; & moveatur Corpus, retineaturque Vi Centrali in Curvâ quiescente AEF, aliudque Corpus eodem modo percurrat Curvam similem, & æqualem, ut dictum agitatum, hoc ultimum, ut faciliè patet, reverà movebitur in Curvâ *aef* quiescente.

Hinc deducimus, Corpus omne, quod Vi Centrali Curvam quancunque describit, eandem Curvam, circa Centrum Virium mobilem, Vi aliâ Centrali describere posse. 661.

De differentiâ inter Vires has Centrales nunc agendum.

662. Sint A, B, D, tria, parum admodum à se invicem distantia, Puncta:  
 TAB. Curvæ cujuscunque, a Corpore, Vi Centrali ad C tendenti, percurſæ;  
 XXIV. detur GBH tangens ad Curvam in Puncto B; ſintque GD, HA, ad BC  
 Fig. 11. parallelæ: ponamus GB, BH æquales inter ſe, ideoque AB, BD æquali-  
 bus Temporibus percurri.

Propter diſtantiâ inter Puncta A, B, D, infinitè exiguam, Vis Centra-  
 lis, in Motu per hæc Puncta, non mutatur; ideo Temporibus æqualibus,  
 quibus AB, BD percurruntur, æqualiter Vi Centrali à rectâ deſleſtitur  
 Corpus, id eſt, hujus via æqualiter incurvatur, ex quâ æquali deſleſtione  
 ſequitur æquales eſſe inter ſe HA, GD.

Angulus quem Curva quæcunque cum tangenti efficit eſt infinitè exi-  
 guus; ideoque HA & DG ſunt infinitè exigui reſpectu HB, BG; quare  
 cum hæ ſint æquales, & infinitè exigui, ſunt æquales Anguli BCA, BCD.

- Sint ulterius Anguli ACA, DCD, æquales inter ſe; & Centro C de-  
 ſcripti Arcus Circulorum Aa, Dd. Evidentiſſimè patet Puncta a, B, d,  
 eſſe Puncta Curvæ in quâ Corpus movetur, ſi in Curvâ ABD mobili ſera-  
 tur, poſito Motu angulari Curvæ ad Motum angularem Corporis, ut An-  
 gulus ACA ad Angulum ACB\*; & in hoc Motu Corpus ab a ad B fertur  
 \*660. eodem Tempore, in quo in Curvâ quieſcente ab A ad B pergit.

Ponamus FBI, in Puncto B, tangere Curvam abd, & ad BC paral-  
 las dari Ia, Fd; quia æqualibus Temporibus percurruntur aB, Bd, ſunt  
 æquales IB, BF, quæ iſdem Temporibus ſublata Vi Centrali poſſent per-  
 curri; ſuntque etiam æquales Fd, Ia; quod eadem Demonſtratione evin-  
 citur quâ probavimus æquales HA, GD.

Jungantur F, G ut & H, I; & ducantur DE parallela FG, & AL  
 parallela HI; producatuſ ED ad O ſecans BC in N.

- Propter æquales BH, BG, & BI; BF, ut & æquales angulos HBI,  
 \* 4. El. I. FBG, ſunt æquiangula & congrua Triangula FBG, BHI\*, quare ſunt  
 \* 17. El. I. æquales FG, HI quæ etiam parallelæ ſunt\*: quare etiam æquales & pa-  
 \* 30. 34. rallelæ AL, ED, ut & FE, GD, HA, IL\*; Sunt quoque æquales La,  
 El. I. Ed, cum ſint quantitatum reſpective æqualium differentiæ: Aa & Dd, An-  
 \* 8. El. I. gulorum æqualium menſuræ, in Circulis, quorum radii infinitè parum diffe-  
 \* 29. El. I. rent; ſunt etiam æquales; iſcò æquiangula ſunt Triangula ALa, DEd\*,  
 & æquales Anguli ALa, DEd; hic autem æqualis eſt Angulo ONC, &  
 ille Angulo DNC\*; propter crura parallela; quare ſunt æquales & recti  
 Anguli ONC, DNC.

663. Eo Tempore quo, Vi Centrali, in Curvâ mobili percurritur Fd, in  
 Curvâ quieſcente, Vi Centrali, percurritur GD, quæ æqualis eſt FE;  
 ideo Spatium differentiâ Virium, eodem Tempore percurſum, eſt Ed.  
 Punctum autem E in hac Figurâ determinatur ductâ per D perpendiculari  
 ad BC.

664. Hæc poſitis, ſit Centrum Virium C, & moveatur Corpus in Curvâ AEG,  
 TAB. ita circa Centrum C agitata, ut motus angularis Curvæ ſe habeat ad motum  
 XXIV. angularem Corporis in Curvâ, circa idem Centrum C, ut Angulus ACA ad  
 Fig. 12. Angulum ACE. Sit EG continuatio Curvæ AE; Centro C radio CG deſcri-



describatur Arcus FGg; distisque EC, GC, fiat Angulus GCF ad ECG, ut angulus ACA ad ACE. Dum Corpus percurrit EG in Curvâ AE, motu Curvæ, Punctum G ad F transfertur, & Corpus percurrit EF, tempore quo potuisset percurrere EG, in Curvâ quiescente. Per G ad EC ducatur perpendicularis GH, quæ utrimque continuata secat EC in H, & CF, continuatam, in f; & erit ff spatium differentiâ Virium percursum, positis Angulis FCG & GCE infinite exiguis \*.

\* 663.

Si, sumpto Puncto E alio quocunque, EG & EF ita determinentur, ut æquali tempore describantur, ubicunque detur Punctum E; id est, si areæ EGC, EFC, determinatam habeant magnitudinem \*, lineola ff differentie Virium proportionalis erit \*.

\* 585. 641.

\* 645.

Area EGC dicatur N; & M area EFC; positis N & M quantitibus determinatis. Habemus  $EC \propto GH = 2N$  &  $EC \propto fH = 2M$ ; unde deducimus  $GH = \frac{2N}{EC}$  &  $fH = \frac{2M}{EC}$ ; ut &  $fH + GH$ , id est  $fg = \frac{2M + 2N}{EC}$ , &

$fH - GH$ , id est  $fG$ ,  $= \frac{2M - 2N}{EC}$ . Ex proprietate Circuli est  $fG \propto fg = fF \propto fI$  sumtis FC & CI æqualibus \*.

\* 36. El. III.

Æquatio hæc, substituendo pro  $fG$  &  $fg$  valores, mutatur in hanc  $\frac{4M^2 - 4N^2}{EC^2} = fF \propto fI$ ; sed, propter  $fF$  infinitè exiguam,  $fI$  valet  $2FC$ , & quia infinitè parum differunt CF, EC, una pro aliâ usurpari potest: ergo iterum mutatur æquatio in hanc  $\frac{4M^2 - 4N^2}{CF^2} = 2fF \propto CF$ : idcirco

$fF = \frac{2M^2 - 2N^2}{CF^2}$ . Numerator hujus fractionis est constans quantitas; sequitur ergo  $fF$ , quæ exprimit differentiam Virium, rationem inversam denominatoris, nempe, cubi Distantiæ à Centro.

Vis hæc est excessus quâ Vis Centralis in Curvâ mobili superat Vim in Curvâ quiescente, & motus Curvæ cum motu Corporis conspirat.

Quando Punctum f cadit inter G & H, eadem Demonstratio locum habet, sed Vis Centralis in Curvâ quiescente excedit aliam, & Curvæ Motus in contrariam partem dirigitur. Si autem Punctum f inter H & g, aut ultra g cadat, agitur de Motu Corporis in contrariam partem ex E ad A.

Ex hisce omnibus deducimus. Si Corpus, Vi Centrali quâcunque, Curvam describat, hoc, superadditâ, aut detractâ, Vi, quæ sequatur rationem inversam cubi Distantiæ, eandem Curvam, circa Centrum Virium mobilem, describere.

Si Vis superaddatur, Motus Curvæ cum Motu Corporis ad eandem partem tendunt.

In contrarias partes diriguntur, si Vis detrahatur.

667.



## S C H O L I U M V.

## De Motu in Ellipsi agitatâ.

668. **C**orpus in Ellipsi retinetur Vi Centrali, ad Focum tendente, & juxta  
 \* 626. 657. rationem inversam quadrati Distantiæ decrescente \*; si superaddatur  
 Vis, quæ decrescat in ratione inversâ Cubi Distantiæ, eandem Corpus  
 describet Ellipsim, sed ita translatam, ut eandem partem versûs motus hu-  
 \* 665, 666. jus cum motu Corporis dirigatur \*. Vis ultima magis decrescit, auctâ Di-  
 stantiâ, quàm prima; idcirco summa Virium, celerius decrescit quàm juxta  
 rationem inversam quadrati Distantiæ, unde constat Propositio N. 631.
669. Simili Demonstratione constat N. 632.; nam si ex Vi, quæ sequitur  
 rationem inversam quadrati Distantiæ, tollatur Vis, quæ sequatur ratio-  
 nem inversam Cubi Distantiæ, id est, primâ celerius decrescens, quæ su-  
 perest lentius quàm juxta rationem inversam quadrati Distantiæ, auctâ hac,  
 minuitur.
670. In N. 630, 631, 632, egimus de Viribus, juxta rationem, à ratione  
 duplicatâ inversâ Distantiæ parum aberrantem, decrescenibus, aut de Cur-  
 vis Circulis finitimis; quia in hisce casibus in Propositionibus error sensi-  
 bilis non datur, quamvis Vires sequantur rationem alius potestatis Distan-  
 tiæ; in quo casu, Mathematicè loquendo, Curva non est Ellipsis, mota  
 juxta Leges explicatas; ad quod requiritur Vis, quæ est summa, aut diffe-  
 \* 626. 657. rentia, Virium, quarum una sequitur rationem inversam duplicatam \*, alia  
 \* 665. inversam triplicatam, Distantiæ \*.
671. Ut autem ex dato motu angulari Ellipseos Vim addendam, aut detra-  
 hendam, & vice versâ, ex datâ hac, motum Curvæ determinemus, sit A  
 TAB. extremitas Axeos majoris; F Focus, Centrum Virium; aA portio Circuli  
 XXIV. Centro F, radio FA, descripti; AL Ellipseos portio.  
 Fig. 13.
- Ponamus dum Corpus in Ellipsi fertur per AL, ipsam Curvam Motu  
 angulari aFA transferri; Angulosque aFL, AFL esse inter se ut M ad N.  
 Ponimus etiam Angulos hos esse infinitè exiguos.
- In a & A, ad Circulum aA, ducantur Tangentes ai, EAI, sibi mutuo  
 occurrentes in E, & quarum ultima etiam Ellipsin tangit in A; ducantur  
 etiam AB, LI, ad aF parallelæ, ultima propter infinitè exiguos Arcus aA,  
 AL, pro parallelâ haberi potest ipsi AF; tandem sint AC ad aB, & LG  
 ad AI, parallelæ.
- \* 36. El. III. Sunt æquales Ea, EA \*, idcircoque aE & EB, quæ EA æqualis est. Propter  
 Triangula similia EBA, Eei, est EB aut  $\frac{1}{2}$  aB, Ei aut  $ai - \frac{1}{2}$  aB :: BA,  
 iI; aB autem se habet ad ai, ut Angulus aFA ad aFL, id est, ut M - N  
 ad M: ergo BA, iI ::  $\frac{1}{2}$  M -  $\frac{1}{2}$  N,  $\frac{1}{2}$  M +  $\frac{1}{2}$  N :: M - N, M + N.
- \* 31. El. III. Ex Circuli proprietate aC aut BA, aA aut aB, & Diameter, sunt in  
 2. 4. El. VI. continuâ proportionem \*; ergo  $BA = \frac{aB^2}{2AF}$ . Ellipsis, in extremitate Axeos  
 \* La Hire  
 sist. cen. lib.  
 7. cor. prop.  
 E. majoris, coincidit cum Circulo, cujus diameter est Axeos parameter \*; idcirco,  
 si

Si hæc dicatur  $2R$ , erit  $IL = \frac{AI^q}{2R} = \frac{BI^q}{2R}$ : sed  $\frac{AB^q}{2AF}$  se habet ad  $\frac{BI^q}{2R}$ , ut  $\frac{M - N^q}{AF}$  ad  $\frac{N^q}{R}$ ; idcirco  $IL, AB :: \frac{N^q}{R}, \frac{M - N^q}{AF}$ .

Sed ut vidimus  $AB, II :: M - N, M + N$ ; ergo ex compositione rationis  $IL, II :: \frac{N^q \times M - N}{R}, \frac{M - N^q \times M + N}{AF} = \frac{M^q - N^q \times M - N}{AF} :: \frac{N^q}{R}, \frac{M^q - N^q}{AF}$ .

Eodem Tempore percurruntur  $IL$  &  $II$ ; prima, Vi quâ Corpus retinetur in Ellipsi quiescente; secunda, differentiâ Vis hujus cum Vi quâ Corpus in Ellipsi mobili retinetur: ergo Vis in Ellipsi ad differentiam hanc, ut  $\frac{N^q}{R}$  ad  $\frac{M^q - N^q}{AF}$  \*.

\* 645.

Dicatur  $\frac{N^q}{AF^q}$  Vis, quâ Corpus in Ellipsi retinetur in Puncto  $A$ , & fiat  $\frac{N^q}{R}, \frac{M^q - N^q}{AF} :: \frac{N^q}{AF^q}, \frac{RMM - RNN}{AF^c}$ , ad differentiam Virium  $\frac{RMM - RNN}{AF^c}$ , in extremitate Axos Majoris.

Si agatur de Distantiâ aliâ quâcunque, quæ dicatur  $D$ , Vis, quâ Corpus retinetur in Ellipsi, hac analogiâ detegitur \*,  $\frac{I}{AF^q}, \frac{I}{D^q} :: \frac{N^q}{AF^q}$  ad \* 626. 657.

Vim quæsitam  $\frac{NN}{DD}$ .

Differentia Virium detegitur hac Regulâ \*,  $\frac{I}{AF^c}, \frac{I}{D^c} :: \frac{RMM - RNN}{AF^c}$  \* 665. ad differentiam quæsitam  $\frac{RMM - RNN}{D^c}$ .

Idcirco Vis integra quâ Corpus in Ellipsi mobili retinetur sequitur proportionem  $\frac{NN}{D^q} + \frac{RMM - RNN}{D^c}$ , quando Corpus & Ellipsis ad eandem partem tendunt. 672.

Si Motus hi fuerint contrarii, Vis proportionalis est  $\frac{NN}{D^q} - \frac{RMM - RNN}{D^c}$ . 673.

## S C H O L I U M VI.

*De Computatione Motuum Apfidum in Curvis parum cum Circulo  
differentibus.*

674. **A**psides dicuntur extremitates Axeos majoris Ellipseos, in qua movetur Corpus, quod Vi ad Focum tendente retinetur. Agitur hic de motus Apfidum determinatione, id est de motu angulari Ellipseos, positâ Vi, quâcumque diversâ ab eâ, de qua in præcedenti Scholio egimus; in quo casu motus ad Ellipsin mobilem referri non poterit, nisi agatur de Curvâ à Circulo parum differente\*.
- \* 675. Lemma autem præmittendum est. Quadratum hujus quantitatis  $a-b$  est  $aa-2ab+bb$ ; ut Cubus formetur singulæ quantitates hujus quadrati per  $a-b$  multiplicari debent, productum duarum primarum per has est  $a^3-3a^2b+2abb$  & in reliquâ parte producti adscendit  $b$  ad majorem quàm ad primam Potestatem.
- Ut ex Cubo formetur quarta Potestas, singulæ Cubi quantitates per  $a-b$  multiplicari debeat; multiplicatis duabus primis, habemus  $a^4-4a^3b+3a^2bb$ , & in reliquis omnibus quantitatibus Potestatis elevatur  $b$  ultra primam Potestatem.
676. Sic continuando clarè patet: Si agatur de Potestate quantitatis  $a-b$ , cujus index sit  $n$ , primos terminos esse  $a^n-na^{n-1}b$ , & in reliquis omnibus elevari  $b$  ad Potestatem majorem.
677. Positis nunc quæ in Scholio præcedenti sunt demonstrata; dicatur  $H$  distantia omnium maxima  $AF$ ; &  $X$  differentiâ indeterminatâ inter  $H$  &  $D$ . Reducendo duas fractiones  $\frac{NN}{D^3} + \frac{RMM-RNN}{D^3}$  ad unicam habemus  $\frac{DNN+RMM-RNN}{D^3}$ ; substituendo in Numeratore pro  $D$  valorem  $H-X$ .
- Vis in Ellipsi mobili proportionalis est  $\frac{RMM-RNN+HNN-NNX}{D^3}$ .
- Detur nunc Vis quâcumque, quam, ut solutio magis universalis sit, concipimus formari ex duabus Viribus junctis (si plures essent, eodem modo procedendum foret), quæ habeant inter se rationem quâcumque, quæ datur inter  $a$  &  $b$ ; & quæ separatim sequantur rationem cujuscumque Potestatis distantia. Sit prima ut Potestas  $m-3$ . secunda ut Potestas  $n-3$ ;
- Vis ergo proposita est ut  $\frac{aD^m+bD^n}{D^3} = \frac{a \times H-X^m+b \times H-X^n}{D^3}$ .
- \* 678. Pro  $H-X^m$  ponimus  $H^m-mH^{m-1}X+$  &c. \* in reliquis terminis ultra primam Potestatem adscendit  $X$ ; ideò hi omnes exigui sunt respectu illorum qui hic ponuntur, quia  $X$  exigua est respectu  $H$ : ponimus enim Curvam cum Circulo parum differre.

Eodem

Eodem modo  $\frac{H - X^n}{D^c} = H^n - nH^{n-1}X$  & Vis integra est ut  
 $\frac{aH^m - amH^{m-1}X + bH^n - bnH^{n-1}X}{D^c}$ .

Si nunc Motus Corporis, quod hac Vi in Curvâ retinetur, referri debeat ad 678.  
 Motum in Ellipsi mobili, Vis hæc analogâ ponenda est cum Vi quâ Corpus  
 in tali Ellipsi revera retinetur; Analogis enim Viribus, id est quæ constant  
 ex partibus respondentibus & proportionalibus, Curvæ similes describuntur.  
 Sunt ergo analogæ quantitates hæc  $\frac{RMM - RNN + HNN - NNX}{D^c}$  &  
 $\frac{aH^m - amH^{m-1}X + bH^n - bnH^{n-1}X}{D^c}$  id est propter communem Deno-  
 minatorem, sunt analogi Numeratores.

In Ellipsi à Circulo parum differenti, H cum semi-parametro R vix dif- 679.  
 fert, ut ex generatione Ellipseos \* & parametri definitione sequitur \*; ergo \* 625.  
 $-RNN + HNN$  sese mutuò destruunt & RMM fit HMM; Quantita-  
 tesque analogæ sunt HMM - NNX &  $aH^m - amH^{m-1}X + bH^n - bnH^{n-1}X$ ,  
 id est partes constantes sunt inter se ut indeterminatæ, quæ per X multipli-  
 cantur; ergo HMM, NNX ::  $aH^m + bH^n$ ,  $amH^{m-1}X + bnH^{n-1}X$ . Cum  
 autem Arithmetice computationes incundæ sint, ponimus distantiam maxi-  
 mam per unitatem exprimi, id est  $H = 1$ ; etiam consequentia dividimus  
 per X, quo proportio non turbatur: & habemus MM, NN ::  $a + b$ ,  
 $am + bn$ .

Ergo N, M, :: 1,  $\sqrt{\frac{a+b}{am+bn}}$ . 680.

Hæc universalis est Regula, quæ faciliè casibus peculiaribus applicatur.

Sit Vis, quæ sequatur rationem cujuscumque Potestatis Distantiæ, & sit Index 681.  
 $m-3$ ; Vis ergo est ut  $\frac{D^m}{D^c}$ , hanc expressionem ponimus æqualem generali

expressioni  $\frac{aD^m + bD^n}{D^c}$ , & patet a, & m, non dari, ergo = 0; b valet  
 unum, & n numerum quemcumque exprimit: mutatur ergo proportio hæc N,

M :: 1,  $\sqrt{\frac{a+b}{am+bn}}$  \*, in hæc N, M :: 1,  $\sqrt{\frac{1}{n}}$ , aut M, N :: 1,  $\sqrt{n}$ . \* 682.

Id est, Motus Angularis Corporis, in Ellipsi translata, se habet ad ipsius 683.  
 Motum Angularem, in eadem Ellipsi quiescente, ut unitas ad radicem quadratam  
 numeri, qui tribus excedit indicem Potestatis, cujus rationem Vis sequitur.

Ex dato igitur Motu Angulari Curvæ, Potestas quam sequitur Vis dete-  
 gitur; & vice versa, ex datâ Potestate detegitur Motus Curvæ Angularis.

Exemplum unicum dabo, quod usum suum habet in Astronomicis. Detur 683.  
 Corpus quod movetur in Ellipsi, quæ singulis revolutionibus tribus gradibus  
 progrediatur, id est, Motus Corporis in Curvâ translata est 363. grad. dum  
 in Orbe quiescente foret 360. grad.; M ergo ad N, ut 363. ad 360; aut ut

# 194. PHYSICES ELEMENTA &c.

121. ad 120; & MM ad NN, ut 14641. ad 14400: ergò  $n = \frac{14400}{14641}$ , & Potestas Distantiæ cujus proportionem sequitur Vis est  $\frac{14400}{14641} - 3 = -\frac{241}{14641}$ , quare vis est reciprocè ut  $D \frac{29121}{14641} = D_2 \frac{241}{14641} = D_2 \frac{1}{241}$  proximè.

684. Si progressus Apfidum, singulis revolutionibus, esset  $3^{\text{er}}. 2', 38''$ . Vis esset reciprocè ut  $D_2 \frac{7}{416}$ , proximè.

685. Et alium casum quoque proponam, qui etiã usum suum habebit in sequentibus. Detur Vis, quâ Corpus in Ellipsi quiescente retineatur, & quæ ad Focum tendat, id est, quæ sequatur rationem inversam quadrati Distantiæ \*, & subducta sit Vis, quæ sequatur rationem directam distantiæ; ex datis Viribus queritur Motus Apfidum, & vice versa.

\* 626. 657.

\* 677. Vis est ut  $\frac{1}{DD} - bD = \frac{D - bD^4}{D^5} = \frac{aD^m + bD^n}{D^5}$  \*: ergò  $a=1; b=-b, m=1;$

\* 680.  $n=4$ . Et  $N, M :: 1, \sqrt{\frac{1-b}{1-4b}}$  \*: unde  $b = \frac{MM - NN}{4MM - NN} = \frac{M + N \times M - N}{2M + N \times 2M - N}$ .

\* 631. 668. Motus Apfidum ad eandem partem, cum Motu Corporis, dirigitur \*, quia, auctâ distantia, crescit Vis quæ tollitur, quo diminutio in recessu à Centro, major est quàm pro ratione inversâ quadrati Distantiæ.

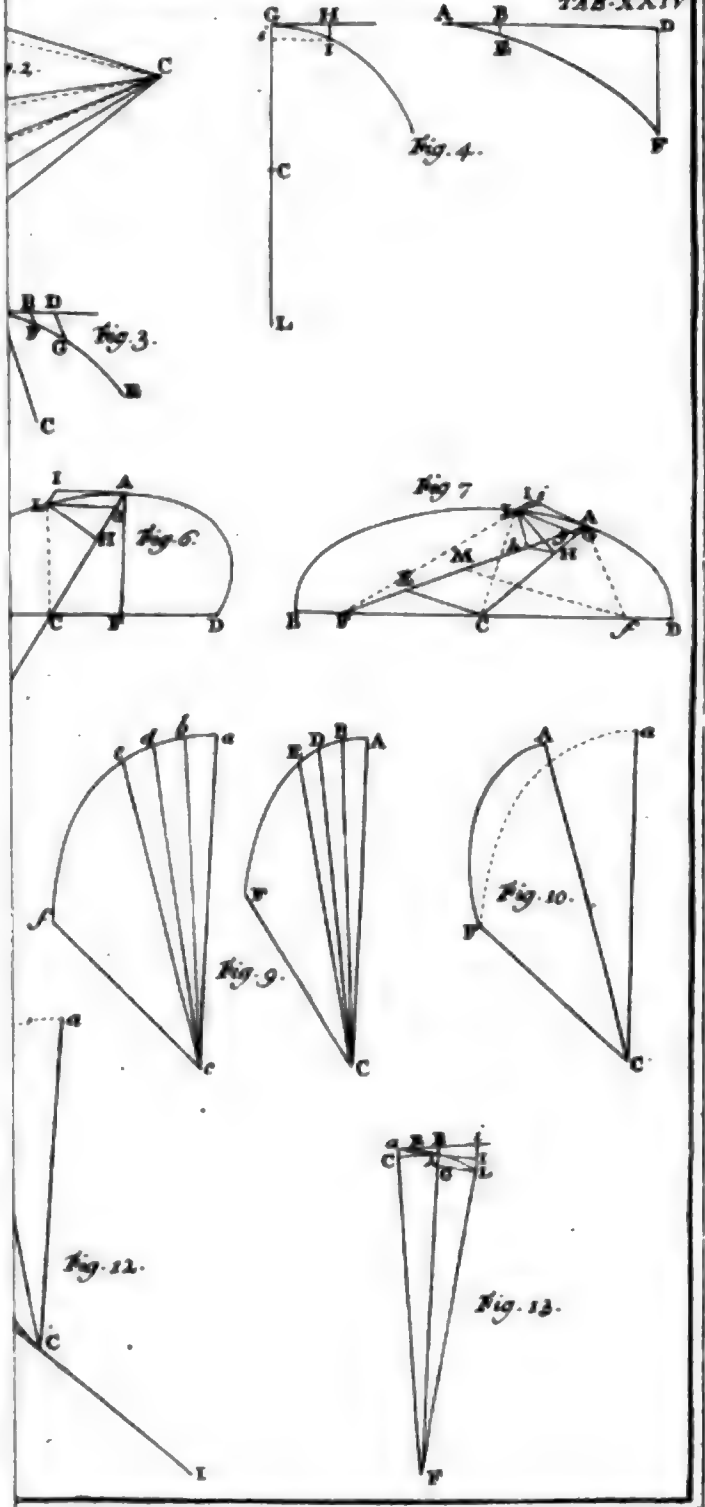
686. In Exemplo præcedenti, in quo  $M, N :: 121, 120, b = \frac{241 \times 1}{362 \times 122} = \frac{1}{183, 24}$ .

687. Si Progressus angularis Curvæ, singulis revolutionibus Corporis in Curvâ, esset  $3^{\text{er}}. 2'. 38''$ .  $b$  æqualis esset  $\frac{1}{180, 66}$  id est, Vis subducta talem partem valeret aliâ Vis, quæ Corpus in Ellipsi quiescente retineret.

FINIS LIBRI PRIMII.

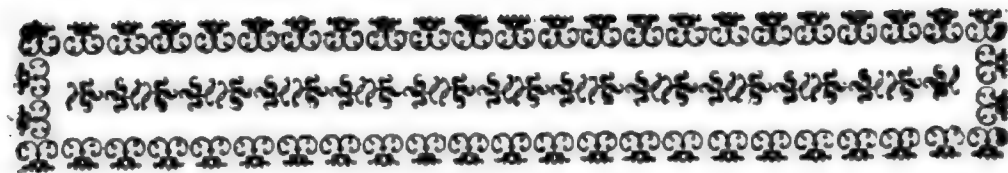


PHYSI-





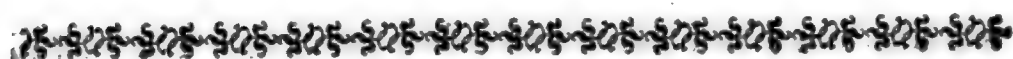




# PHYSICS

## ELEMENTA MATHEMATICA,

### EXPERIMENTIS CONFIRMATA.



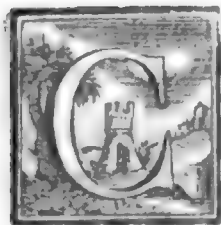
#### LIBER II.

Pars I. de Viribus infinitis.



#### CAPUT I.

*De Natura, Genesi, & Destructione, Virium in genere,  
harumque differentiis cum Pressionibus.*



Corpus quiescens Motui resistit, non quamdiu quiescit, sed dum Motum acquirit \* : Corpus, quod movetur, Accelerationi & Retardationi resistit; non quamdiu Velocitatem servat, sed quando hæc mutatur, sive aucta, sive imminuta, fuerit \*.

Universaliter ergo, Corpus, quod Velocitatem acquirit, 688. aut amittit, resistit; quæ Resistencia, in ultimo casu Actio vocatur.

Corpus enim quod Motum acquirit Inertiâ resistere, si Motum amittat, Vi insitâ agere, dicitur: sed hæc re-

689. lativè tantum differunt. *Acquirere Velocitatem, & Velocitatem amittere, saepe eandem mutationem in Motu exprimunt.*

690. Corpus quod habet decem gradus Velocitatis, & quatuor amittit, eandem Velocitatem acquirit in Nave, Velocitate decem, aut majori, mota ad eandem partem ad quam tendit Corpus; & illud, quod in Nave habetur pro Actione, qua Motus communicatur, si ad Navem non attendamus vocatur Effectus, quo idem ille Motus consumitur: id est Corporis, de quo agimus, Resistencia, dum Motus mutatur \*, habetur pro Effectu Inertiae ab eo, qui in Nave est, & ad hanc ipsam Motum refert, pro illo autem qui non attendendo ad Navem, Motum considerat, Corpus Vi suâ insitâ agit.

691. *Relativè ergò tantum differunt Inertia & Vis; & eadem*  
 \* 689. *Resistentia, ex mutato Motu oriunda\*, ad Inertiam, aut Vim, refertur, pro ut mutatio hac pro augmento, aut diminutione, Motus habetur.*

Posita hac relativa distinctione inter Inertiam & Vim, videmus Corpus quiescens non habere Vim; nam Motum amittere non potest, neque Vi sua agere; Inertia autem  
 692.  
 693. *resistere potest Corpus, sive quiescat, sive moveatur.*

694. *Vis ergò illud est, quo Corpus motum à quiescente distinguitur, & quo Corpus Facultatem acquirit agendi in*  
 695. *Obstaculum* Sed verba hæc relationes exprimunt, *moveri & quiescere, agere & resistere, relativè tantum differunt.*

Ex quibus sequitur, illa, quæ ad hanc materiam pertinent, duobus modis considerari posse, ad Virium Generationem, aut ad ipsarum Destructionem attendendo.

696. *Pressione Vim generari, ex ante dictis facile deducimus;*  
 697. *vidimus enim, hac Corpus ex loco moveri, si non con-*  
 \* 363. *traria Actione retineatur\*. Quacunque Celeritate Corpus*  
 cedit,

cedit, hanc in perpetuum servabit, quamdiu causâ extraneâ non destruitur \*. Si continetur Pressio in Corpus, *augetur Celeritas* jam acquisita, illudque *quamdiu Corpus premitur*. \* 355.

Nulla unquam datur Pressio sine Reactione ipsi Pressioni æquali \*; ubi non contrariâ Pressione destruitur, \* 361. sed Obstaculum movet, Pressio, Vimque generat, Obstaculi Inertiæ, ut vidimus, Resistentia, aut Reactio, tribuenda est \*. \* 364.

*Pro parte sepe contrariâ Pressione destruitur Pressio, quod 698. superest in hoc casu movet Obstaculum, & vim generat*; sic Navis quæ fane trahitur, ab aquâ patitur Resistentiam: quamdiu hæc minor est Pressione illâ, quâ funis trahitur, augetur Navis Celeritas, & Reactio, quæ Actioni æqualis est, cum utramque partem versùs funis æqualiter distendatur, pro parte Inertiæ Navis tribuenda est. Ubi, auctâ Celeritate, eò usque Resistentia aquæ crevit, ut sola Actionem destruat, quâ Navis protrahitur, Motu æquabili, Vi insitâ, progreditur hæc; duabus Pressionibus, in hanc agentibus, sese mutuò destruuntibus; ut de Curru antea observavimus \*. \* 364.

*In omni casu in quo Pressione Obstaculum movetur, aut 699. hujus Motus augetur*, non contrariâ Pressione in totum destruitur Pressio, quare *Vis generatur*.

Pressio, in instanti infinitè exiguo, Velocitatem, ideòque Vim, infinitè exiguam Corpori tantum communicare potest; *Vis* ergò est Effectus Pressionis, quæ per 700. tempus finitum in Corpus egit, & valet Actionem Pressionis, quæ ipsam communicavit; Effectus enim integræ Causæ respondet: idcirco Vi æqualis est Actioni integræ, quam exerit Pressio, dum per tempus finitum agit. Pres-

sio verò ipsa singulis momentis, infinitè exiguis, destruitur; & quando de ejus magnitudine agitur, Actio, quam in tali instanti præstat, considerari tantum debet; hæc enim distincta est ab Actione Pressionis, quæ momento præcedenti egit, aut in sequenti aget. Unde sequitur

701. *Vim Pressionem superare, quantum tempus finitum momentum infinitè exiguum excedit.*

702. *Ergò Pressio omnis respectu Vis insitæ est infinitè exigua.*

703. *Idcirco Vis minima maximam potest superare Pressionem.*

704. *Qui conati sunt Experimentis Pressionem cum Vi insitâ conferre, effectum Pressionis considerarunt, in quo Corpus fuit contractum, aut Partes intropressæ, quod*  
 \* 699. *sine Motu locali, ideòque Genesi Vis insitæ\*, fieri non potuit; cujus Vis insitæ Effectus, cum Effectu alijs Vis fuit collatus.*

Cum quotidianis quoque Observationibus congruit, Ictum minimum majorem esse Pressione quacunque. Datur enim Pressio, quantumvis magna, si ipsi opponatur Obstaculum, quod, per tempus minimum, ab ipsâ superari non potest, in perpetuum non poterit. Ictus tamen quantumvis exiguus, sæpius repetitus, obstaculum omne destruere potest.

In his omnibus non agitur de Pressione infinitè magnâ, quæ tempore finito Vim generat infinitè magnam.

Quando Pressio Vim generat non in Acceleratione æquales gradus Velocitatis æquali Actione communicantur, ut enim æquales gradus Velocitatis Corporibus æqualibus, quorum unum quiescit, alterum movetur, æqualibus Actionibus, communicentur; requiritur ut illud, quod in Corpora agit, respectu utriusque eandem habeat relationem; id est, desideratur ut Causa movens, eandem Velocitate

re cum Corpore moto feratur, in quod tunc poterit  
agere ut in Corpus quiescens: *Actio* autem, *quâ Causa* 706.  
*movens transfertur, superaddenda est Actioni hujus ipsius,*  
*ut habeamus Actionem integram quâ Corpus movetur.*  
Utraque enim Actio ad Corpus movendum impenditur. 707.  
Hinc deducimus *difficilius Corpus accelerari quàm moveri,*  
*& eò majori difficultate, quò majorem jam habet Velocitatem.*

Ut Pressio auget Velocitatem, ideòque *Vim*, sic etiam 708.  
hanc *Pressione minui posse*, satis manifestum est; Vimque  
destruere Actionem contrariam, dum consumitur: quæ  
Resistentiæ destructio vocatur Effectus ipsius Vis, ut jam  
diximus \*. 690.

Corpus autem ipsum dum agit, nullam patitur Actio-  
nem, exceptâ Reactione ex Obstaculi Resistentiâ, quæ  
Reactio, cum Actioni æqualis sit \*, sequitur *Corpus pati* 709.  
*quantum agit; & Actionis Effectum in Obstaculum sequi* \* 361.  
*rationem ipsius Vis amisse*, diminutio enim ipsius Vis est  
Effectus Reactionis; unde deducimus, Vires integras  
proportionales esse Effectibus quibus consumuntur, quod  
etiam alia consideratione evidens est.

Nunquam Corpus, in instanti indivisibili, Motum ac- 710.  
quirit, aut amittit; fit hoc semper successivè: & ut Ac-  
tio integra, quâ Motus communicatur, valet summam  
omnium Actionum minimarum; quibus successivè agen-  
tibus Motus fuit communicatus \*; sic Actio integra ipsius \* 697. 700.  
Corporis valet summam Actionum minimarum, successi-  
varum, quibus Motum consumsit Corpus.

Quò major est Resistentia, quam certo momento pa- 711.  
titur Corpus, eò ipsius Actio in hoc ipso instanti major  
est. Ideo, si continuetur Resistentia, quò major hæc erit,  
eò citius integram Corpus amittet Vim; Effectus tamen  
diver-

diversus non erit; nam Vis quæ Resistentiâ destruitur, proportionem sequitur ipsius Resistentiæ, & Temporis per quod egit; id est Vis amissa sequitur rationem compositam Resistentiæ & Temporis; quam eandem rationem sequitur Actio Corporis, & Effectus quem edit.

712. Ita ut iterum pateat *Vim amissam Effectui, quem edit dum destruitur, proportionalem esse, sive breviori sive longiori Tempore destruatur*. Quod cum Experimentis convenire postea videbimus. Demonstravimus superius æqua-

\* 700. lem esse Actioni quâ communicatur\*; ex his autem patet etiam æqualem esse Vim Actioni quâ consumitur; Unde

713. deducimus, *eâdem Actione gradum quemcunque Velocitatis tolli, quâ communicari potest*. Æquali Actione quâ Corpori, quod novem habet gradus Velocitatis, decimus superadditur, si decem haberet, ad novem reduceretur.

714. Ex quibus sequitur *Corpus difficilius accelerari quàm retardari*. Si Corpus decem habeat gradus Velocitatis, fa-

\* 707. 713. cilius tollitur decimus quàm communicatur undecimus\*.

Ex his generalioribus de Viribus insitis harum Mensura deducenda erit; non autem quæ de Mensurâ Pressionum demonstrata sunt ad Vires immediatè referre debemus; toto Cœlo enim differunt hæc duo Pressio & Vis.

715. 1°. *Pressio in loco agere potest; Actio autem Vis insita est de loco in locum*: nisi enim Corpus sit in Motu, Vi insitâ agere non potest; etiam ut Inertiâ resistat, ex loco moveri debet.

716. 2°. *Intensitas Pressionis in punctum, cui immediatè applicatur, determinata est in singulis momentis, pendet hæc ab ipsâ Pressione. Intensitas Actionis Vis cujuscunque insitæ, non ab hujus magnitudine; sed ab Obstaculo*



*culo pendet*, quod in infinitum, manente Vi, variari potest \*.

3°. *Actio Pressionis* est indeterminata, *mutatur* pro circumstantiis\*, & ceteris paribus, sequitur rationem *Temporis* per quod egit. *Vis* autem *Corpori insita*, datis ipsius *Massâ* & *Velocitate*, determinata est, & determinatum tantum edere potest *Effectum*, qui breviori, aut longiori, præstatur tempore, pro majori, aut minori, quam patitur *Resistentiâ*\*.

4°. *Pressio nulla datur sine Resistentiâ \**; *si non agat*, 718.  
*non est Pressio. Insita autem Vis Corpori inheret, & quam-* \* 362.  
*diu Corpus, eâdem Velocitate, servatâ suâ Directione,*  
*in Motu perseverat, non agit Vi suâ, hancque integram*  
*servat.*

5°. *Pressio & Vis sunt inter se incommensurabiles; hæc* 719.  
*infinite magna est respectu illius \**. \* 702.

6°. Tandem *Pressio oppositam Pressionem immediate* 720. *destruit*; demonstrabimus verò in sequentibus, *Vim nunquam contrariam Vim immediate destruere posse.*

C A P U T II.

*De Mensurâ Virium ex harum Genesi.*

**P**ressione Vim generari vidimus, hancque esse æqua- 721.  
lem integræ Actioni, quâ communicata fuit\*; qua- \*700.  
re de integrâ hac Actione determinandâ nunc nobis a-  
gendum est.

Actionem Pressionis, cæteris paribus, sequi rationem  
Intensitatis suæ manifestum est \*. 722.  
\* 149.



723. *Actionem, datâ Pressionis Intensitate, sequi rationem Spatii percurſi, certo Tempore, à Puncto cui applicatur, quoque vidimus \**. Hoc fundamento nituntur omnia quæ de *Æquilibrio* demonstrata sunt; unius *Unciæ* Pondus sustinet integræ *Libræ* conatum; quando, datâ Punctorum quibus applicantur agitatione, illius *Spatium* percurſum decies & sexies superat *Spatium* quod integræ *Libra* eodem *Tempore* percurrit. *Spatium* autem, certo *Tempore* percurſum, sequitur rationem *Velocitatis puncti translati \**.
724. Tandem *Actionem* *Pressionis*, quæ per *Tempus* agit, hujus *Temporis* rationem sequi quoque clarum est.
725. Ergò *Actio integra Pressionis est, ut hujus Intensitas \**,  
 \* 722. *ut Velocitas Puncti cui applicatur, \**, & *ut Tempus per*  
 \* 723. *quod egit \**, id est, sequitur rationem compositam ex hisce tribus rationibus; estque ut productum quod habetur multiplicatis hisce tribus; & nihil præterea, in hac determinatione considerandum esse satis clarè patet.
- Si, durante *Actione*, *Potentia* *Intensitas*, aut *Puncti*  
 726. *Velocitas*, varientur, pro singulis momentis *Actio determinanda est, & summa omnium Actionum minimarum valebit Actionem integram*; cui *Vis* communicata æqualis erit \*; si nullum alium, præter generationem ipsius *Vis*, præstiterit Effectum.
- Spatium* percurſum sequitur rationem *Temporis* &  
 \* 727. *Velocitatis \**; Unde deducimus considerationem *Temporis* & *Velocitatis*, in indicatâ computatione, negligi posse, si modò attendamus ad *Spatium percurſum à Puncto quod premit*; & *Spatium hoc ductum, in Intensitatem Pressionis, exprimet Vim communicatam*.
728. Si *Punctum*, dum percurrit *Spatium determinatum* *AB*, certâ

certâ Vi premat, id est si *Intensitas Pressionis determinata sit, eandem præstabit Actionem, sive celerius, sive lentius, moveatur*; Tempus enim minuitur, quantum Velocitas augetur, & vice versâ; id est quantum Actio unius respectu minuitur, in tantum aliis respectu augetur\*; ideo *in hoc casu ad Tempus non attendimus.* \*723-724

TAB.  
XXV.  
Fig. 1.

Si Pressionis Intensitas varietur; sed in singulis punctis lineæ determinata sit; in singulis Spatiolis Actio quoque determinata erit; & summa Actionum minimarum quoque eadem erit, quocunque tempore linea à Puncto premente fuerit percursa. 729.

Casus hic extat, quando Lamina elastica, flexa, (quam in sequentibus *Elafterium* vocabimus) relaxatur. Tunc Punctum premens Spatium percurrit ut AB; & in variis relaxationibus, positâ singulis Vicibus eadem Elaſterii inflexione, eadem est Actio; quia singulis vicibus idem Spatium percurritur, & in puncto quocunque determinato, ut c, Viæ percurse, eadem est Pressionis Intensitas. in singulis relaxationibus. 730.

Ergò idem *Elaſterium, eodem modo flexum, dum relaxatur æqualem semper Vim Corpori communicat, sive lentius sive velocius relaxetur*, si Elaſterii inertia à Corporis inertia non separata sit; quod obtinet, si Elaſterium partem Corporis constituat. Hoc in Experimentis semper observabimus, & in omnibus Corporibus Elasticis locum habet. 731.

MACHINA,

*Quâ Experimenta instituantur de Pendulo, Actione Elaſterii, moto.*

Tabula ABC ex ligno crassiori, verticalis, insistit pedi DFE, interpositis Sustentaculis H, H. Ut Tabula hæc magis firma sit, ipsi, ad partem posticam, jun-

732.  
TAB.  
XXV.  
Fig. 2.

gitur Affer I verticalis, & ad A ferè pertingens: cohæret hic cum Afse L, triangulâri, rectangulo, cujus basis Regulæ F, ipsius pedis, applicata est.

733. Pes sustinetur tribus Rotulis, similibus illis quas superius \* indicavimus. Cochleis autem tribus ferreis, c, c, (tertia repræsentari non potuit) firmatur Machina, ipsam paululum elevando; & his situ disponitur, ut Tabula sit verticalis, & linea B-C horizontalis; quem situm indicat Perpendicularum T.

Ad exiguam tantum altitudinem supra Basin D F E elevatur Machina, ut magis firma sit.

734. Tabulam ipsam, circa superiorem partem, perpendiculariter trajicit Vectis ferreus quadratus M, qui, ad posticam Tabulæ partem, ita firmatur, ut omnino sit immobilis. Super hoc movetur Tubus, æneus, quadratus, qui quatuor cochleis firmatur.

735. Cum hoc Tubo duæ cohærent Laminæ, quæ sustinent Regulam ferream O Q, satis crassam, ut quando agitur motu tremulo non afficiatur; circa Axem, in superiori parte Regulæ hærentem, agitatio fit. Axis hic chalibeus est, benè politus, & perfectè firmatus; hujus extremitates conicæ sunt, & in cavitates, aut capsulas benè levigatas, ejusdem figuræ, penetrant, & versantur. Cava hæc conica in extremitatibus dantur Cochlearum, quæ dictas Laminas trajiciunt, & in quibus ita hærent ut difficulter moveantur; exiguo motu unius Cochleæ agitatio tremula Axis in ipsis capsulis impeditur.

Regula O Q, quæ, cum iis quæ ipsi junguntur, & de quibus postea, Pendulum format, in situ verticali, superficiei Machinæ parallelo, quiescit; & quando agitur, in plano huic superficiei parallelo movetur.

Ex

Ex Motu angulari hujus Penduli determinamus Vim 736.  
quâ agitatur; Motumque hunc Indicibus determinamus  
duobus, in scissuris *mm*, *nn* mobilibus, quorum ulti-  
mus solus hic repræsentatur; firmantur cochleis poste-  
riori parti Tabulæ applicatis. Hujus superficies juxta  
scissuras paululum excavata est, quo motus Indicum di-  
rigitur. Constant hi ex Lamellâ ut *eb*, cum quâ, ad  
posticam partem, in extremitate *b*, cochlea cohæret,  
& cui ipse Index *ef* ad angulos rectos insistit, super hunc  
mobilis est Cursor minor *i*, qui ad libitum, in loco quo-  
cunque Indicis firmatur. Separatim talis Index exhibe-  
tur in G.

Firmatur hic Index, ut determinet altitudinem, ad  
quam in certo Motu adscendit Pendulum, aut altitudi-  
nem à qua demittitur in aliis Experimentis. Ab hac al-  
titudine pendet Velocitas, quam Pendulum descenden-  
do acquirit; & in adscensu determinat Velocitatem,  
quâ Pendulum sursum propellitur.

Velocitates has mensuramus, Regulis æneis, divisis, 737.  
*VX*, *YZ*, quæ, in situ horizontali, Tabulæ sunt appli-  
catæ; hujus superficies ita excavata est, ut hæc conveniat  
cum Regularum superficiebus; Regulis, à posticâ parte,  
cohærent cochleæ, per scissuras in Tabulam penetrantes,  
ut Regulæ firmentur; scissuræ loco foraminum adhiben-  
tur, ut magis accuratè Regulæ constituentur, quarum  
extremitates *X*, *Y*, respondere debent superficiebus Pen-  
duli; utraque nempe superficiei, quæ cum ipsâ ad eandem  
partem datur; quod exactè determinatur ope Normæ  
*logp*; applicatis enim ipsi Tabulæ lineis *og*, *gp*, ad an-  
gulos rectos habebimus erectam *gl*, quæ si applicetur  
superficiei Penduli, dum hoc quiescit, Punctum *g* cum

Regulæ extremitate convenire debet. Elevato Pendulo utcumque, hujus inclinationem mensuramus, si Norma ita applicetur, ut  $g l$  perpendicularis sit in superficiem Tabulæ, & magis elevatam superficiem lateralem Penduli tangat; tunc, si Punctum  $g$  in lineam divisam Regulæ cadat, conveniet hoc cum divisione, quæ quæsitam inclinationem indicat.

Regularum divisiones initium habent in extremitatibus X, Y, & indicant angulos inclinationis Penduli, quorum subtensæ, quæ Velocitatum rationem sequuntur \*, sunt ut numeri divisionibus adscripti; integra Regula continet divisiones 24, quæ singulæ in decem minores iterum divisæ sunt.

738. Pendulo Cursores tres applicantur; qui, juxta hoc mobiles, in loco quocunque ad libitum firmari possunt; duo exhibentur in A & B, tertius ipsi A similis est; foramina  $e, c, d$ , quorum solum  $c$  videri potest, & quæ æqualia sunt, & eodem modo disposita, cochleam continent, ut ipsis Cursoribus applicantur Solida F, G, H, I, L (TAB. XXVI. Fig. 1.). quæ caudâ, cochleam efficiente, sunt instructa; sextum datur ipsi H simile & æquale; de his postea separatim dicam, ubi singulorum usum explicabo. Quatuor ex his Solidis junguntur Cursoribus duobus primis ut A; tertio, ut B, in  $e$  additur quintum. Omnia hæc Solida æqualiter ponderant, & æquales altitudines habent.

739. Tertio Cursori B jungitur in  $f$ , auxilio duarum Cochlearum  $g, g$ , in foramina  $i, i$ , penetrantium, Elastrium chalibeum O O. Hujus Lamina M M superficiem Cursoris applicatur, & cochleæ, quibus firmatur, foramina  $v, v$ , trajiciunt. Elasticitas in annulis O, O, hæret; id est, hi Elastici sunt; & ideo Laminæ P, P, quando

quando Laminæ MM admoventur, spontè, ubi relaxantur, ab hac recedunt.

In medio Laminæ MM Lingula hæret chalibea *r* S, ad latera dentata, & cujus caput S, ultra P, P, parum prominet & perforatum est.

Tres Cursores ( duo primi cum Solidis, & tertius cum Solido & Elastério ) æqualiter ponderant; & singulorum partes ita sunt in æquilibrio, ut, Pendulo O Q applicati, hujus situm non mutant: tertius cum conjuncto Elastério, & Solido, cum Pendulo conjunctum exhibetur in R; potestque Pendulum Elastério agitari; quod ut fiat, Lamina ferrea S Tabulæ A B C applicatur.

TAB.  
XXV.  
Fig. 2.

Laminam hanc separatim exhibemus in AB; cum hac ad angulos rectos & alia cohæret B C, etiam ferrea, quæ in medio perforata est.

740.  
TAB.  
XXVI.  
Fig. 2.

Huic duæ minores Laminæ cupreæ, *de, ni*, quoque ad angulos rectos, insistant; quæ sustinent Laminam chalibeam *fg*, tenuiorem; Hæc separatim exhibetur, juxta veram magnitudinem delineata, in FG; quatuor auribus *b, b, b, b*, prædita est, quas cochleæ trajiciunt, quando Lamina firmatur; in hujus medio foramen datur oblongum L. Anterior superficies, quæ in Fig. 4<sup>a</sup> exhibetur, polita est; posterior superficies in Fig. 3<sup>a</sup> repræsentatur, & levigata etiam est. Huic applicantur Retinacula duo *p q, p q*, mobilia circa cochleas in *p, p*, quæ ipsa retinent; Elastéria debilia pinnulis *r, r*, applicant Retinacula, tuncque capita *q, q*, conveniunt; & ubi hæc separantur, sibi permissa ad eundem situm redeunt. Retinaculorum facies posteriores, quas in Fig. 3. videmus planæ sunt, illæ autem partes facierum anteriorum, ( Fig. 4. ) quas in foramine, in medio Laminæ, detegimus,,

Fig. 3. 4.

mus,,



mus, L versùs convexæ sunt.

741. Capita  $q, q$ , separantur quando deprimitur Malleus  
Fig. 2.  $m$ ; qui agitur motu Caudæ  $vt$ ; quâ agitatione versatur Axis  $ts$ , cui ad angulos rectos insistit ipsius Mallei Cauda  $mo$ .

742. Lamina AB perforata est in  $zz$  &  $yy$ , ut hæc, duabus Cochleis, ex ære, ut  $b$ , per foramina trans lignum penetrantibus, auxilio cochleæ exterioris  $q$ , interpositâ Lamellâ cupreâ  $l$ , ne lignum lædatur, firmari possit.

743. Lamina hæc, ut diximus, in S exhibetur, & Cochlearum capita in  $b, b$ ; potestque in tribus aliis locis firmari Cochleis per foramina  $a, a; a, a; a, a$ ; penetrantibus; Cursor R ad talem firmatur altitudinem, ut Lingula Elastarii respondeat foramini Laminæ Retinaculis instructæ \*; in hoc foramen Lingula intruditur, quo

\* 743. Retinacula, propter obliquitatem dentium in anteriori parte, paululum separantur, sed statim redeunt ubi dentes primi ultra Retinacula pervenerunt; tunc Elastarium flexum cum ipsa Laminâ cohæret; si magis Lingula intrudatur, dentes sequentes usu veniunt, & magis flectitur Elastarium; potestque hac Methodo inflexio variari.

Firmanda nunc est Lamina S ita, ut manente Elastario flexo, Pendulum in situ verticali constituatur. Hoc præstat si ipsi Pendulo in antecessum, ubi sibi permissum hunc situm sponte acquisivit, Index  $ef$  admoveatur, & firmetur, ut post flexum Elastarium Penduli situm determinet; qui etiam auxilio Normæ  $glop$  determinari potest. Locus Laminæ S, qui hac methodo detegitur, mutatur, si alia sit Elastarii inflexio.

744. Præter tres memoratos Cursores \*, etiam Pendulo eodem  
\* 738. dem



dem modo junguntur Pondera duo P, T, quorum pri-  
mum in P exhibetur in ( TAB. XXV. Fig. 2.; ) Pondus  
hoc primum est duarum librarum, & altitudo sesqui-pol-  
licis; secundum T altitudinem duplam habet, trium  
nempe pollicum; sed tantum dimidiatam ponderat li-  
bram.

Mobilia sunt hæc Pondera juxta Pendulum, & ad li-  
bitum cochleis firmantur.

EXPERIMENTUM I.

Pendulum superius \* memoratum suspenditur; ipsi  
applicantur Cursores tres \*, qui ad diversas altitudines  
firmantur ita, ut respondeant foraminibus, in Tabulâ  
majori, per quæ Cochleæ b, b, transmittuntur; Cursor  
R Elastrium conjunctum habet.

Distat R viginti sex pollicibus à Puncto suspensionis, &  
ita flectitur Elastrium, ut primi Lingulæ dentes post Re-  
tinacula penetrent \*: motu Mallei relaxatur Elastrium \*;  
&, repetitis tentaminibus, quæritur ubi Index collo-  
candus est \*, ut ad hunc Pendulum perveniat, non verò  
incurrat; quod quàm exactissimè determinari potest.

Mutatur nunc situs Cursorum inferiorum; R collo-  
catur ubi erat B, ad distantiam viginti pollicum à Cen-  
tro motus, & vice versâ B ubi erat R; mutato quoque  
situ Laminæ S. Flectitur nunc Elastrium, ut in præce-  
denti casu; &, relaxato hoc, ad eandem altitudinem ad-  
scendit Pendulum.

Ponatur R ad distantiam octo pollicum à Centro Mo-  
tus, in loco ipsius A, & vice versâ; si eodem modo re-  
liqua peragantur, altitudo quoque erit eadem. In his  
tribus tentaminibus Elastrium eodem modo flectitur,  
sed inæqualibus temporibus relaxatur, & eundem, sin-

gulis vicibus, præstat Effectum, eandemque Vim generat.

746. In hisce ad omnia benè attendendum, minima negligentia turbat Experimentum; ideò rarò perfectam angulorum æqualitatem habemus. In nostris Experimentis, hìc explicatis, angulus maximus paululum superavit 44. divisiones minores Regulæ æneæ \*; quæ divisiones vix decimam quintam Pollicis partem valent; & hujus anguli differentia, cum angulo minimo ex tribus, minor fuit unâ tali divisione. Mihi aliquando contigit minorem fuisse differentiam; sed difficulter eò pervenimus: difficultas verò est omnium maxima, quando Elastarium in extremitate inferiori Penduli huic jungitur; in quo casu minimum quid satis sensibilibus turbat Effectum. Nunquam autem necessarium est sicum hunc Elastarii eligere; Propositio, ipso hoc nostro Experimento \*, abunde confirmatur.

747. Videamus nunc quæ ad comparisonem Virium immediate pertinent.

748. Singulas æquales Materiæ particulas, eodem modo motas, æqualibus Viribus agitari clarum est, *si ergò duo Corpora, æqualibus Velocitatibus ferantur, sunt Vires*, ut numeri particularum in singulis, id est, ut quantitates Materiæ, aut *ut Massæ*; hoc nomine enim Materiæ quantitatem in Corpore exprimimus.

Si Massæ convenient, sunt Vires, ut Actiones, quibus  
\* 700. Velocitates diversæ ipsis communicantur \*.

749. Corpori autem quod Motum acquirit, non subito  
\* 710. communicatur Velocitas determinata \*; successivè transit per omnes hujus gradus minores, dum continuata Actio in illud datur. Ponamus hanc esse Pressionem, cujus  
Inten-

Intensitas maneat, dum hujus Actio continuatur ita, ut Actio immediata in Corpus sit continuò eadem; quod obtineri non poterit, nisi Punctum premens eadem Velocitate cum Corpore continuò feratur\*; in hoc autem \* 705. casu, æqualibus temporibus, æquales gradus Velocitatis Corpori communicantur\*; & Velocitas est ut Tem- \* 705. pus per quod Pressio in Corpus egit: Ponimus Corpus non retineri, & Pressionem nullum alium præstare Effectum.

Ponamus lineam AB repræsentare Tempus, per quod 750. pressio egit; BC Velocitatem Tempore AB communi- TAB. XXXII. catam; DE, parallela BC, repræsentabit Velocitatem Fig. 1. Tempore AD Corpori impressam.

Si AB concipiamus divisam in innumeras partes æquales, infinitè exiguas; in hisce singulis, propter Tempora æqualia, & Intensitates æquales, Actiones, erunt ut Velocitates \*. \* 723.

Ergo in eadem ratione Corporis Resistentiæ. \* Unde \* 361. generalem deducimus conclusionem, *Corpus, quod deter- 751. minatum gradum Velocitatis, infinitè exiguum, acquirit, Accelerationi resistere in ratione Velocitatis, quam habet.*

Unde sequitur *Actionem, quâ Velocitas Corporis, quod 752. jam Velocitate finitâ movetur, gradu infinitè exiguo auge- tur, in infinitum superare Actionem, quâ æqualis gradus infinitè exiguus Corpori quiescenti communicari posset.*

Actio in momento, quod respondet Temporis instan- ti D, lineâ DE repræsentatur; omnesque lineæ simi- les repræsentant Actiones in momentis, quæ ipsis respon- dent; & omnes simul repræsentant integram Actionem. Harum linearum non mutatur ratio, si singulis eandem latitudinem concedamus\*, & quidem illam, quæ va- \* 1. El. VI.

let lineolam, quâ unum, ex memoratis momentis, infinitè exiguis, exhibetur; sed in hoc casu omnes lineæ simul efficiunt superficiem ABC; quæ ergo integræ Actionis, ideòque ipsius Vis communicatæ\*, rationem sequitur. Idcirco positis, *in eodem Corpore*, Velocitatibus ut DE, BC, *Vires sunt* ut superficies ADE, ABC; id est, *in duplicata ratione, aut ut Quadrata, Velocitatum*.\*

Casus, quem examinavimus, exstat in Corporibus cadentibus, & circa quæ demonstravimus, ratiocinio huic simili, Spatia cadendo percursa, ab initio casus mensurata, esse inter se, ut Quadrata Velocitatum cadendo acquisitarum\*; unde deducimus, *Vim, cadendo acquisitam, esse ut altitudinem, à quâ Corpus cecidit*\*; & hinc sequitur *Gravitatem, quæ, aequalibus temporibus, æquales Corpori communicat gradus Celeritatis*\*, non eidem æquales gradus *Vis communicare*\*; sed illud, quo Corpus ad Tellurem tendit, cum ipso Corpore moveri\*; dum in Corpus motum agit, ut in quiescens\*.

756. Vires esse inter se in dictâ ratione duplicatâ Velocitatum, aliis quoque demonstrationibus, ex Principiis, quæ nihil inter se, neque cum his ex quibus nunc ratiocinati sumus, commune habent, deductis, patebit, ubi de Motu composito, & Fluidorum Resistentiâ, agamus.

757. *Vires, corporibus motis insite*, non possunt differre nisi respectu quantitatis Materiæ in Corpore, aut Velocitatis, quâ hoc fertur; unde universalem comparandarum Virium deducimus Regulam; *sunt enim in ratione compositâ Massarum*\*, & *Quadratorum Velocitatum*\*.

758. *Quare æquales sunt Vires, si Velocitatum Quadrata fuerint inverse ut Massa.*

759. Tales etiam sunt Velocitates, quæ Actionibus æqualibus,

libus, ( quales sunt Elasteriorum æqualium, similium, & æqualiter inflexorum, relaxationes, quando Elasteriorum Inertia à Corporum Inertiâ non differt \* ), Corporibus inæqualibus communicantur.

MACHINA,

*Quâ plurima Experimenta, de Viribus insitis, & Corporum Collisione, instituuntur.*

Constat Machina hæc, quæ lignea est, ex Tabulâ verticali CB, longa circiter pedes tres, & latitudinem, aut altitudinem, habens novem pollicum. Sustinetur hæc duabus Columnis D, D, quæ interpositâ Cruce firmantur. Cum hac Tabulâ cohæret minor Tabella horizontalis A, quæ sustinetur ab anteriori parte ab ipsâ Tabulâ CB, & ad partem posteriorem columnâ E, cujus diameter est ferè trium Pollicum cum semisse, & cujus situs, collatis figuris, clarè cognoscitur. Huic alia superimponitur Columna M, & quidem ita, ut ambæ exactè respondeant, & una sit quasi aliis continuatio. Columnæ M pars inferior N in duas partes separata est, quæ penetrant per foramina x, x, Tabellæ horizontalis A, ut sese jungant parti b superiori Columnæ E, in quo situ firmatur cuneo d, per foramina y penetranti. Quando Columna M ita disposita est, Tabellæ PP, ex ligno tenuiori, cum hac Columnâ cohærentis, latus inferius applicatur Tabulæ A; ut magis accuratè situs ipsius Columnæ determinetur.

760.  
TAB.  
XXVII.  
Fig. 1. 2.  
TAB.  
XXV.  
Fig. 3.

Columnæ tres E, D, D, Pedi horizontali insistant 761.  
GGH: Tribus Rotulis I, I, I, \* tota Machina sustine- \* 567.  
tur, ut facile moveatur; ubi tamen eâ uti debemus, Cochleis t, t, t, elevatur paululum, & in situ verticali quàm exactissimè disponitur; Perpendiculo Q, anteriori par-

ti Columnæ M applicato, hunc situm indicante.

TAB.

XXV.

Fig. 4.

762.

Columnæ M partem superiorem separatim exhibemus, minus imminutam quàm in reliquis Figuris.

Pars hæc quadrata est, & ipsi jungitur Ancon O, ut sustineatur Regula ferrea STT, cujus extremitas TT Crucem refert. Firmatur Regula cochleis ferreis f, f, quæ in lignum penetrant, in quo firmatæ sunt harum partes exteriores etiam ferreæ. Lamellæ e, e, cupreæ, sunt perforatæ; foraminis autem utriusque circumferentia, in superiori parte, incisione interrupta est, ut Filum commodè inseri possit.

763.

Parti quadratæ superiori Columnæ M, superimpositum est lignum m, cujus anteriori superficiei applicatur Regula cuprea AA (TAB. XXVIII. Fig. 2.), cum quâ cohærent cochleæ L, L; penetrant hæc per foramina in ligno m, quorum unum videtur in x: firmatur Regula ope cochlearum exteriorum m, m, interpositis, ne lignum lædatur, lamellis cupreis n, n. Literis aa notatur Regula hæc in Fig. 1. TAB. XXVII.

TAB.

XXVIII.

Fig. 2.

Regulæ huic, in extremitatibus applicantur Cylindri duo Y, Y; quibus jungitur Regula alia cuprea BB, quæ cochleis S, S, per foramina d, d, in foramina c, c, penetrantibus, firmatur.

764.

Juxta hanc Regulam moventur Tubuli quadrati, G, G, G, F, F, F, quorum unus separatim exhibetur in O; hisce singulis, in inferiori parte, adhæret uncus; possuntque Tubuli ad libitum cochleâ firmari. Tubulorum lamellæ superiores majores sunt; quando conjunguntur, uncorum distantia est sesqui pollicis.

Ut autem, ab utraque parte, æqualiter, à medio Regulæ BB, removeantur, in hoc medio, inferiori Regu-

la



læ superficiæ, in  $v$ , applicatur Lamella cuprea P, Crucis figuram exhibens, quæ cochleâ  $q$  firmatur. Quando bra- 765.  
chia breviora cum ipsâ Regulâ conveniunt, in superio-  
ri parte conveniunt exactè, in medio Regulæ, Tubulo-  
rum mediorum laminæ superiores. Quando verò lon- 766.  
giora brachia, Crucis P, cum Regulâ conveniunt, unci  
medii separantur, quantum in multis Experimentis re-  
quiritur, ut postea videbimus.

Regula alia datur cuprea CC, Regulæ AA similis, 767.  
cui etiam alia jungitur DD, cum Tubulis & uncis; dif- TAB.  
ferentia autem quæ datur inter has Regulas, & præce- XXVIII.  
dentes, collatione Fig. 2. cum hac, in quâ Tubulus se- Fig. 3.  
paratim in R exhibetur, facile patebit.

Regula CC jungitur Ferro superius descripto \*, & 768.  
quidem inferiori superficiæ partis TT, ut hoc videmus \* 762.  
in Fig. 1. TAB. XXVII.

Regula ipsa est  $cc$ , firmata Cochleis  $e$ ,  $e$ . Regula hæc, TAB.  
& adjuncta  $dd$ , parallelæ sunt ipsis  $aa$ , &  $bb$ , supra XXVII.  
descriptis \*, & omnes parallelæ sunt Plano CB; unci Fig. 1.  
Regulæ  $bb$  cum uncis in  $dd$  respondent; id est, in utra- \* 763.  
que Regulâ eodem modo disponuntur.

Unci omnes in eodem Plano horizontali sunt, & li-  
nea, quæ per duos respondentes transiret, perpendicula-  
ris esset ad superficiem BC, si hæc continuata concipia-  
tur.

Corpora, quibus Experimenta instituuntur  $s$  &  $r$  con- 769.  
stant ex Rectangulis cupreis, quorum unum exhibetur  
in A B. Filis, incisionibus  $c$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $d$ , insertis, suspen- TAB.  
ditur hoc. Distantia inter  $c$ ,  $c$ , aut  $d$ ,  $d$ , est trium Pol- XXVIII.  
licum, ut respondeat cum distantia inter primum & ter- Fig. 4.  
tium uncum, ubi tres junguntur \*; modus autem suspen- \* 764.  
sionis



tionis collatis inter se Fig. 1. TAB. XXVII. & Fig. 3. TAB. XXV. satis manifestus est. Externa Fila uncis *i, i, h, h*, sustinentur, & ipsa transeunt per foramina *e, e*, (TAB. XXV. Fig. 4.), ut ad paxillos, aut cuneolos TAB. XXVII. *n, n*, deducantur; Fila alia ab uncis suis directè ad Fig. 1. paxillos, *m, m*, descendunt; conversione cuneolorum Rectangula ad desideratum situm reducuntur; quod ut magis commodè fiat, cum plura dentur Fila, singulis peculiaris color tribuitur. Fila desiderantur tenuia, satis fortia, ut applicanda pondera ferre possint, ideò serica adhibemus; & illa, quæ ex filamentis, juxta longitudinem, mutuâ insertionem, junctis, efficiuntur, aliis anteponimus, quorum filamenta sunt contorta.

770. In medio superficiem anterioris Rectanguli AB, datur TAB. XXVIII. Fig. 4. cavitas *e*, quæ Cochleam continet, & cum quâ respondet Conus truncatus *f*, ut magis profunda sit; cujus Coni & alium usum statim videbimus.

771. Huic eidem superficiem anteriori Rectanguli varia Corpora applicantur, de quibus separatim dicendum erit, Fig. 7-9-10. ubi in Experimentis usu venient: singula hæc Corpora æqualiter prominent; etiam hæc æqualiter ponderant; ut determinatum, & idem, semper sit pondus Rectanguli.

772. Duo talia dantur Rectangula, quæ hoc solo differunt; illud quod hic exhibetur, præter cavitatem *e*, quam indicavimus, duo habet minora foramina *i, i*, in anteriori superficie, quibus Cochleæ inferuntur, ut videbimus postea.

773. Secundum Rectangulum, priori simile, æquale, & ejusdem ponderis, duo quoque foramina habet minora in anteriori superficie, non supra & infra *e*, ut *i, i*, sed ad latera hujus cavitatis *e*.

Pon-









Pondus Rectanguli, cum conjuncto Corpore, duplicatur, triplicatur, aut quadruplicatur, juncto Cylindro cupreo T, T, aut T; in hoc casu conus *f* immittitur cavitati *y*, cum quâ congruit, & firmatur Cylindrus cochleâ *g*, in foramen exiguum, ut *x*, in oppositam illius extremitatem, penetrante: si magis, ex. gr. sexies, octies, nonies, aut decies sexies, Pondus augendum sit, solida plumbea V, V, V, aut X, adhibentur, quæ eodem modo firmantur.

774.  
Fig. 5.

In agitatione Rectanguli hujus Velocitas determinatur divisionibus Regulæ XV, aut YZ, ut hoc in aliâ Machinâ jam explicavimus\*; hæc tamen observanda sunt; scissuras, per quas cochleæ cum Regulis cohærentes penetrant, longiores desiderari, ad minimum novem, aut decem, pollicum. Non etiam Normâ, ibi adhibitâ, indigemus; quia Fila respondentia, anteriora, aut posteriora, in eodem plano dantur perpendiculari superficiei CB (anteriora vocamus quæ minus à medio hujus superficiei distant,) & visum dirigendo juxta ambo fila, detegimus punctum cui hæc respondeant in ipsâ Regulâ.

775.  
TAB.  
XXVII.  
Fig. 1.  
\* 737.

Indices, quibus determinamus altitudines, à quibus Corpora in Experimentis demittuntur, aut indicamus illas, ad quas adscendunt, applicantur Regulæ cupreæ RR, juxta longitudinem Tabulæ A dispositæ, & quæ parum ab extremitate anteriori hujus Tabulæ distat.

776.

Figura Indicum separata satis indicat, quomodo juxta Regulam hi moveantur; incisiones fiunt quatuor in *e, e*, &c. ut Capsula *ab*, quæ recipit Regulam, in extremitatibus coarctari possit, quo Index, propter elasti-

777.  
TAB.  
XXVIII.  
Fig. 6.

Ec

cita-

citatem cupri, firmatur; ita tamen, ut translatio juxta Regulam non impediatur.

Indices majores duo desiderantur, exhibentur in O & Q; hi tantum differunt conjunctione cum Capsulis *ab*; præter hos duos requiruntur tres minores, ut P. Super majoribus moventur Cursores *c, c*, qui, Cochleis

\* 736. *d, d*, ad libitum firmantur\*.

#### EXPERIMENTUM 2.

778. Rectangulo cupreo AB\*, jungitur Elastrium OO\*, cochleis illis similibus, quæ in *g, g* (TAB. XXVI. Fig. I.) exhibentur; penetrant hæ per foramina *v, v*, in foramina *i, i*, quæ spiram continent ut cochleam recipiant.

TAB.  
XXVIII.  
Fig. 1. 4.

\* 769.  
\* 739.

Necesse est, ut Rectangulum determinatum suum pondus habeat\*; si quid deficiat suppletur hoc, interpositâ Lamellâ cupreâ tenuiori, quæ etiam perforata est, ut per ipsam dictæ cochleæ penetrent.

TAB.  
XXVII.  
Fig. 1.

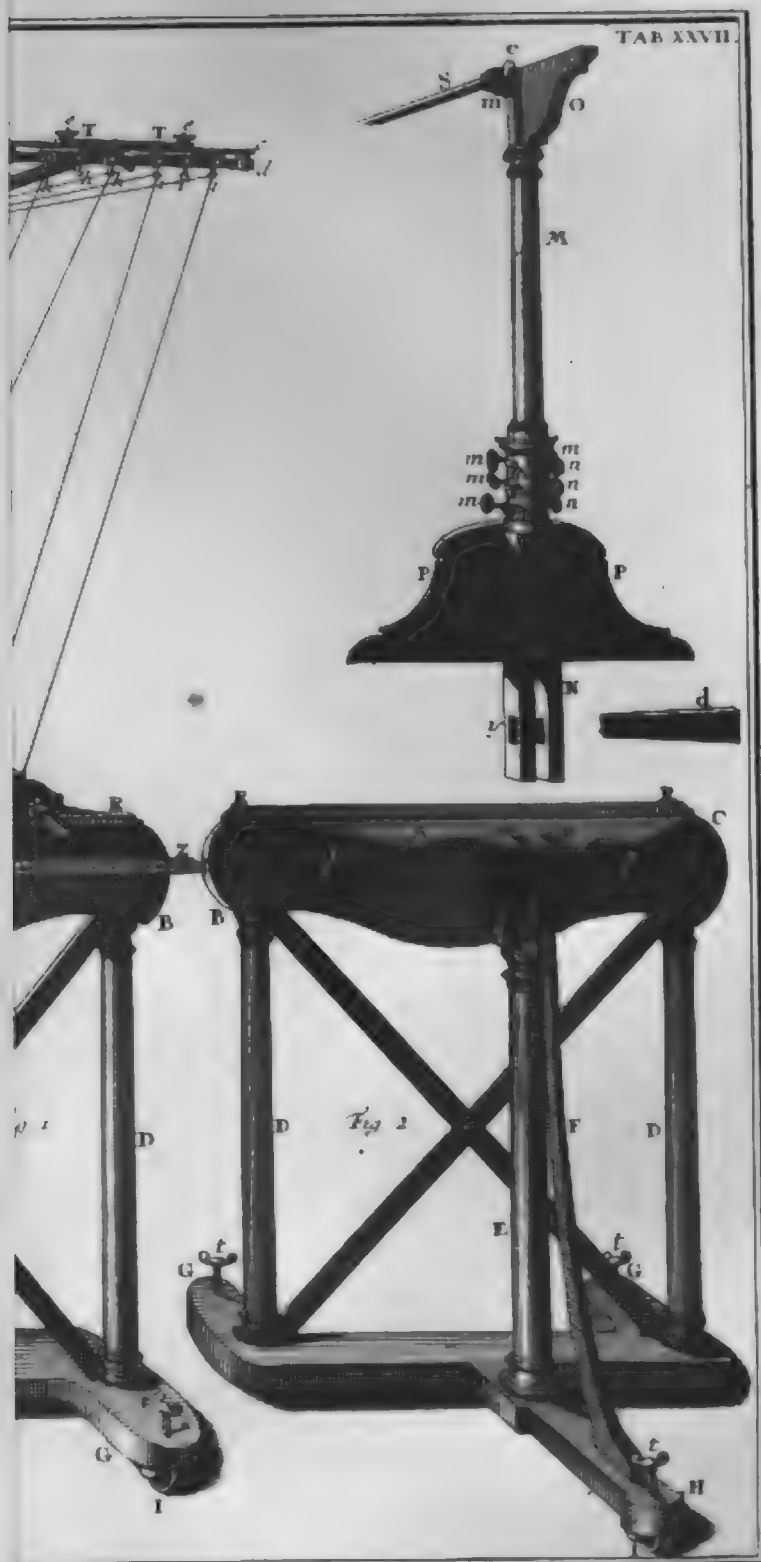
Suspenditur nunc Rectangulum in loco illius quod exhibetur in *s*; cum autem in hoc casu peculiare quid observandum sit in dispositione Filorum anteriorum, hanc separatim exhibemus in *g*.

Tabulæ BC applicamus Laminam ferream, de quâ supra\*; Cochleis firmatur\*, quæ foramina *n, n*, penetrant: Lamina, quæ Retinaculis est instructa, respicit Elastrium; & Rectangulum, cum quo hoc cohæret, ita, conversione cuneolorum *m, m, n, n*, disponendum, ut sit horizontale, habeatque longiora latera superficiei BC parallela; & ut detur ad illam, ab hac superficie, distantiam, & ad talem altitudinem, ut Lingula Elastrii foramini respondeat in medio Laminæ Retinaculis instructæ.

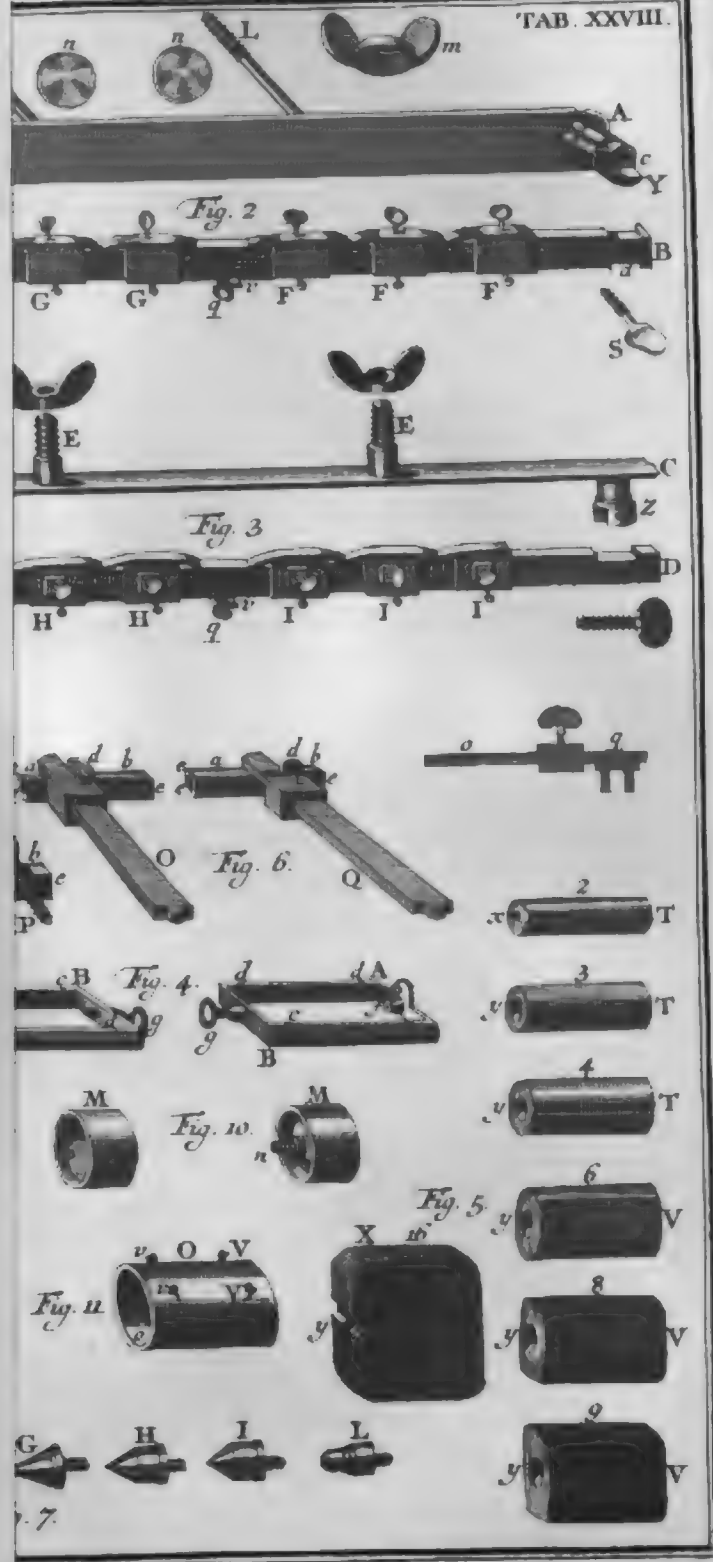
\* 740.  
\* 741.

Remo-











Removeretur paululum Lamina, ut Corpus liberè suspensum sit; & ubi quiescit, visus dirigitur juxta posteriora Fila, moveturque Regula Y Z, donec hujus extremum Y ipsis filis respondeat. Admotâ tunc Laminâ, Lingula Elastarii in Foramen illius intruditur, quo Elastarium flectitur, & cum Laminâ cohæret \*, quæ ita \* 745. disponitur, & firmatur, ut Fila iterum extremitati Regulæ respondeant.

In hoc situ ipsam nunc repræsentamus; *fg* est Lamina Retinaculis instructa, quæ cum majori S cohærens, 779. cum hac ipsâ firmatur Cochleis *b*, *b* \*. Premendo caudam TAB. XXIX. *v* Mallei *m*, deprimitur hic, & relaxatur Elastarium \*, Fig. 4. \* 743. quod cum conjuncto Rectangulo propellitur. Velocitas \* 741. communicata tentando detegitur; Index major \* disponitur ad illam distantiam ad quam judicavimus Fila elevari; secundo tentamine situs corrigitur, donec tandem \* 777. eò perveniamus, ut filum accedat ad Indicem, & in hunc non incurrat; habuimus nos Velocitatem 16, 8. ultimus numerus minores divisiones exprimit \*. \* 737.775.

Om nibus manentibus, Rectangulo inferitur Cylindrus T, ut Pondus Corporis moti fiat quadruplum \*. 780. TAB. XXIX. reliqua ut in præcedentibus tentaminibus peraguntur, Fig. 5. \* 774. & Velocitas detegitur, quæ dimidium est prioris, nempe 8, 4.

Sublato Cylindro T, adhibendum illud Pondus plumbeum V, quo Massa sit noncupla prioris \*, & Velocitas detegitur 5, 6. quæ prioris est pars tertia. 781. TAB. XXIX. Fig. 6. \* 774.

Si Massa adhibeatur sedecupla primæ, Velocitas valet 4, 2.

In his omnibus casibus Actio, quæ Motum communicat, est ejusdem Elastarii, eodem modo flexi, relaxatio, 782.

ideòque eadem est Actio ; & Quadrata Velocitatum sunt inversè ut Massæ ; id est, productum Massæ per Quadratum Velocitatis semper idem.

783. Quidam Philosophi in eâ sunt opinione, Actionem Elastarii non esse eandem, si Tempora, in quibus relaxatur, non sint æqualia ; rem ita se non habere demonstravimus \* ; & Demonstrationem Experimento confirmavimus \*. Nunc autem rem aliter consideraturus sum.

Eodem Elastério, eodem modo flexo, æqualibus Temporibus relaxato, Corpora agitabo diversa, & videbimus effectum cum Propositione N. 758. convenire, & productum Massæ per quadratum Velocitatis esse singulis vicibus idem.

784. Æqualibus temporibus relaxari Elastrium, eodem modo flexum, constabit, si Punçto, cui applicatur, singulis vicibus, eandem communicet Velocitatem. Nam Elastarii pars, quæ relaxatur, eadem Velocitate movetur cum Punçto cui applicatur ; cum nunc ponamus hujus Punçti Velocitatem, ideòque ipsius Elastarii Velocitatem, in fine relaxationis, singulis vicibus esse eandem, etiam erit eadem in iisdem gradibus expansionis ; relaxatio enim fit in singulis occasionibus juxta easdem Leges, ita ut, æqualibus momentis, spatiola eadem percurrantur, & integra relaxatio, singulis vicibus, fiat eodem tempore.

#### EXPERIMENTUM 3.

785. Eadem Machinâ, cum primo hujus Capitis Experimento \*, demonstratur hoc. Pendulo \* applicatur Pondus T, quod dimidiatam valet libram \* ; applicari potest ad distantiam quamcunque à centro suspensionis ; sit hæc 30 Pollicum, à Punçto medio Ponderis mensurata : Cursor

cum

Fig. 4.

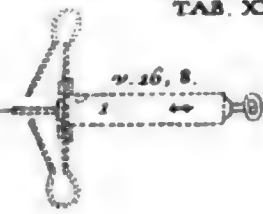
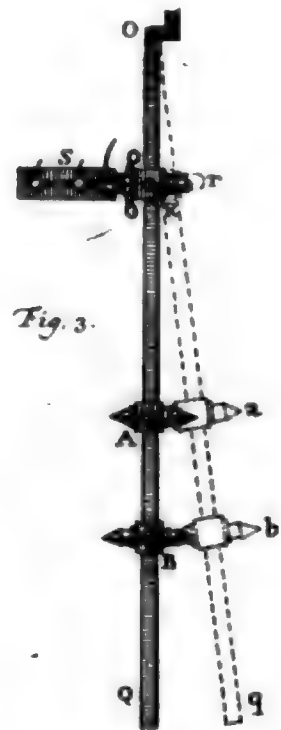
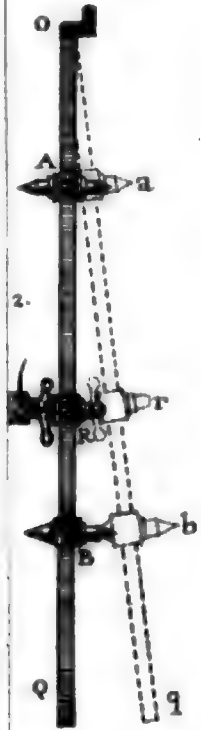


Fig. 5.



Fig. 6.







cum Elasterio in R firmatur; Cursor alius A, cum duobus solidis \*, Pendulo, in Extremitate inferiori, jungitur. \* 738. Flectitur & relaxatur Elasterium, mensuraturque Angulus ut in primo Experimento dictum \*; habuimus nos \* 745. Angulum partium 40, 5.

Sublato Pondere T, Pondus applicavimus P \*, ad distantiam à Centro suspensionis 15. Pollicum; & reliquis, ut in præcedenti casu, peractis, habuimus Angulum 37, 8. 786. TAB. XXXI. Fig. 1. \* 744.

Quando Ponderum T & P distantia alia sunt, sed in eadem ratione, z. ad 1, Anguli sunt diversi, & in alia ratione quàm nunc detecti; sed conclusio ex Experimento deducenda \* est eadem; quia Velocitates Angulares semper sunt æquales inter se. Tales has in præsentis Experimento fuisse, computatione, & Experimento demonstrabimus; computationem in scholiis, Experimentum hinc, dabimus. \* 788. 789.

#### EXPERIMENTUM 4.

Pendulo conjungimus Pondus T, Cursores R, & A, ut in casu primo Experimenti præcedentis. Loco solidi conjuncti cum R, alio utimur F (TAB. XXVIII. Fig. 7.); & removentur ambo solida cum A conjuncta. 787. TAB. XXXI. Fig. 3.

Inter Lamellas, inter quas suspenditur Regula OQ \*, alia exigua Lamella horizontaliter disposita est, in qua foramen datur angustum; per quod filum transmittitur, quod sustinet Globum G, quo efficitur Pendulum simplex. Globi hujus pondus æquale est ponderi duorum solidorum à Curse remotorum, ut Globus, conjunctus cum Curse A, pondus habeat Cursoris hujus cum Solidis, ut in præcedenti Experimento fuit adhibitus. \* 735. Ulterius Penduli simplicis OG longitudo talis est, ut

Ec 3.

Cen-

Centrum Globi puncto medio Cursoris A respondeat; & ita Globus est suspensus, ut admotus Cursori A, Filum parallelum sit Regulæ OQ.

Pendulum hoc OQ elevatur, ipsi conjungitur Globus G, & demittitur ab altitudine 40, 5. divisionum: Penduli AO Centrum Oscillationis est inter A & O; ergò breviori tempore descenderet quàm Pendulum simplex  
 \* 418. OG \*, & propellit G in motu suo; ita ut eadem Materix quantitas, eodem modo, descendat, quæ, in simili descensu Penduli OQ (Fig. 1.), agitata foret: Hac de causa, ubi ad Punctum infimum pervenere a & g, velocitatem habent, quæ, in casu 1°. Experimenti tertii \*,  
 \* 785. Cursori A fuit communicata. Nunc autem habet g majorem Velocitatem, quàm si tantum ab altitudine 40, 5. descendisset, nam acceleratus fuit, ideò ad majorem altitudinem adscendet; separatur hac de causa ab a, & in g adscendit ad altitudinem divisionum 46. Ut autem hunc Angulum mensuremus, disponitur Regula YZ, (TAB. XXV. Fig. 2.) ita, ut extremitas Y ipsi filo Penduli simplicis respondeat quando hoc quiescit.

Videmus ergò Velocitatem Cursori A communicatam, in casu 1°. Exper. tertii, illam esse, quâ Corpus G, penduli OG, adscendere potest ad altitudinem 46.

TAB. XXXI. Eodem modo secundum casum, Experimenti ejusdem  
 Fig. 4. tertii \*, examinamus; demittimus Pendulum OQ cum  
 \* 786. Globo G, ab altitudine 37, 8. & adscendit hic ad altitudinem 46, ut in præcedenti casu.

788. Elastrium ergò in utroque casu eodem tempore fuit relaxatum, dum ipsi Pendulo eandem Velocitatem  
 \* 784. communicavit \*: Anguli in Exp. 3°. fuere inæquales, quia non eodem modo in utroque casu Pendulum fuit

retar-

retardatum; sed retardatio ad Actionem non spectat. Elasterii, contingit illa post separatum à Laminâ fixâ Elasterium.

Ideirco Velocitas, quæ Corpori T in primo casu fuit impressa, est ad Velocitatem, quæ Corpori P in secundo casu fuit communicata, ut 2. ad 1; ita enim se habuere distantia à Centro Motûs; quod etiam, si corpus unum quodque in æqualem numerum partium juxta altitudinem divisum concipiatur, ad partes respondentes referri potest; quia Corporum altitudines sunt in eadem ratione 2. ad 1: Massæ autem sunt ut 1. ad 4; id est, inversè ut quadrata Velocitatum.

Has autem Velocitates Actionibus æqualibus fuisse 789. communicatas attendenti statim patet. Elasterium, in singulis occasionibus, duos præstitit effectus, 1. Motum Regulæ & Cursoribus, 2. Motum Corpori, communicavit. Regula, cum Cursoribus, singulis vicibus, eadem Velocitate fuit projecta; ideò partes Actionum Elasterii, quibus hoc fuit effectum, æquales fuere, & cum integræ Elasterii Actiones in utroque casu omninò fuerint similes, & æquales; æqualibus quoque Actionum partibus Corpora ipsa T, & P, fuere agitata.

Ex Propositione hac Vires esse æquales, quando quadrata Velocitatum sunt in ratione inversâ Massarum \*, \* 758. quam his Experimentis confirmavimus, facile deducimus; *Vires cadendo acquisitas quoque esse æquales, si altitudines fuerint inversè ut Massa* \*. 790. \* 754.

*Si Corpora duo agitata fuerint Velocitatibus, quæ sint inversè ut Massa, Vires erunt in eadem ratione inversâ Massarum; id est, ut Velocitates.* Nam, in hoc casu, productum Velocitatis per Massam idem est pro utroque Corpore \*. \* 16. El. VI. Sint

Sint Corpora A & B; si hoc productum multiplicetur per Velocitatem Corporis A, dabitur hujus Corporis

\* 757. Vis \*; Vis Corporis B habetur, multiplicando idem productum per Velocitatem ipsius B; Vires ergo sunt ut hæ

\* 15. El. V. ipsæ Velocitates \*.



### S C H O L I U M I.

#### De Viribus Pendulorum.

792. **Q**Uæ de Actionibus Elastiorum in hoc Capite diximus, non ulterius illustrabimus; quia omnia, quæ addi possent, de ejusdem Elastri inflexionibus inæqualibus, de Temporibus relaxationum in diversis circumstantiis, comparandis, & determinandis, ad Caput penultimum hujus Libri pertinent. In Scholio hoc illustrabimus quæ spectant Vires Pendulorum, quando agitantur, sive sint simplicia, sive composita; Vim autem tantum consideramus in loco infimo, id est, in quo Velocitas major est, quàm in aliis punctis ejusdem Vibrationis. Ponimus quoque agi de Vibrationibus exiguis.

\* 156. Vis Corporis est ut Massa, quæ est ut Pondus \*, & ut quadratum Velocitatis \*. Inde sequitur *Vim Penduli simplicis sequi rationem Ponderis, Longitudinis, quadrati Anguli, & Gravitatis quæ in Corpus agit* \*. Cum autem agatur de Motibus Pendulorum in eodem Loco, ultimam rationem negligimus.

794. Si de Pendulo composito agatur, major est difficultas, & ut hæc eadem Regula tali Pendulo applicetur; pro Pondere summa Ponderum adhibenda est, & pro Longitudine sumenda est Distantia, quæ datur inter Punctum suspensionis & Centrum Gravitatis; non autem ad Centrum Oscillationis attendimus, quod in aliis occasionibus longitudinem Penduli determinat \*; nam in Pendulo simplici coincidunt Centrum Gravitatis & Centrum Oscillationis; quare aliunde determinandum, quodnam in Pendulo composito adhibendum. Antequam autem hujus Propositionis demonstratio pateat, quædam præmittenda erunt.

795. Ponamus, in Pendulo composito, unamquamque Materię Particulam multiplicari per quadratum Distantiæ à Centro suspensionis; summam omnium productorum dicimus *P d d*.

Ponimus etiam unamquamque materię particulam multiplicari per suam distantiam ab eodem Centro: summa productorum æqualis est producto summæ Ponderum omnium per distantiam Centri Gravitatis à Centro suspensionis \*. Productum hoc dicimus *Cc*. Summam nempe Ponderum dicimus *C*, & distantiam Centri Gravitatis *c*.

Distantiam Centri Oscillationis à Centro suspensionis dicimus *o*.  
 Angulus Penduli vocatur *a*.

Veloci-

Velocitas Penduli \*, quæ in Pendulo Composito est Velocitas Centri \* 437.  
Oscillationis, dicitur *v*.

Velocitas angularis est *b*.

Vis integra totius Penduli; id est, summa Virium omnium partium Penduli, ubi in Vibratione Velocitatem maximam habet, vocabitur *e*.

Habemus nunc æquationes sequentes.

$$\frac{Pdd}{Cc} = 0^*.$$

$$\frac{a}{v^2} = b; \text{ aut } aa = obb^*.$$

$$aao = vv^*; \text{ ergo } ob = v^*.$$

Ut vim Penduli determinemus, debemus unamquamque Particulam Materie multiplicare per Quadratum suæ Velocitatis, & summa productorum exprimet Vim \*. Uniuscujusque Puncti Velocitas sequitur rationem distantie à Centro suspensionis, & rationem Velocitatis angularis \*; singula ergo puncta per quadrata distantiarum suarum multiplicari debent, & summa du-  
cenda erit in quadratum Velocitatis angularis; & productum hoc ipsam

Vim exprimet. Ergo  $Pdd \times bb = e^*$ . Unde, pro *bb* ponendo  $\frac{aa}{o}$  \*, &  
tunc pro *o* valorem \*, has alias deducimus æquationes  $Cc \times aa = e$ ; &  
 $aa = \frac{e}{Cc}$ , quarum prima congruit cum iis quæ superius indicavimus \*.

Ex hac ipsâ æquatione quoque deducimus, Vim Penduli sequi proportionem producti summae Ponderum per altitudinem, à quâ commune horum Gravitatis Centrum descendit, aut ad quam adscendit; altitudo enim hæc est ut distantia hujus ipsius Centri à Puncto suspensionis, etiam hæc eadem altitudo est ut quadratum Anguli; nam cæteris paribus Velocitas Puncti est ut Angulus \*, & quadratum Velocitatis est ut altitudo \*.

## SCHOLIUM II.

*Computationes de Motibus Penduli compositi, in 1. 3. & 4. Experim. hujus Capituli, adhibiti.*

Ubi de hisce Motibus ineundæ sunt computationes, Pondera, & Mensuræ partium, ante omnia explorari debent; postea generalia quædam computatione determinanda sunt. Pondera Unciis exprimimus; Pollices Longitudinum mensuram dant; & Angulorum magnitudines indicant Regularum ænearum divisiones minores \*.

Pondus Regulæ ferreæ OQ (TAB. XXV. Fig. 2.) \* est 55, 5; hujus Longitudo 86, 14; Longitudo infra Axem 35, 92, hujusque partis Pondus 55, 16.

Pondus Cursoris (TAB. XXVI. Fig. 1.) \*, sine solidis 5; cum his 7, 5. Cursoris altitudo 1, 5.

Ff

Pondus

- \* 739. Pondus Elasterii, O O (TAB. XXVIII. Fig. 1.) \* est 1, 25. Hujus altitudo 4.
- \* 741. Pondus T (TAB. XXVI. Fig. 5.) valet 8; & P ponderat Uncias 32 \*. Primi altitudo est 3.; & secundi 1, 5.
803. In multis computationibus *singula Puncta gravia multiplicari debent per quadrata distantiarum à Centro motus*. Summam productorum omnium, pro *Regulâ ferreâ* O Q (TAB. XXV. Fig. 2.), determinabo; quia *summa* hæc postea usu veniet. Non attendimus ad partem, quæ supra Axem est, & Longitudinem 35, 92. \* tantum consideramus; inde oriundus error est omnino insensibilis.
- \* 480. Si Longitudo hæc dicatur  $l$ , summa quam quærimus erit  $\frac{1}{2} l^3$  \*; sed  $l$  semel pro ipso pondere Regulæ adhibetur; ergo numerus quæsitus valet tertiam partem ponderis, multiplicati per quadratum longitudinis; id est, valet 23740.
804. Si Corpora, quæ Pendulo huic applicantur, juxta longitudinem ipsius non sensibile spatium occuparent, quadratum distantia à Puncto suspensionis simpliciter per Pondus integrum, Corporis applicati, multiplicandum foret; sed quia talia adhibemus Corpora, quorum altitudo non contemnenda videtur, examinandum nobis nunc est, quid ex hac altitudine sequatur; partes enim omnes non æqualiter à Centro motus distant. Si computationem ineamus, detegimus ipsi producto, quadrati distantia *Centri Gravitatis Corporis per hujus pondus, supplementum esse addendum*, quod idem est, quæcunque sit illa distantia; sed pro omnibus Corporibus, quibus in Experimentis usi fuimus, exiguum.

Sit  $l$ . distantia Centri Gravitatis Corporis à Puncto suspensionis; altitudo corporis  $2a$ ; ponamus Corpus continuari uniformiter, ut se extendat ad Centrum suspensionis; tota longitudo illius tunc erit  $l + a$ ; & longitudo Corporis additi  $l - a$ . Quæro summam productorum pro singulis hæc corporibus, & subductâ minori ex majore, restat summa, quæ spectat Corpus ipsum;

$$* 480. \text{ Summæ sunt } * \begin{cases} \frac{1}{2} l^3 + a l l + a a l + \frac{1}{2} a^3. \\ \frac{1}{2} l^3 - a l l + a a l - \frac{1}{2} a^3. \end{cases}$$

$$\text{Differentia est } + 2 a l l \quad + \frac{2}{2} a^3.$$

In hac computatione  $2a$  exprimit pondus Corporis applicati; ergo  $2 a l l$  est productum Ponderis per quadratum distantia, cui semper, quæcunque sit distantia  $l$ , debemus addere supplementum  $\frac{2}{2} a^3$ , quod valet productum tertia partis ponderis, Corporis applicati, per quadratum dimidiatae Altitudinis hujus.

806. Supplementa autem hæc, si determinantur pro Corporibus, quibus nos urimur, ita exigua deteguntur, respectu Numeri jam detecti \*, ut sine errore, qui percipiatur, negligi possint; maximum enim non superat 66.

807. In multis quoque computationibus desideratur Productum ponderis Regulæ ferreæ, sæpius memoratæ, per distantiam inter Centra Suspensionis & Gravitatis; ideo notabo quoque hoc productum.

Centrum Gravitatis Regulæ in hujus medio datur; & ab extremitate distat 18, 07. Distantia superioris extremi à Centro suspensionis est 63, 21; ergo distantia



tia inter hæc duo Centra est 17, 55, quæ multiplicari debet per pondus 55, 5\*. \* 802.  
productum est 991.

Transimus nunc ad Problemata peculiaria.

Unico Experimento detegimus Vim, quam Elastrium, certo modo flexum, 808.  
dum relaxatur, Pendulo communicat. Hæc valet  $Cc \times 44$  \*. \* 799.

Ponamus Casum primum Experimenti tertii hujus Capitis \*. \* 785.

Cursores duo applicati sunt ad distantias 35. & 26. à Puncto Suspensionis;  
pondus utriusque est 7, 5\*; producta ponderum per distantias valent 262, & \* 801.  
295. Distantia Ponderis plumbei applicati est 30; & ponderat hoc 8\*; pro- \* 744.  
ductum est 240. Colligo hæc producta in unam summam, & addo 991\*; \* 807.  
& habeo  $Cc$  \*; cujus valor ergò est 1688. Angulus  $a$  in Experimento dete- \* 123. 795.  
gitur partium 40, 5. Quadratum Anguli est 1640, cujus productum per 1688  
dat Vim  $c = Cc \times 44 = 2768320$ .

In hac mensurâ Unitate exprimimus Vim, quam Pendulum simplex acqui- 809.  
reret, si singula hæc, Pondus, Longitudo, & Angulus, Unitate designaren-  
tur. Pondus tunc valeret Unciam unam; Longitudo esset unius Pollicis; &  
Angulus responderet, in nostrâ Machinâ, uni divisioni minori Regulæ divisæ\*, \* 737.  
& esset 08'. 7". 24". Vis autem quam tale Pendulum acquireret æqualis esset  
illi, quam una Uncia acquirit, cadendo ab altitudine 0, 000001554 Poll.: &  
tota Vis, quam Elastrium Pendulo communicat, coincidit cum illâ, quam Gravi- 810.  
tas uni Unciæ imprimis, quando ad profunditatem sex Pollicum cum semisse descen-  
dit \*. \* 754.

Computationes nunc dabo aliorum Angulorum, in Experimentis hujus Ca-  
pitis, memoratorum.

Casum secundum Experimenti tertii\* primum considerabo, & Angulum de- 811.  
terminabo. \* 786.

Numeri 262. 195, & 991, supra indicati\*, & hic usu veniunt; sed loco \* 808.  
illius, quem Pondus plumbeum dedit, alium adhibemus; quia Pondus hoc  
mutatum fuit, & in hoc casu ponderat 32; distantia, per quam multiplicari  
debet, est 15; productum 480. addo reliquis tribus, & habeo  $Cc = 1928$ .  
Per hunc numerum divido Vim, præcedenti computatione detectam,  
 $Cc \times 44 = 2768320$  \*: & est  $44 = 1436$ , cujus Radix quadrata 37, \* 808.  
ad sensum congruit cum mensurâ Anguli, quem in Experimento habui-  
mus.

Eodem modo procedimus in computatione Experimenti primi\*; tres 812.  
adhibemus Cursores, applicatos ad distantias à Puncto suspensionis 8, 20, \* 745.  
& 26. Singulæ hæc multiplicantur per Pondus Cursoris, & summa est 405.  
addo 991\*, &  $Cc = 1396$ ; per hunc numerum divido Vim 2768320, & \* 807.  
habeo quadratum Anguli 1983; cujus Radix 44, 5. Angulum Experimento  
detectum paululum superat; sed differentia est exigua.

Experimento 4<sup>to</sup>. \* demonstravimus, Velocitatem angularem eandem fuisse 813.  
se in utrâque agitatione Penduli in Experimento tertio; hoc idem Computa- \* 787.  
tione nunc quoque constabit.

Ex æquationibus  $\frac{Pdd}{Cc} = 0$  \* &  $\frac{a}{\sqrt{0}} = b$  \* deducimus Velocitatem angu- \* 796.  
larem  $b$ , ex dato Angulo  $a$ : pro 0, in secundâ æquatione, ponendo valorem, \* 797.  
F f 2 habere

habemus  $\frac{Cc \times aa}{Pdd} = bb$ . In casibus autem, quos examinamus, Productum:

$Pdd$  idem fuit; nam hujus partes, quæ spectant Regulam ferream, & Cursores, non variantur; reliquæ etiam partes, quæ Pondera plumbea spectant, non differunt,  $30 \times 30 \times 8 = 15 \times 15 \times 32$ . Ideò  $bb$  est ut  $Cc \times aa$ .

\* 808. In primo Casu  $Cc = 1688$ , &  $aa = 40$ ,  $s. \times 40$ ,  $s. = 1640$  \*; Quorum numerorum productum coincidit cum producto respondentium in secundo Casu,  $Cc = 1928$  &  $aa = 1436$  \*; ut in præcedentibus computationibus \* vidimus. Velocitates angulares, quæ sunt in ratione subduplicatâ horum productorum, sunt ergo æquales.

\* 811. 814. Computatione quoque faciliè detegimus Angulum Penduli simplicis, in

\* 787. Experimento quarto \*, ex dato Angulo uno, aut altero, Experimenti tertii; id est, ex datâ altitudine, à quâ Pendulum Compositum in Experimento quarto demittitur; sed prius determinandum Centrum Oscillationis hujus Penduli.

\* 474. 795. Distantia Centri hujus à Puncto suspensionis est  $\frac{Pdd}{Cc}$  \*. Numerator hujus

\* 803. fractionis constat ex quatuor partibus. Prima spectat Regulam ferream, & est 23740 \*. Secunda ad Cursorem inferiorem refertur, & est  $35 \times 35 \times 7$ ,  $s. = 9187$ . Tertia spectat Cursorem cum Elastério, & est  $26 \times 26 \times 7$ ,  $s. = 5070$ . Quarta tandem est in primo Casu  $30 \times 30 \times 8 = 7200$ ; in Secundo Casu  $15 \times 15 \times 32 = 7200$ ; quæ producta æqualia sunt.

Colligo in unam summam 23740; 9187; 5070; & 7200; & habeo  $Pdd = 45197$ .

\* 808. In primo Casu  $Cc = 1688$  \*; in Secundo Casu  $Cc = 1928$  \*.

\* 811. Ergo, in primo Casu, distantia Centri Oscillationis à Centro suspensionis est 26, 78.

In secundo Casu 23, 44.

\* 450. 451. Nunc 20, 78. ad longitudinem Penduli simplicis 35, ut 40,  $s. \times 40$ ,  $s. ad$  quadratum Anguli quæriti 2134 \*; cujus Radix quadrata vix superat 46.

815. In eundem Angulum 46. incidimus, si pro secundo casu computationem ineamus; quod iterum confirmat unum quodque Punctum Penduli, in utroque Casu, eandem Velocitatem habuisse.

816. In sequentibus duo habebimus Experimenta, in quibus Cursores tres Pendulo erunt applicandi, & nihil præterea, ut in Experimento 1<sup>o</sup>. hujus Capituli \*.

\* 745. Sed in ultimo illorum Experimentorum Cursor medius ita disponendus erit, ut ipsius Punctum medium cum Centro Oscillationis totius Penduli coincidat. Querimus Cursorum dispositionem.

Problema hoc indeterminatum est; sed, inter casus possibiles, tales debemus eligere, qui ipsi scopo Experimenti satisfaciunt; hac de Causâ ponimus, applicatis tribus Cursoribus, Centrum Oscillationis coincidere cum hoc Centro, quando Cursores omnes remouentur; id est, Centri Oscillationis distantiam à Puncto suspensionis, neglectâ exiguâ fractione, esse polli-

\* 427. 801. cum 24 \*.

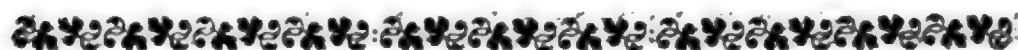
In hoc ipso Centro applicamus Cursorem medium, quo Centrum hoc non mutatur; junctisque aliis duobus Cursoribus, Pendulum consideramus ut for-

formatum ex duobus Pendulis junctis, quæ idem habent Punctum suspensionis; quorum primum constaret ex Regulâ ferreâ, & Curfore medio; secundum ex aliis duobus Cursoribus, Lineâ rectâ, inflexili, & sine pondere, junctis. In primo Pendulo distantia Centri Oscillationis est 24; ergo & in secundo separato eadem erit hujus Centri distantia à Puncto suspensionis. Hoc nunc secundum Pendulum solum examinabo, & Cursorum, id est Ponderum, situm indicabo.

Sint horum distantia à Puncto Suspensionis  $x$  &  $y$ ; prima est maxima; sit Pondus Cursoris  $p=7$ , &  $\frac{p x x + p y y}{p x + p y} = \frac{x x + y y}{x + y} = 24$  \* 474

Ergo  $x x - 24 x = 24 y - y y$ . Ad libitum determinamus  $y$ , & determinamus  $x$ .

Sit  $y=8$ , &  $x$  erit 28, & si  $y=10$ ,  $x$  valebit 28, 7. Et sic ulterius,  $y=12$ ,  $x=29$ ;  $y=14$ ,  $x=28$ , 7. &c.; quæcumque autem ex hisce Cursorum dispositionibus eligere possumus. Nunquam  $x$  superat 29; & hunc situm eligimus.



### C A P U T III.

#### *De Actionibus Virium, harumque Destructione.*

**V**Im, Corpori insitam; agendo consumi vidimus; 817.  
Actionemque sequi proportionem Vis amissæ \*; \* 709.  
Unde sequitur per ipsum Effectum Vim mensurari posse \*; hæc enim valet integram Resistentiam, aut Actio- \* 712.  
nem contrariam; quâ destruitur \*. Considerando nunc \* 361.  
Pressionem, cujus intensitas manet, & quâ Vis destrui-  
tur, demonstratione simili illi, quam de Genesi Virium  
proposuimus \*, constabit quoque, ejusdem Corporis Vi- \* 750.  
res esse ut quadrata Velocitatum, ut hoc vidimus \*. Sed \* 753.  
de novo Virium mensuram determinare, necesse non  
est; ex iis, quæ habuimus in Capite primo hujus Libri,  
quæ mensuram Effectuum spectant \*, deducimus. \* 713.

*Si Corpora agendo integras amittant Vires, Effectus 818.  
sequuntur rationem compositam Massarum, & Quadra-  
torum Velocitatum \*.* \* 757.

819. Hoc nunc Experimentis nobis illustrandum est ; sed tales debemus eligere Effectus , qui ad accuratam mensuram revocari possunt. Tales sunt partium Corporum Elasticorum inflexiones ; sed leges inflexionum talium nondum examinavimus, in ultimo Capite hujus Libri perpenduntur. Unicus casus hic usu venire potest , in quo nempe inflexiones sunt æquales , & similes. Ut has habeamus , Vires desiderantur æquales ; id est, Velocitatibus Corpora moveri debent, quarum Quadrata sint inversè ut Massæ \* ; aut, si cadendo Corpora Velocitates acquirant, ab altitudinibus demittenda sunt , quæ
- \* 758. sint in ipsâ illâ ratione inversâ Massarum \*.
- \* 790.

## E X P E R I M E N T U M I.

820. Ex Ebore formantur Cylindri duo AB, DC, quorum diametri sunt sesquipollicis ; hemisphericæ sunt extremitates A , D ; conicæ reliquæ B , C. Minoris longitudo est ferè duorum pollicum cum semisse ; alter duobus pollicibus longior est , & hujus pondus duplum exactè est ponderis alterius. Cum his cohærent Fila in extremitatibus conicis.

TAB.  
XXX.  
Fig. 1.

Desideratur ut in extremitatibus A & D Axium eandem habeat Ebur elasticitatem ; quod faciliè obtinetur si ex eodem Ebore Cylindri efficiantur, & ad illud attendamus, ut Puncta A, & D, coincidant cum Axe ipsius dentis.

Scrupulus omnis circa æqualitatem hanc Elasticitatis tolli potest, si duo Cylindri construantur æquales, & similes Cylindro DC ; demittantur hi à diversis, sed semper pro ambobus æqualibus, altitudinibus ; quod ut fiat, Filis suis ut Cc retinentur, quibus relaxatis impinguntur Cylindrorum partes, ut D, in superficiem horizon-

rizon-

horizontalē, gravioris frusti Marmoris cerulei, probè firmati; paululum madefacienda est superficies, ut color magis sit intensus. In impactionibus partes elasticæ intropremuntur, Maculasque notabiles admodum, & circinnatas, Cylindri in Marmore, aut potius in humido vapore quo obtegitur, imprimunt. Si amborum Cylindrorum Maculæ, ubi ab æqualibus altitudinibus descendunt, in omni casu sint æquales, eandem Cylindros, in locis ut D, Elasticitatem habere extra dubium erit. His expertis, unus ex Cylindris à parte C minuendus est, ut magnitudinem habeat AB, id est dimidium ponderis sui amittat.

Si nunc Cylindrus CD demittatur ab altitudine novem pollicum, & AB ab altitudine octodecim pollicum, Maculæ in Marmore erunt quàm exactissimè æquales.

Si AB ab altitudine trium pedum, id est prioris quadruplâ, ut Velocitas sit dupla, demittatur, Macula major erit, & diametri erunt ut 5 ad 6 proximè.

Effectus quoque Virium habemus, qui ad mensuram 821. revocantur, si intropremendo Corporum mollium partes Vires consumantur. Argilla omnium maximè commodè adhibetur; sed illam, ex quibus vasa fictilia, maximè vulgaria, & vilioris pretii, efficiuntur, eligimus. Hæc pura desideratur, & admixtâ aquâ ita temperanda est, ut quidem inquinet manus, non autem adhæreat. Præterea sibi ubique similis desideratur; quod ut obtineatur, partes benè aggeruntur.

Ubi massa ex tali Argillâ flectitur, fatiscit, & in quibusdam locis separatio partium datur; quando hanc habet proprietatem, partes, quæ intropremuntur, dum cedunt, inter adjacentes vicinas penetrant.

Si

822. Si aliam Argillam, magis albam, & ad naturam Cretæ accedentem, adhibeamus, non faciliè fatiscit, & partes etiam difficulter inter adjacentes penetrant, dum cedunt; sed has potius remouent; quod pro diversâ naturâ Argillæ diversimodè contingit. Hac de causâ solâ Argillâ, primùm indicatâ \*, utor; quia quid huic contingere debeat ratiocinio detegere possumus; Effectus omnes fixis regulis subjiciuntur, prævideri possunt, & Experimenta ratiocinia confirmant. Alia si adhibeatur Argilla diversos habemus Effectus, pro ut magis, aut minus, cum indicata Argillâ congruit illa; quæ adhibetur. Casu tantùm in hanc observationem incidi; nam per plures annos, cum uterer Argillâ, quam ad manus habebam, Experimenta omnia exactissimè inter se respondere, & cum Regulâ convenire, ad quam ipsa Experimenta me deduxerant, semper observaveram. Ante paucos autem annos, cum aliam adhiberem Argillam, & Experimenta inter se non ut ante responderent, cum curâ rem examinavi; faciliè percepi Cavitatem, in hoc ultimo casu, pro parte formari, non introcessione, sed potius recessu partium, & Effectum per aliam Regulam, mihi ignotam, ad mensuram debere vocari.
823. Hac de causâ ad primam Argillam redeundum mihi esse percepi, & sola adhibenda esse Corpora mollia, quæ surpa indicatam proprietatem habent \*, de his enim solis in sequentibus ratiociniis agitur.
824. Si Cavitatis latitudo magna sit respectu profunditatis, ratiocinia in hac ipsâ Argillâ locum non habent; quia in hoc casu, quæcunque sit natura Argillæ, faciliè partes lateraliter cedunt, & pars tantùm Cavitatis, harum introcessioni, tribuenda est.

*Quando*



*Quando Corpus, Cavitationem formando in Corpore molli, 825.*  
 cujus partes similes sunt, & æqualiter cohærent, & compressæ ita cedunt, ut inter vicinas penetrent, quale supra indicavi \*, *Motum amittit*, superat Pressionem, quâ \* 821.  
 partes inter se cohærent, & Resistentiâ, quam hanc superando Pressionem patitur Corpus motum, Vis hujus minuitur, & tandem in totum destruitur: *Effectus ergò Vis*  
*in hoc casu, dum Corpus amittit Motum, est separatio*  
*partium Corporis mollis, quæ juxta se invicem mo-*  
*ventur; qui Effectus proportionem sequitur numeri particu-*  
*larum motarum, & spatii ab his, in motu juxta se invicem,*  
*percurfi; & sive hoc lentius, sive celerius, fiat, cohæsi-*  
*o superanda eadem est; unde deducimus, Vires esse æquales, 826.*  
*quæ formando in eodem Corpore molli, Cavitates æquales,*  
*& similes, consumuntur; sive longiori, sive breviori, tem-*  
*pore hæ efficiantur.*

EXPERIMENTUM 2.

In hoc Experimento utimur Machinâ, præcedenti 827.  
 Capite explicatâ \*: Huic jungimus Pyxidem, aut potius \* 760.  
 Solidum ligneum AB, cujus crassities est ferè duorum TAB.  
 Pollicum cum semisse; excavatum est in CD; Cavitationis XXVIII.  
 longitudo quatuor Pollices superat, latitudo est duorum Fig. 8.  
 Pollicum, & profunditas unius Pollicis; scissuræ duæ  
 EF, EF, per lignum penetrant. Firmatur Solidum hoc  
 Cochleis duabus, ut G, per Tabulam, cui applicatur,  
 & per scissuras, penetrantibus. Caput H ad posticam  
 Tabulæ partem retinet Cochleam, & extremitas ultra  
 scissuram transit, ut, auxilio Cochleæ exterioris L, quæ,  
 interpositâ Lamellâ cupreâ m, anteriorem Solidi superficiem comprimit, hoc ipsum firmetur.

Solidi cavitas Argillâ, de quâ suprâ egimus \*, reple- 828.  
 tur; \* 821.  
 Gg



TAB.  
XXVII.  
Fig. 1.

tur; prominentem Laminâ lignâ, quæ ab unâ parte tenuior est, ibique leviter oleo illinita, abradimus, ut superficies exactè plana sit. Applicatur Solidum Tabulæ BC, Cochleis penetrantibus per foramina f, f, & per scissuras Solidi, ut diximus. In hoc situ, Linea *on* (TAB. XXVIII. Fig. 8.), quæ Tabulam tangit, est in situ verticali, & cum medio ipsius Tabulæ congruit. Solidum, propter scissuras, potest, servato hujus situ verticali, elevari, & deprimi, & inter certos limites, ad altitudinem quamcunque firmari.

829. Remotum nunc est Rectangulum *s*, solo *r* utimur,

\* 769. suspenso ut antea vidimus\*.

\* 771. Huic jungimus \* unum ex Solidis, de quibus antea \*

\* 738. & quidem illud quod in H (TAB. XXVIII. Fig. 7.) exhibetur; cylindricum hoc est, sed cono terminatur, cujus sectio per axem Angulum dat 85. gr. Quando *r* quiescit, in situ quem spontè acquirit, vertex hujus coni exactissimè tangit Argillæ superficiem, si in dispositione uncorum, quibus Fila, cum *r* cohærentia, sustentur, ad illa attendamus, quæ in N. 766. indicata sunt.

830. Filo trahitur Rectangulum *r*, ut elevetur; & quando relaxatur, impingitur in Argillam, & Conus cavitatem efficit. Velocitas, quâ Corpus in Argillam impingitur,

\* 737-775. divisionibus Regulæ VX determinatur\*; Regula hæc ita firmanda est, ut hujus extremitas X, quiescente Cor-

\* 775. pore, cum hujus Filis exterioribus conveniat\*.

831. Rectangulum solum cum Cono, quam Massam dicimus

TAB. XXXI. *unum*, Velocitate duodecim in Argillam impingitur, & Cavitates formatur, cujus veram magnitudinem in A. exhibemus.

Mutatur situs Pyxidis, quæ Argillam continet, ut Cavitates,

vitæ, ad distantiam ad minimum unius Pollicis à primâ, ipsi imprimi possit.

Massa Corporis agitati mutatur ita, ut valeat novem \*; Fila nunc, quæ Corpus sustinent, longiora fiunt; quare hoc elevandum erit \*, ut exactè detur ad eandem altitudinem quàm in primo tentamine. Si tunc Corpus hoc, Velocitate quatuor, in Argillam impingatur, efficiet Cavitatem exactissimè æqualem priori A.

TAB.  
XXXI.  
Fig. 6.  
\* 774.  
\* 769.

Velocitates in hisce duobus casibus sunt 12. & 4; id est, sunt ut 3. ad 1; Massæ sunt ut 1. ad 9; id est, sunt inversè ut quadrata Velocitatum; ergò Vires, quæ efficiendo Cavitates æquales, & similes, destructæ fuere, æquales erant \*.

\* 758.

Adhibitis Corporibus directè cadentibus idem demonstramus.

# M A C H I N A,

*Quæ Corporum, directè cadentium, Vires conferuntur.* 833.

Afferis AB longitudo est unius pedis; latitudo decem pollicum; crassities pollicum duorum. Excavatur hic in *a b c d* ad profunditatem unius pollicis cum semisse, & cum pedibus EE, E-E, quibus sustinetur firmiter connectitur.

TAB.  
XXXII.  
Fig. 2.

Pedibus hisce, in angulis ipsius Afferis, etiam insunt Columnæ lignæ quatuor CD, CD, CD, CD. Columnarum altitudo excedit paululum pedes tres. Duæ, quæ pede eodem, juxta latitudinem Afferis posito, inhærent, regulis minoribus *ee, ee; f, f; g, g; h, h;* junguntur ita, ut Regula RR, posita inter minores respondentes, parallela sit superfici ei Afferis.

Tres Globi (Fig. 3.) æquales, ex ære, quorum diametri sesquipollicis æquales sunt, usu veniunt: solidus unus

Gg 2

est

est C, reliqui duo cavi; constant hi singuli ex Hemisphæriis duobus A, *a*, & B, *b*, quæ Cochleâ junguntur. Globorum pondera sunt inter se ut unum, duo, tria.

- \* 821. Ubi Experimenta instituenda sunt, Argillâ \* replètur cavitas *abcd*, & Tabellâ lignèâ, quod ex Argillâ prominet, abraditur; ut hujus superficies non modò exactè plana sit, sed & idem efficiat planum cum illo, quod ex Asseris superficie superest, Cavitatemque cingit.

Regula memorata R R inferius paululum, juxta longitudinem, excavata est, ut Globum quemcunque recipiat, dum manu M tenetur, ut in G exhibetur. In hoc situ inferius Globi punctum ab Argillæ superficie distat pollicibus novem. Distantia hæc dupla est, si Regula R R transeat inter regulas *f, f, f, f*; si inter Regulas *g, g*, tripla; quadrupla si inter *h, h*.

Hæc autem distantia paululum plerumque minuenda est, sed inæqualiter in diversis circumstantiis; applicatur tunc Globus extremitati Cochleæ I, quæ per Regulam R R transit, & magis aut minus potest transmitti.

#### EXPERIMENTUM 3.

Leviorem Globum vocamus primum; secundum dicimus illum, cujus pondus duplum est; tandem Globum solidum vocamus tertium, cujus pondus est primi triplum.

824. Positâ Regulâ R R, inter regulas *e, e* successivè demittantur Globi secundus & tertius, hisce Oleo antea illinitis; hi Argillâ pro parte immerguntur Cavitatesque formant, eò majores quò Globi graviores sunt. Cavitates sunt B, C, quæ repræsentantur in Fig. 4., reductis dimensionibus ad semissem. Punctis notatæ lineæ Cavitatum profunditates demonstrant.

TAB.  
XXXII.  
Fig. 2, 4.

Si Regula RR posita sit inter Regulas  $f, f$ , & Globus primus demittatur, Cavitas iterum erit B (Fig. 4.).

Si RR detur inter  $g, g$ , & Globus primus demittatur, Cavitas erit C (Fig. 4.).

Et in genere Cavitates non differunt quando Altitudines sunt inversè ut Massæ, in quo casu Vires sunt æquales \*.

\* 790.

Ut omnis scrupulus, qui ex Cavitatis profunditate 835. oriri posset, removeatur, Globus cavæ superficiei Regulæ applicatur, & demittitur; mensuratur Cavitatis diameter, & adeundo Tabulam, Scholio primo sequenti contentam, Cavitatis profunditas detegitur, quæ partibus centesimis diametri Globi exprimitur. Cochlea I, ultra superficiem cavam Regulæ promovetur, quantum valet detecta profunditas; Experimentum repetitur, applicato Globo extremitati ipsius Cochleæ, nova formatur Cavitas in alio Argillæ loco, &, neglectâ primâ, hanc consideramus.

Diximus ulterius ad Tempus in quo Cavitas effici- 836. tur non esse attendendum; quia Effectus est determinatus. Pressio destruit Vim; si per minus tempus agat, celerius agit; & quando Spatium percursum est idem, Actio est eadem \*; quod ad singulas partes minimas \* 728. ipsius Effectus referri debet. Vis autem, quæ destruitur, Actioni, quæ ipsam destruit, æqualis est \*; hæc omnia \* 709. ex iis, quæ antea habuimus, sponte fluunt; Experimentis tamen rem ipsam illustrabo.

EXPERIMENTUM 4.

Adhibemus Machinam cum Pendulo composito suprâ 837. descriptam \*. Pendulo OQ \* tres applicamus Curses \*, ad Distantias à Centro Motûs ad libitum sumtas; \* 732. TAB. XXV. Fig. 2. \* 735.

Gg 3

ita \* 738.

ita tamen, ut ambo extremi, ad minimum, sex Pollicibus ab extremitatibus Regulæ OQ distent.

\* 738. Solida \* duo Singulis Cursoribus jungimus.

\* 827. Utimur Pyxide, quæ Argillam continet \*, ut in præcedenti Experimento 2<sup>do</sup>. Conjungitur Pyxis hæc cum Tabulâ ABC, & ad altitudinem quamcunque potest firmari, transmissis Cochleis per foramina ut *d, d*.

Ut in secundo Experimento Pyxis verticalis est, & hujus latus *on* (TAB. XXVIII. Fig. 8.) congruit cum Lineâ verticali, per medium Tabulæ ductâ; & quiescente Pendulo, si Cursor Pyxidi respondeat, vertex Coni, quo terminatur Solidum, cum Course conjunctum, ad Argillæ superficiem pertingit.

TAB. XXX. Fig. 2. Tres Cursores indicati, Pendulo OQ applicati, sunt A, B, C; conii *g, b*, similes sunt; Pyxis firmatur ita, ut respondeat Cursori A, elevatur Pendulum ad altitudinem quam Indice determinamus, Ex. gr. 40. aut 45 divisionum; sibi permittitur, & Vim amittit, dum imprimit Cavitatem Argillæ.

TAB. XXX. Fig. 3. Mutatur situs Pyxidis, ut respondeat Cursori B, sed ita illa firmatur, ut alii loco superficiiei Argillæ respondeat Cursor. Elevatur Pendulum, ad eandem altitudinem quam in præcedenti casu, & eadem Vis destruitur, Course B in Argillam agente.

TAB. XXX. Fig. 4. Tandem Cursor C, cujus Conus mutatur, ipsi jungendo *g* aut *b*, in cujus locum substituitur *i*, tertiam efficit Cavitatem, dum Pendulum, eodem modo, ut in duobus præcedentibus tentaminibus, agitur, Vim amittit.

Tres hæ Cavitates sunt similes, & æquales; quantumvis Tempora, quibus efficiuntur, differant.

EXPE-

EXPERIMENTUM 5.

Positis, quæ in præcedenti Experimento fuere expli- 838.  
cata; Pendulo O Q duos jungimus Cursores A, B, cum TAB.  
Solidis suis; cum primo in *h* cohaeret unum ex iis Conis, XXX.  
quibus cavitates, in præcedenti Experimento, fuere Fig. 5.  
effectæ.

Applicatur Pondus P \*, duarum Librarum, ad di- \* 744.  
stantiam quindecim Pollicum à Puncto suspensionis, &  
elevato Pendulo ad altitudinem quæ vix deficit à tri-  
ginta octo divisionibus, amittat hoc Vim, cono *h* in  
Argillam incurrente.

Tollitur P, & Pondus T, quod semi-libram valet \*, TAB.  
ad distantiam triginta Pollicum à Centro motûs firma- XXX.  
tur; cætera manent. Elevatur Pendulum ad altitudinem Fig. 6.  
quadraginta divisionum cum semisse & etiam Cavitatem \* 744.  
efficit conus *h*; Cavitates erunt æquales. Distantia 15,  
& 30. Pollicum mensurantur à punctis mediis Ponde-  
rum.

Experimento 4<sup>to</sup> Capitis præcedentis constat Velocita- 839.  
tem Coni *h*, in utraque impactione, fuisse eandem; ideò,  
cùm Cavitates fuerint æquales, & similes, clarum est,  
æqualibus temporibus hæc fuisse formatas. Si nunc huc  
referamus, quæ, occasione 3<sup>ii</sup>. Exp. Capitis præcedentis,  
dicta fuere \*, constabit, partes æquales harum Cavita- \* 788. 789.  
tum tribuendas esse Actionibus Corporum P, & T, quæ  
integras, & æquales \*, amittere Vires; nam agitata fuere \* 758.  
Velocitatibus in ratione 1. ad 2, dum Massæ erant ut  
4. ad 1, inversè ut quadrata Velocitatum.

Quando Cavitas formatur, singula augmenta minora 840.  
sunt inter se ut numeri particularum quæ cedunt, & ut  
spatia, per quæ inter alias moventur; id est, augmenta  
hæc



hæc sunt ut Vires, quas Corpus hæc augmenta formando  
 \* 825.712. amittit \*: ideoque augmentorum summa, id est integra

841. *Cavitas, sequitur proportionem summæ Virium amissarum, id est, Vis amissa in formatione integra Cavitationis.*

842. *Idem ergo Corpus, determinatâ Velocitate motum, si consumat Vim intropremendo partes Corporis mollis, Cavitationem efficiet determinatæ magnitudinis, quamcunque figuram hæc habeat.*

#### EXPERIMENTUM 6.

843. Utimur Machinâ, quâ Experimentum 2<sup>m</sup>. huius Capituli demonstratur; hoc eodem modo ut illud peragitur; TAB. XXXI. Fig. 7. sed alius est Conus, qui, cum Corpore conjunctus, in Argillam incurrit.

Duos adhibemus Conos successivè diversos, qui in G & I exhibentur (TAB. XXVIII. Fig. 7.). Si primum per axem secemus, habemus Angulum 55 gr.; sectio secundi dat Angulum 102. gr.

\* 774. Conjuncto primo Cono cum Rectangulo, additoque Cylindro, ut Massâ sit tria \*, incurrat hoc, Velocitate decem, in Argillam, quiescit Corpus, & Cavitas exhibetur in B.

TAB. XXXI. Fig. 8. Sublato Cono, adhibitoque secundo, repetatur Experimentum, eâdem Velocitate, mutato situ Pyxidis, habemus Cavitationem C, quæ collata cum B, diametri sunt ut 3. ad 4.

844. Idem Corpus, eodem modo agitatum, has ambas impressit Cavitates; Vires destructæ fuere æquales; figuræ Cavitationum differunt; æquales tamen sunt. Nam ex indicatis Angulis 102. & 55. gr. sequitur, Cavitationum profunditates, datis Diametris ut 4. ad 3, esse ut 9, ad 16, ut quisque, si figuram delineaverit, aut ex Tabulis Sinuum





efficitur. Quo iterum confirmatur, Vim destructam sequi rationem ipsius Cavitatis.

849. Viginti septem percussiones æquales dant Cavitatem, cujus diameter est tripla, & quæ ipsa vicies & septies primam superat. \*

\* 12. El. XII.

850. Circa hoc Experimentum observandum, aliquando, repetitis illis ictibus, qui in eundem superficiem locum Argillam feriunt, hanc elasticitatem quandam acquirere; tunc post ictum non in Cavitate hæret Conus, & Experimentum non procedit; sed Cono, singulis vicibus, ad ultimam usque, in Cavitate hærente, semper benè procedit.

851. In duobus ultimis Experimentis Cavitates fuere similes, sequentia ideo addam in quibus Figuræ differunt.

#### EXPERIMENTUM 9.

852. Hoc ut præcedentia instituitur, mutamus tantum Pondus Rectangulo insertum, & sit nunc Massa sex; Pondus potuisset servari. Incurrat Corpus, Velocitate octo, in Argillam; mensuretur diameter Cavitatis: fuit hæc in Experimento quod memoramus nonaginta & octo partium, quarum centum in Semipollice continentur.

TAB.  
XXVIII.

Fig. 7.  
\* 738. 829.

Toilius Conum; hic ille fuit qui notatur H, cujus sectio per axem in vertice dat Angulum 85. gr. \*, substituiamus Solidum L, quod terminatur Hemisphærio, cujus diameter Semipollicis æqualis est.

TAB.  
XXXI.  
Fig. 11.

Corpus iterum, eadem Velocitate octo, in Argillam impingitur; consumit Vim, efficiendo Cavitatem, quæ habet figuram segmenti Sphæræ; Cavitatis diameter etiam mensuratur, adhibitis partibus centesimis Semipollicis, & valet nonaginta quatuor partes.

Si datis hisce diametris, partium 98, & 94; adeamus

mus Tabulam, quæ in Scholio primo sequenti habetur \*, \* 867.  
detegimus magnitudines ipsarum Cavitatum esse 514  
& 508. id est, has ad sensum esse æquales.

Repetito Experimento Velocitate sex, Coni diame- 853.  
trum habuimus 81, & Segmenti diam. 85. Magnitudines  
Cavitatum nunc fuere 290, & 283; iterum ad sensum  
æquales; & nihil magis accuratum in his dari posse, Ta-  
bulæ ipsæ demonstrant. Hæ autem Vires se habent ad  
primas, ut 36 ad 64 \*; in quâ eadem ratione sunt hæ \* 753.  
ultimæ Cavitates ad primas 36, 64 :: 288, 512.

Cùm in hoc Experimento utamur minori Sphærâ, 854.  
(majore uti non possumus, ubi Machinam, quâ usi fui-  
mus, adhibemus), quis facile in suspicionem incidere  
potest, minores differentias non satis hac Methodo posse  
detegi; majores nunc perpendam Cavitates, quarum Fi-  
guræ sunt diversæ; notissimum enim est, ejusdem Sphæ-  
ræ Segmenta inæqualia non esse similia.

EXPERIMENTUM 10.

Redeundum nobis est ad Experimentum tertium hujus 855.  
Capitis \*. Vidimus Cavitates esse æquales, quæ Viribus \* 834.  
æqualibus fuere effectæ; de conferendis inter se iis, quæ  
Viribus inæqualibus fuere impressæ; nunc agitur.

Cavitates B, & C, habuimus, demissis Globis, se- TAB.  
cundo & tertio, ab altitudine novem Pollicum; ab ea- XXXII.  
dem altitudine demitto Globum primum, & datur Ca- Fig. 4.  
vitas A, Vires, quibus impressæ hæ tres fuere, sunt ut  
unum, duo, & tria \*. \* 748.

Demissis Globis, secundo, & tertio, ab altitudine  
octodecim Pollicum, duplâ prioris, vires sunt ut qua-  
tuor & sex \*; & Cavitates sunt D & E. \* 754.

Divisâ diametro Globi, quæ sesquipollici æqualis  
est,

est, in centum partes æquales, diametri Cavitatum, hisce partibus designatæ erunt, A, 65; B, 76; C,  $82\frac{1}{2}$ ; D, 87; E,  $93\frac{1}{2}$ .

\* 867. Segmenta ergo sunt 80, 162, 243, 320, 489\*; proximè ut 1. 2. 3. 4. 6. id est, ut Vires quibus Cavitates fuere impressæ.

856. Ex illâ eadẽ Propositione, Cavitates Viribus esse  
\* 841. proportionales\*, quam nunc variis Experimentis illustravimus, etiam deducimus, ad plures Cavitates referri posse, quæ de unicâ dicta fuere; & ex datâ Vi, quâ Cavitas formatur, determinabimus numerum Cavitatum, huic æqualium, quæ aliâ quacunque datâ Vi, effici possunt.

#### EXPERIMENTUM II.

857. Hoc Experimentum à penultimo, & quibusdã aliis, TAB. XXXI. vix differt.

Fig. 12. Rectangulum suspenditur; determinatur Massa ad libitum; sit hæc ex gr. duo. Cono utimur G (TAB. XXVIII. Fig. 7.), cujus sectio per Axem dat in vertice

\* 843. Angulum 55. gr. \*. Velocitate quinque impingitur in Argillam.

TAB. XXVIII. Fig. 9. Tollitur Conus, & substituitur Lamella Cuprea PQR; crucis figuram habet, cujus brachia horizontalia, quorum unum tantum apparet in R, breviora sunt aliis. Hæc quoque brachia minora perforata sunt, ut in/ videtur. Foramina Cochleæ duæ trajiciunt, quibus cum Rectangulo suspenso jungitur Lamina PQR. Adhibetur autem Rectangulum, in cujus anteriori superficie Foramina, quæ Cochleas recipiunt, in Lineâ horizontali sunt\*; ita ut P Q sit verticalis.

Huic parti P Q applicantur Coni quatuor S, S, S, S, quor-

quorum Bases cylindricæ sunt, ne nimium spatium occupent. Coni similes sunt illi, quem jam in hoc Experimento adhibuimus.

Servatur Massa Rectanguli, quæ valet duo; quatuor Conorum apices, quiescente Rectangulo, Argillam tangunt, sed ab hac non sustinentur. T A B.  
XXXI.  
Fig. 13.

Quando nunc Corpus in Argillam impingitur, quatuor Coni æqualiter in hanc penetrant, quatuorque Cavitates æquales efficiunt. Si Velocitas sit decem, dupla prioris, id est, si Vis sit quadrupla\*, Cavitates hæ æquales erunt priori; quam solam Corpus, Velocitate quinque, impressit. \* 753.

Generaliter demonstravimus, & Experimenta hoc plenissime confirmarunt, ad Tempus non esse attendendum, ut effectum determinemus quem Corpus præstat, dum Vim amittit. De ipso autem Tempore determinando, & diversis Temporibus conferendis inter se, quædam addam, & in Scholiis demonstrationes dabo. 858.

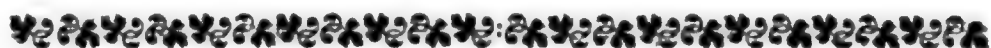
In nostrâ Machinâ, si Corpus, Cylindricè terminatum, Velocitate decem in Argillam impactum, ad profunditatem unius Pollicis in hanc penetret, Tempus Actionis in Argillam erit decimæ partis unius Minuti secundi; & hocce Tempus, mutato Cylindro, aut variatâ Corporis mollis Resistentiâ, quamdiu eadem Velocitate impactio sit, sequitur ipsius profunditatis rationem. 859.

Si Corpora sint diversa, Cylindrique diversas diametros habeant, Tempus sequitur rationem directam producti Masse per Velocitatem, & inversam ipsius basis Cylindri. 860.

Quando Cavitates sunt similes, utcunque inæquales, Cui Temporum sequuntur rationem directam Massarum, inversam Velocitatum Corporum. 861.

862. Si varia Corpora terminentur figurâ formatâ revolutione ejusdem Parabolæ circa Axem, & hæc juxta Axeos Parabolæ directionem ferantur, Temporum quadrata, sunt ut Massæ; idcirco idem Corpus, quacunque Velocitate feratur; positis memoratis circumstantiis, æquali Tempore Motum amittit.

Si Velocitate decem, in nostrâ Machinâ, Cavitatis profunditas sit unius pollicis, Tempus in hoc casu, & aliis, in quibus tantum Velocitas mutatur, erit duodecimæ partis unius minuti secundi. Si autem, manente Velocitate, profunditas mutetur, erit Tempus ut Profunditas.



#### S C H O L I U M I.

##### Comparatio Segmentorum Sphæræ.

863. **I**N quibusdam Experimentis \* hujus Capitis Tabulam, in hoc Scholio exhibendam indicavimus.

\* 852. 855. Hac Tabulâ comparamus inter se Conos similes, aut alia Corpora similia; nam hæc omnia sequuntur eandem rationem triplicatam Linearum respondentium, quales sunt Diametri Basium Conorum similium.

864. Etiam comparamus inter se Segmenta ejusdem Sphæræ, ex datis Segmentorum Diametris; quas mensuramus partibus, quarum centum in Diametro Sphæræ continentur.

Hemisphærium, quod est maximum Segmentorum minorum, ponimus continere partes mille, & hisce partibus reliqua Segmenta exprimimus.

865. Et ut Conos cum Segmentis conferamus, hisce iisdem partibus ipsos Conos mensuramus; si Diametri determinentur in partibus Centesimis Diametri Globi; positis Conis, quorum sectiones per Axes dant in vertice Angulos gr. 85.

866. Segmenta, quorum Diametri parum à Globi Diametro differunt, ex Tabulâ rejecimus; quia minima differentia in Diametris, magnæ admodum differentiæ in Cavitate respondet: minora quoque negleximus; quia & hæc nullius

\* 824. usus sunt in Experimentis \*.







T A B U L A,

*Quæ Sphæra Segmenta, & Coni, ex datis Diametris, conferuntur, diviso 867.  
Hemispheo in mille partes, & hujus Diametro in centum.*

| Diam. | Segment.<br>Profund. | Segm. | Coni. | Diam. | Segment.<br>Profund. | Segm. | Coni. |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|----------------------|-------|-------|
| 35.   |                      |       | 23.   | 68.   | 13.                  | 97.   | 172.  |
| 36.   |                      |       | 25.   | 69.   | 14.                  | 104.  | 179.  |
| 37.   |                      |       | 27.   | 70.   | 14.                  | 111.  | 187.  |
| 38.   |                      |       | 30.   | 71.   | 15.                  | 118.  | 195.  |
| 39.   |                      |       | 32.   | 72.   | 15.                  | 126.  | 203.  |
| 40.   |                      |       | 35.   | 73.   | 16.                  | 134.  | 212.  |
| 41.   |                      |       | 38.   | 74.   | 16.                  | 143.  | 221.  |
| 42.   |                      |       | 40.   | 75.   | 17.                  | 152.  | 230.  |
| 43.   |                      |       | 43.   | 76.   | 17.                  | 162.  | 239.  |
| 44.   |                      |       | 46.   | 77.   | 18.                  | 173.  | 249.  |
| 45.   |                      |       | 49.   | 78.   | 19.                  | 184.  | 259.  |
| 46.   |                      |       | 52.   | 79.   | 19.                  | 196.  | 269.  |
| 47.   |                      |       | 56.   | 80.   | 20.                  | 208.  | 279.  |
| 48.   |                      |       | 60.   | 81.   | 21.                  | 221.  | 290.  |
| 49.   |                      |       | 64.   | 82.   | 21.                  | 235.  | 301.  |
| 50.   | 7.                   | 26.   | 68.   | 83.   | 22.                  | 250.  | 312.  |
| 51.   | 7.                   | 28.   | 72.   | 84.   | 23.                  | 266.  | 323.  |
| 52.   | 7.                   | 30.   | 77.   | 85.   | 24.                  | 283.  | 335.  |
| 53.   | 8.                   | 33.   | 81.   | 86.   | 24.                  | 301.  | 347.  |
| 54.   | 8.                   | 36.   | 86.   | 87.   | 25.                  | 320.  | 359.  |
| 55.   | 8.                   | 39.   | 91.   | 88.   | 26.                  | 341.  | 372.  |
| 56.   | 9.                   | 42.   | 96.   | 89.   | 27.                  | 363.  | 385.  |
| 57.   | 9.                   | 45.   | 101.  | 90.   | 28.                  | 387.  | 398.  |
| 58.   | 9.                   | 48.   | 106.  | 91.   | 29.                  | 414.  | 411.  |
| 59.   | 10.                  | 52.   | 112.  | 92.   | 30.                  | 442.  | 425.  |
| 60.   | 10.                  | 56.   | 118.  | 93.   | 32.                  | 473.  | 439.  |
| 61.   | 10.                  | 60.   | 124.  | 94.   | 33.                  | 508.  | 453.  |
| 62.   | 11.                  | 64.   | 130.  | 95.   | 34.                  | 547.  | 468.  |
| 63.   | 11.                  | 69.   | 136.  | 96.   |                      |       | 483.  |
| 64.   | 12.                  | 74.   | 143.  | 97.   |                      |       | 498.  |
| 65.   | 12.                  | 80.   | 150.  | 98.   |                      |       | 514.  |
| 66.   | 12.                  | 85.   | 157.  | 99.   |                      |       | 530.  |
| 67.   | 13.                  | 91.   | 164.  | 100.  | 30.                  | 1000. | 546.  |

## S C H O L I U M II.

*De Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, generaliter.*

868. **U**T Tempora determinemus, quibus Corpora, in Corpora mollia, incur-  
rentia, Cavitates imprimunt; & ut conferamus Tempora quibus di-  
versæ partes ejusdem Cavitatis formantur, debemus ad Massam, ad Velo-  
citatem, & ad Figuram, Corporis impacti, attendere; & in antecessum  
Resistentia ex cohæsiōe partium Corporis molli Experimentis determi-  
nanda erit.
869. Datâ ergo Cavitate, quæ impactione Corporis, cujus Massa, & Velocitas,  
dantur, effecta fuit, ponimus de eodem Corpore molli agi in aliis impactio-  
nibus. Hujus Corporis Superficiem ponimus planam; impactionem esse di-  
rectam; & ipsum Corpus molle formare Obstaculum immobile.  
Ex Cavitate datâ in uno Experimento, Cavitatem in alio Casu quoque,
- \* 841. si detur Vis Corporis, determinatur\*; ponimus ergo notam Cavitatis  
profunditatem.
870. Sit profunditas hæc AB; sit AIC Curva, cujus revolutione circa Axem  
TAB. AB, Corporis figura fuit determinata; Curvam hanc vocamus *Lineam*  
XXXII. *Figura.*
- Fig. 5. Secundam concipimus Lineam ALD, quæ eundem Axem habeat AB;  
871. sed cujus ordinatæ, ut HL, rationem sequuntur duplicatam respondentium  
ordinatarum, ut HI, in primâ Curvâ; id est, HL est ut quadratum Lineæ HI;  
&, ex notâ primâ Curvâ, detegitur secundâ. Si Corpus ipsum secetur pla-  
no, ad Axem perpendiculari, sectio erit ut quadratum HI, id est ut HL,  
& Curva ALD soliditatem Corporis repræsentabit, quæ cum Cavitate con-  
gruit. Lineam hanc vocamus *Lineam Cavitatis*.
872. Superficies ABD integram Cavitatem exhibet; & superficies AHL pro-  
portionalis est portioni Cavitatis effectæ, quando Corpus ad profunditatem  
AH penetravit in Corpus molle. Superficies HLBD repræsentat illud,  
quod de Cavitate efficiendum superest, ut tota Vis destructa sit; id est,  
superficies hæc HLBD proportionalis illi parti ipsius Vis, quam Corpus  
873. superstitem habet quando ad profunditatem HA est immersum\*: Hæc  
\* 841. ergo superficies proportionalis est quadrato Velocitatis Corporis, in hoc  
ipso momento.
874. Tertiam nunc concipimus Lineam EMB, quam vocamus *Lineam Velo-*  
*citatis*. Axis iterum est AB; Basis AE repræsentat Velocitatem, quâ Cor-  
pus projectum ad superficiem Corporis molli accedit; Velocitas decrescit,  
& ubi Cavitatis profunditas est HA, Velocitas Ordinatæ HM proportio-  
nalis est. Hujus Curvæ hæc est proprietas, quadratum Ordinatæ, ut HM,  
\* 873. proportionem sequi superficiei HBDL\*; quare, concessis Figurarum qua-  
draturis, ex datâ Curvâ ALD, hanc ipsam EMB determinamus.
875. Ex notâ Lineâ Velocitatis, quartam deducimus, quam *Lineam Temporis*  
vocamus, cujus hæc est proprietas. Basis BF exprimit integrum Tempus,  
quo Cavitas imprimitur, & tota Vis consumitur; ordinata HG indicat Tem-  
pus, quo Corpus ad profunditatem AH penetravit.  
Differentia inter hanc ordinatam HG, & sequentem hg, nempe ng, re-  
præ-

præsentat momentum Temporis, quo Spatiolum  $Hb$ , Velocitate  $HM$  fuit percursum, id est,  $HM \times ng$  sequitur rationem ipsius  $Hb$  \*; quod spatiolum, si constans concipiatur, dabit constans productum  $HM \times ng$ . \* 111.

Ergo, constans spatiolum  $Hb$  est ad  $ng$ , ut Ordinata  $HM$  ad constan- 876.  
tem quandam Lineam; quæ proprietas ipsam Curvam Temporis determi-  
nat. Hanc autem, propter evanescentem Velocitatem in  $B$ , Linea  $BF$  tan- 877.  
git in vertice  $F$ .

Si Corpus, servatâ Velocitate primâ  $AE$ , motu uniformi, percurreret 878.  
 $AB$ , Tempus uniformiter cresceret, & omnes Lineolæ  $ng$ , positæ æqua-  
libus  $Hb$ , æquales forent, & Curva in Rectam converteretur, quæ in  $A$   
cum illâ coincideret, id est, ipsam tangeret. Sit hæc tangens  $AN$ ; tunc 879.  
 $BN$  se habebit ad  $BF$ , ut Tempus, quo Corpus, Velocitate quâ in Cor-  
pus molle incurrit, spatium  $AB$  percurreret, ad Tempus, quo Cavitatem  
formando Vim amittit.

Si pro variis impactionibus tales formemus figuras, & æquales quanti- 880.  
tates in omnibus, æqualibus Lineis designentur, eo ipso comparamus inter  
se, quæ ad hos diversos casus spectant.

### S C H O L I U M III.

*Demonstrationes N. 859. 860. 861.*

**I**N applicatione Theoriz, in præcedenti Scholio explicatz, quæ admo- 881.  
dum universalis est, sæpe magna occurrit difficultas; quia in Curvas,  
Mechanicas dictas, incidimus; & tunc, si per Algebram ad expressiones  
Arithmeticas tendamus, ad Series infinitas plerumque recurrendum est. In  
quibusdam tamen casibus omnia Geometricis Lineis absolvuntur, ut exem-  
plis sequentibus patebit.

Agatur de Cylindro recto, juxta Axis directionem moto, perpendicu- 882.  
lariter in superficiem Corporis molli incurrente.

Linea Figuræ est recta  $Axi$  parallela; talis etiam est Linea Cavitatis \*, 881.  
eâdem  $aC$  has ambas repræsentamus. Ponimus  $AE$  repræsentare Velocita-  
tem, quâ Corpus projectum ad superficiem Corporis molli accedit, Li-  
neamque Velocitatis esse  $BME$ , cujus ordinata, ut  $HM$ , rationem sequi-  
tur subduplicatam Rectanguli  $IHC B$  \*: hoc autem Rectangulum ubique  
est ut abscissa respondens; ergo quadratum Ordinatz est ut Abscissa, quæ  
est Parabolæ conicæ proprietas \*. \* 873.

Ut Lineam Temporis nunc detegamus, ponimus  $BN$  proportionalem 882.  
Tempori, quo  $AB$  percurri potest à Corpore, eâ Velocitate moto, quâ  
in Corpus molle impactio fit; eritque  $AN$  Tangens ad Curvam in  $A$  \*. \* 878.

Sit ipsa Curva  $AF$ ; cujus Axis  $FQ$ .

Si in  $G$  ad Curvam erigatur perpendicularis  $GR$ , Triangulum rectan-  
gulum  $GRO$  simile erit Triangulo rectangulo  $Gng$ ; propter Angulos  
æquales  $RG O$  &  $ngg$ ; nam  $gGO$  est utriusque complementum ad An-  
gulum rectum. Ergo  $Gn$ , aut  $Hb$ , se habet ad  $ng$ , ut  $GO$ , ad  $OR$ ;  
id est,  $GO$  ad  $OR$ , ut  $HM$  ad constan-tem Lineam \*; sed ut vidimus, \* 876.

\* 871.  
TAB.  
XXXII.  
Fig. 6.

\* La Hire  
sect. con. lib.  
3. Prop. 1.

\* 1a Hirc  
 3. prop. 1.  
 \* ibid. lib.  
 3. prop. 19.  
 \* ibid. lib.  
 1. prop. 30.

in hac Figurâ, HM sequitur rationem radicis quadratæ Abscissæ BH, an- FO; ergo GO ad OR, ut radix quadrata Abscissæ FO ad constantem; unde sequitur Curvam AGF quoque esse Parabolam conicam; nam in hac GO sequitur rationem subduplicatam ipsius FO \* & OR est constans \*.

Ex his sequitur FP & FQ, aut AB, esse æquales \*; & æquales quoque FN, BN. Quare Tempus quo Cavitatis imprimitur, quod ipsi BF proportionale est, duplum est illius, quo Corpus, Velocitate quâ fuit impactum, potuisset percurrere spatium æquale profunditati Cavitatis; quod Tempus Lineâ BN fuit designatum \*.

\* 879.  
 883.

Si hæc velimus applicare Exemplo in N. 859. proposito, hæc aliunde nota ponimus; Corpus, Machinæ nostræ applicatum, descendere ad profunditatem unius Pollicis, positâ Velocitate 14, 6. Etiam Experimentis, cum Pendulis institutis \*, detectum fuisse, Corpus, cadendo ab altitudine decem Pedum Rhenolandicorum, Velocitatem acquirere, quâ in uno minuto secundo percurreret Pedes tales viginti quinque.

\* 415. 470.

Altitudo hæc se habet ad altitudinem unius Pollicis, ut 120. ad 1; ergo Corpus, cadendo ab altitudine unius Pollicis, Velocitatem acquirit, quâ in uno minuto secundo percurritur spatium 27, 4. Pollicum \*; hæcque est in nostrâ Machinâ Velocitas, quam dicimus 14, 6., quæ se habet ad 10, ut 27, 4. ad 18, 7. Ergo *Spatium percursum in uno minuto secundo, Velocitate quam in Machinâ dicimus decem, est poll. 18, 7.*; & Tempus, quo Pollex unus percurritur, est 0'', 051.; cuius duplum, Tempus nempe quo Cavitatis, uno Pollice profunda, efficitur, est 0'', 102., quod Tempus vix superat illud quod occasione N. 859. indicavimus.

\* 374.

884.

885.

Si agatur de alio casu, clarum est Tempus mutari ut BF, quæ sequitur rationem ipsius BN. Hæc autem, si Velocitas maneat, sequitur rationem Profunditatis AB, ut in eodem N. 859. diximus.

886.

Si Velocitas mutetur, Tempus, in quo Linea ut AB percurritur, minuitur, ut augetur Velocitas, & est BN, ideoque BF, *inversè ut Velocitas.*

887.

Generaliter Tempus est directè ut Profunditas & inversè ut Velocitas.

888.

Ex hisce facillè deducimus, quæ casus diversos peculiares spectant quamdiu de Corporibus Cylindricis agitur.

889.

\* 11. 14. El.  
 X 11.

Sit  $p$  Profunditas;  $d$  Diameter;  $M$  Massa;  $v$  Velocitas; Cavitatis erit  $p d d$  \*, quæ valet Vim  $M v v$  \*. Unde deducimus  $\frac{p}{v} = \frac{M v}{d d}$ : Sed  $\frac{p}{v}$  est ut

\* 757. 845.

\* 887.

Tempus \*; ergo hoc ut  $\frac{M v}{d d}$ ; ut in N. 860. diximus.

890.

\* 840.

Quando Corpus, efficiendo Cavitatem cylindricam, amittit Vim, ex hac continuo amittit pro ratione spatii percurri \*; eodem modo ut Corpus in altum projectum \*; eadem ergo, cum hoc, Legi retardationis subijcitur; id est, minuitur Velocitas aequaliter, Temporibus aequalibus \*.

\* 370. 377.

378. 754.

\* 377.

891.

Ponamus nunc Corpus terminari figurâ, quam efficit Parabola, circa Axem revoluta.

TAB.

XXXII.

Fig. 7.

Sit AIC Parabola hæc; quæ est Linea Figuræ, cuius Axis est AB, qui etiam est axis Cavitatis. Linea Cavitatis est recta ex Vertice ducta ALD; nam

nam

nam Quadratum Ordinatæ HI est ut AH\*, cuius rationem quoque sequitur HL\*; quare HL ut quadratum HI, quæ est Lineæ Cavitatis natura\*.

Sit Linea Velocitatis EMB; quadratum Ordinatæ, sequitur rationem superficiei LHBD\*, quæ est differentia Triangulorum ADB, ALH; similia hæc Triangula sunt ut quadrata laterum AB, AH\*; ergo quadratum Ordinatæ HM, quod est ut differentia Triangulorum, est etiam ut differentia horum quadratorum. Unde patet Lineam BME, esse Circulum, aut Ellipsin; si enim Centro A, radio AB, quadrans Circuli describatur BME; quadratum HM æquale erit differentiæ quadratorum AB & AH. Si pro Circulo Ellipsis adhibeatur, non æqualitatem hanc habebimus, sed Ordinatæ erunt in eadem ratione\*.

Velocitatis Linea, Temporis Lineam determinat\*; in hoc autem casu in Mechanicam Lineam incidimus; sed si Circulum adhibeamus pro Lineâ Velocitatis, non aliâ Temporis Lineâ indigemus: Vidimus enim Lineam Velocitatis, Penduli, in Cycloide agitati, etiam esse Circulum, & Tempus determinari per hujus circumferentiam\*; quod & hic locum habebit. Tempus quo Corpus penetrat ad Profunditatem AH, se habet ad Tempus quo integram efficit Cavitatem, ut Arcus EM, ad Circuli quadrantem EMB.

Spatiolum, infinitè exiguum, Aa percurritur Velocitate, quâ impactio fit; & Tempus, quo percurritur, representat Arcus Ee, ipsi Aa æqualis; ergo, si Corpus, hac eadem Velocitate motum, percurrat Circuli quadrantem EMB, hoc faciet Tempore, quo ipsa Cavitates efficitur. Hoc Tempus ergo se habet ad Tempus quo Corpus, Velocitate, quâ impactio fit, percurreret Cavitatis Profunditatem, ut Circuli quadrans ad Semidiametrum. Si AB sit unius Pollicis EMB valebit Pol. 1, 57. Velocitate, quam in nostrâ Machinâ dicimus decem, Corpus in uno minuto secundo percurrere potest Poll. 18, 7\*; in duodecimâ parte hujus Temporis percurrit fere Poll. 1, 57, & hocce Tempore Cavitates efficitur; ut occasione N. 862. indicavimus.

Si, manente Corpore, Velocitas mutetur, Cavitates, quam superficies ADB representat\*, mutatur ut Quadratum Velocitatis\*; superficies hæc sequitur rationem Quadrati Lineæ AB\*, Profunditatem Cavitatis exhibentis; ergo Velocitas est ut Profunditas; & variatâ hac, æquali Tempore tamen percurritur\*: unde sequitur æquali Tempore semper Cavitatem effici\*, ut quoque observavimus occasione N. 862.

Si, manente Velocitate, Profunditas Cavitatis, quacunque de causâ, mutetur, in ratione mutata Profunditatis variatur Tempus, quo hæc percurri posset eadem illâ Velocitate\*; illud autem constantem rationem habet ad Tempus, quo Cavitates efficitur\*; quod ergo in eadem ratione quoque variatur.

Sequenti Regulâ etiam determinamus hoc ipsum Tempus, quo Cavitates imprimitur; est ad Tempus, quo Corpus cadendo acquirit Velocitatem, quâ impactio fit, in ratione compositâ, Profunditatis Cavitatis ad altitudinem, à qua Corpus cecidit, & quadrantis circumferentia Circuli ad Diametrum.

Tempora hæc sunt inter se, in ratione compositâ Temporis, quo Cavitates imprimitur, ad Tempus quo Corpus Velocitate, quâ impactio fit, Profunditatem Cavitatis percurrere posset, & ratione hujus ultimi Tempo-

\* La Hire  
sect. con. lib.  
3. prop. 1.  
\* 4. El. VI.  
\* 871.

\* 874.  
\* 19. El. VI.  
892.

\* La Hire  
sect. con. lib.  
3. prop. 3.  
893.  
\* 876.

\* 461.

894.

\* 884.

895.

\* 846.  
\* 871.  
\* 19. El. VI.  
\* 119.  
\* 894.

896.

\* 120.

\* 894.

897.

898.

- ris ad Tempus casus per dictam Altitudinem. Prima ratio illa est, quæ  
 \* 894. datur inter quadrantem Circuli & semidiametrum \*. Secunda ratio coin-  
 cidit cum ratione Profunditatis Cavitatis ad indicatam Altitudinem, dupli-  
 \* 120. 376. catam \*. Ratio composita non mutatur, si duplicato uno consequenti,  
 alterum ad dimidium reducamus; si pro semidiametro integram ponamus,  
 & pro Altitudine duplicatâ ipsam simplicem adhibeamus, habemus quod  
 demonstrandum erat.

## S C H O L I U M IV.

*De Conferendis Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, datis Figuris quibusdam peculiaribus.*

899. **C**urvas vocabimus analogas, quarum Ordinate sunt proportionales, quæ  
 Abscissis proportionalibus respondent.
- TAB. Curvæ FAG, OHP, quarum Axes sunt AC, HL, sunt Analogæ, quia  
 XXXII. sumtis ad libitum AB, AC :: HI, HL, hæc alia datur proportio DE,  
 Fig. 8. FG :: MN, OP.
- Concipiamus Curvas has circa Axes rotari, & figuras Corporum deter-  
 minare. Si talia Corpora, juxta Axium directiones mota, in superficiem  
 Corporis mollis impingantur perpendiculariter, Tempora quibus vires amit-  
 tunt conferri poterunt inter se Regulâ facili; non autem hac ipsâ Tempora  
 conferri poterunt cum Tempore quo Corpus, Velocitate notâ, spatium  
 \* 894. datum percurrit, ut in præcedenti Scholio fecimus \*.
900. Concipiamus Corpora hisce Curvis terminata, ita in Corpus molle im-  
 piangi, ut penetrent ad FG & OP. Concipiamus ulterius Corpora hæc  
 dividi, planis ad Axem perpendicularibus, in Orbes tenues, sed ita, ut in  
 uno quoque Corpore Orbes omnes sint ejusdem crassitiei, & singula Cor-  
 pora eundem numerum orbium contineant.
- Axes AC, & AL, in æqualem numerum partium dividuntur; ergo si  
 \* 899. idem sit numerus partium in AB, & HI; erit FG : DE :: OP : MN \*;  
 \* 16. El. V. & altern. FG : OP :: DE : MN \*; & sunt quoque proportionales Orbes  
 quorum hæc sunt Diametri; daturque inter Orbes quoscunque respondentes,  
 eadem ratio, quæ inter ultimos; id est Orbes respondentes sunt ubique  
 901. in eadem ratione; & summa omnium, ad summam omnium, id est, Ca-  
 \* 12. El. V. vitas una ad alteram, ut Orbis quicunque ad suum respondentem \*; aut, ut  
 summa Orbium quorumcunque ad summam respondentium.
- Corpora dum ad superficiem Corporis mollis accedunt, Viribus gaudent,  
 \* 841. ipsis Cavitatibus FAG, OHP proportionalibus \*; moventurque Velocita-  
 tibus quæ sunt in determinatâ ratione.
902. Quando partes DAE & MHN, in Corpus molle penetrarunt, Vires  
 \* 901. destructæ sunt in ratione illarum quas Corpora in initio habuere \*, ergo  
 \* 17. El. V. & Vires superstites sunt ut primæ \*; ut & Velocitates in eadem ratione  
 \* 753. quàm in initio \*.

Tempus,



Tempus, quo Profunditas Cavitatis DAE augeatur quantitate Bb, est ad 903.  
 Tempus, quo alterum Corpus percurrit Ii, directè ut Bb ad Ii, & inversè  
 ut Velocitates, quibus in hisce momentis Corpora agitantur \*. Bb autem \* 121.  
 est ad Ii, ut AC ad HL; propter æqualem numerum partium in utrâque \* 902.  
 Lineâ: & Velocitates in hoc momento ut in initio \*. Ergo Tempus quo  
 Orbis quicunque immergitur, ad Tempus quo Orbis respondens in Corpus  
 molle penetrat, directè ut Profunditates Cavitatum, quas Corpora integras Vi- 904.  
 res consumendo imprimunt, & inversè ut Velocitates, quibus Corpora impingun-  
 tur in Corpus molle; & in eâdem ratione est summa omnium momentorum,  
 quibus successivè omnes Orbes, in FAG, immerguntur, ad summam mo-  
 mentorum, quibus hoc ipsum in OHP contingit \*. Hæc autem sunt Tem- \* 12. El. V.  
 pora, quibus integra Cavitates imprimuntur.

Hæc Universalis est Regula, quæ locum habet, quæcunque sint Cavitates;  
 potestque hujus Regulæ demonstratio figuris quibuscunque Corporum appli- 905.  
 cari, quando partes immerse similes sunt; quare Regula hæc omnibus Cavi-  
 tatibus similibus quoque applicari potest.

In his ultimis primùm usum Regulæ exponam. Sit Cavitatis Profunditas 906.  
 $x$ ; Cavitatis erit ut  $x^2$  \*; ergo, si M sit Massa Corporis, &  $v$  Velocitas, \* 8. 12. El.  
 erit  $x^2 = Mvv$  \*; si T sit Tempus; erit  $T = \frac{x}{v}$  \*; &  $T^2 = \frac{x^2}{v^2} = \frac{Mvv}{v^2}$  \* 845.  
 $= \frac{M}{v}$ ; ut diximus in N. 861. \* 904. 905.

Redeamus ad Curvas analogas; DE, FG::MN, OP; quia AB, 907.  
 AC::HI, HL \*: ponamus nunc AX, AZ::HI, HL erit RS, TAB.  
 TV::MN, OP; ergò positis in eâdem Curvâ AB, AC::AX, AZ, XXXII.  
 erit DE, FG::RS, TV. Unde sequitur mutationem Ordinatz, à mu- Fig. 8.  
 tatione Abscissæ, pendere juxta constantem quandam Legem; & generali \* 899.  
 æquatione posse exprimi naturam omnium Curvarum Analogarum possibi-  
 lium.

Si  $x$  sit Abscissa ut AB;  $y$  duplicata Ordinata respondens; æquatio erit 908.  
 $x = y^{\frac{n}{m}}$  aut  $x^m = y^n$ , designantibus  $m$ , &  $n$ , numeris quibuscunque  
 integris, aut fractis. Si numerus unus aut alter sit negativus Curva in  
 præsentî negotio usum nullum habere poterit.

Ut autem diversas Curvas, quæ eâdem æquatione particulari exprimuntur, 909.  
 possimus conferre, deficientes ab una parte dimensiones supplemus, adhibita  
 Lineâ  $a$ , quâ tales Curvas inter se distinguimus, & æquatio generalis sit  
 $a^{n-m} x^m = y^n$ .

Si Abscissa  $x$  exprimat Cavitatis Profunditatem, Cavitatis ipsa valebit 910.  
 Sphæroidem, cujus  $x$  erit altitudo, quod Solidum proportionale est  $Mvv$  \*, \* 885.  
 & valet  $\frac{n}{2m+n} a^{\frac{2n-2m}{n}} x^{\frac{2m+n}{n}}$ , ut illi norunt quibus prima Elementa qua-  
 draturæ Curvarum non sunt ignota.

Possimus negligere multiplicatorem constantem  $\frac{n}{2m+n}$ , eò enim non

mutamus proportionem, quæcunque sit æquatio peculiaris: servatur tamen  $a$ , ut collatio diversarum Linearum ejusdem æquationis fiat.

Ponimus ergo  $a^{\frac{2n-2m}{a}} x^{\frac{2m+n}{a}} = Mvv$ , id est,  $x^{2m+n} = a^{2m-2n} M^a$

\* 904.  $v^{2n}$ : sed  $T = \frac{x}{v}$ ; ergo  $T^{2m+n} = \frac{x^{2m+n}}{v^{2m+n}}$ .

911. Si nunc pro  $x$  valorem substituamus, detegimus æquationem  $T^{2m+n} = a^{2m-2n} M^a v^{n-2m}$ , quæ universalem suppeditat regulam, de Temporibus conferendis in omnibus Curvis Analogis, ut exemplis patebit.

912. Ponamus  $m=0$ ,  $n=1$ ; Æquatio Figuræ  $a^{n-m} x^m = y^n$  \* mutatur in

\* 909. hanc  $a=y$ , & Figura est cylindrica. Nunc  $T = a^{-1} Mv$  \* aut  $T = \frac{Mv}{aa}$ ,

\* 3. El. XII. id est Tempus est directè ut productum Massæ per Velocitatem, inversè ut quadratum diametri, aut ut Basis \*; ut supra jam habuimus \*.

913. Si  $m=1$ , &  $n=1$ ; æquatio Lineæ \* dat  $x=y$ , & agitur de Cono; \* 909. sed  $a$  evanuit; &, ut diversos Conos conferamus inter se, debemus novam inire computationem.

914. Ponamus  $d$  esse diametrum, quando  $c$  est altitudo, & erit,  $d, c::y, x$ ; \* 11. 14. El. aut  $dx=cy$ . Soliditas Coni est ut  $yyx$  \*, id est, ut  $\frac{dd}{cc} x^2 = Mvv$  \*;

\* 904. sed  $T = \frac{x}{v}$  \*; ergo  $T^2 = \frac{ccM}{ddv}$ , dat generalem pro Conis quibuscunque Regulam.

915. Sit  $m=1$ , &  $n=2$ ; æquatio Figuræ \* est  $ax=yy$  & figura est

\* 909. Parabola, cujus Parameter  $a$ . Factâ numerorum substitutione in æquatione,

\* 911.  $T^{2m+n} = a^{2m-2n} M^a v^{n-2m}$  quæ valorem Temporis exhibet \*, habemus

$T^4 = a^{-2} M^2$ , aut  $T^2 = \frac{M}{a}$ , & quadratum Temporis est directè ut Massa, inversè ut Parameter.

916. Nec aliter in aliis Curvis procedendum.

Curva  $a^2 x = y^3$ , dat  $T^3 = \frac{M^2 v}{a^4}$ ;

$a x^2 = y^3$ , dat  $T^3 = \frac{M^2}{a^4 v}$ .

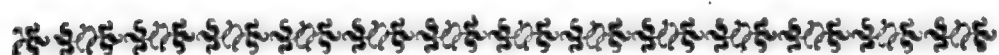
$x^3 = a^2 y$ , dat  $T^3 = \frac{a^4 M}{v^5}$ .

$x^3 = a^2 yy$ , dat  $T^4 = \frac{a M}{v^2}$ . &c.

In duobus ultimis casibus solidum formatur conversione Curvæ circa tangentem in vertice.







L I B E R II.

Pars II. De Corporum Collisione simplici, directâ,  
& obliquâ.



C A P U T IV.

*De Corporum Collisione simplici, directâ.*

D E F I N I T I O I.

**C**eleritas, quâ duo Corpora, ad se mutuò accedunt, 917.  
aut separantur, vocatur Celeritas respectiva.

Quando Corpora ambo ad eandem partem tendunt, ad se 918.  
invicem accedunt, aut separantur, Velocitate, quæ equalis  
est differentia Velocitatum absolutarum.

Velocitas autem respectiva est summa Velocitatum abso- 919.  
lutarum, si Motuum directiones sint contrariae.

D E F I N I T I O 2.

Impaëctio directâ dicitur, quando ita concurrunt, ut nulla 920.  
ratio detur, quare potius ad unam, quàm ad aliam partem,  
deflectantur; adeò ut in eadem Lineâ, ante & post concur-  
sum, Motus detur, si hic non omnis destructus fuerit.

In tali Impaëctione hæc tria concurrere debent. Ut 921.  
Directio Motûs, aut Motuum, quando ambo moventur  
Corpora, transeat per singulorum Gravitatis Centra; ut  
hæc eadem Linea, quæ per ambo Centra Gravitatis  
transit, secet partes superficierum, quæ in se mutuò in-  
currunt; tandem ut hæ superficies, quæ in se mutuò  
incur-

incurrunt, ad Lineam, quæ per Centra Gravitatis transit, sint perpendiculares.

## D E F I N I T I O   3.

922. *In omni alio casu lētus dicitur obliquus.*
923. Corpora, in quibus Collisio locum habet, sunt vel dura vel mollia; perfectè dura nulla novimus\*; omnia quæ à nobis dura dicuntur sunt revera elastica; de his ergò & de mollibus agendum, de perfectè duris breviter, quid in omni casu contingeret, indicandum.
924. Non omnis concursus Corporum ad Impactionem pertinet; ita Corpora possunt convenire, & de hoc casu postea agendum erit, ut accessus superficierum fiat Velocitate infinitè exiguâ, potestque hæc Actio per Tempus continuari, sed nulla hic datur Impactio.
925. Locum hæc habet, quando superficies ad superficiem, in quam immediatè agit, accedit Velocitate finitâ, ita ut detur Actio ex Vi insitâ.
926. *Omnia Corpora, nobis nota, constant ex partibus inter se coherentibus* viz, cujus effectum novimus, & cujus causâ nos latet: Sed verâ *Pressione* partes inter se cohærere, cuicunque causæ hanc tribuamus, in dubium nemo vocabit.
927. Nulla datur Pressio, quæ minimâ insitâ Vi superari non potest\*; ergò *Nulla datur Corporum Collisio sine quadam partium introcessione.*
928. *Si Corpora darentur perfectè dura, minimâ Collisione confringerentur*; in his enim minimus non datur partium\* 65. motus sine harum separatione\*.
929. De Collisione Corporum in genere hoc Capite agam; explicandum ideo, *quid obtineat in Corporibus non elasticis*; nam & hoc ipsum *in elasticis locum habet, in momento in quo*

quo Corpora concurrunt, antequam partes intropressæ ad pristinam figuram redeant.

Hac figuræ instauratione Corpora elastica sese mutuò 930. repellunt; idcirco post lētum separantur. Nulla autem talis datur Actio, si omni elasterio destituantur; ergò post 931. Impactum directum non separantur; nam in Impactione hac, directio mutari non potest\*; & ideo, si non ambo \* 920. lētū quiescant, in eādē Lineā ambo motum continuant, in quā ante lētum movebantur, & in quā à se invicem non repelluntur.

Dum partes Corporum intropremuntur, destruitur Vis \*, quæ Pressionem, quā coherent \*, superat; Ergò \* 708. Corpus in aliud incurrere non potest, aut duo in se mutuò, \* 926. sine diminutione summa Virium\*; si Corporum detur Collisio. \* 927. 932.

In Corporibus elasticis partes iētæ ad pristinam redeunt figuram, & redeuntes premunt Corpus, cujus Actione intropressæ fuere; hac Pressione nova generatur Vis; sed de hac nondum agimus, in ipsis Corpori- 933. bus elasticis datur, ante figuram instauratam, diminutio Virium, de quā hic agimus.

Nulla in Corporum Collisione Vis destruitur, præter il- 934. lam quā partes intropremuntur.

Ponamus primò Corpora ad eandem partem tende- 935. re. Antecedens necessario tardius alio movetur, & lētū acceleratur; consequens verò, quia in aliud agit, ex vi suā amittit. Effectus Vis amissæ est augmentum Vis in antecedente, ut & introcessio partium; Effectus hic valet Vim amissam à consequente\*; sed illa, quam acqui- \* 709. sitivit antecedens, non est Vis destructa; ergò sola hac destruitur, quā partes introcedunt.

Secundò, tendant Corpora in partes contrarias. Cor- 936.

Kk

pus,



pus, quod incurrit in Obstaculum molle, & fixum, totam intropremendo partes Vim amittit; nullum enim alium edit Effectum: & ideò totam intropremendo partes amittit Vim, quia Obstaculum satis resistit.

Non minor est resistentia, quando Obstaculum non est fixum; sed ipsum motu contrario ad Corpus accedit; quare Corpus, in hoc casu, non minorem intropremendo partes exserit Effectum, totamque etiam Vim hac Actione consumit.

Duobus autem datis Corporibus, in contrarias partes latis, utrumque est Obstaculum respectu alius, & utrumque intropremendo partes Vim consumit. Si verò unum ante aliud totum amittat Motum; eo momento in casum jam examinatum incidimus, & universalis est Demonstratio.

937. Paradoxam autem hanc Propositionem, *Vim nunquam immediate Vim destruere*, Experimentis extra dubium ponimus.

938.

#### EXPERIMENTUM I.

TAB.  
XXVII.  
Fig. 1.

Utumur eadem Machinâ \*, quâ Experim. 2., Capit-  
tis præcedentis \*, demonstratur. Ipsi autem applica-  
mus ambo Rectangula *r*, & *s*, dispositis Uncis, qui fi-  
la sustinent, ut antea explicatum \*.

\* 760.

\* 827.

\* 766.

Cum Rectangulo *r* conjungimus Conum H (TAB.  
\* 829. XXVIII. Fig. 7.), ut in indicato Experimento \*.

939. Rectangulo *s* additur Pyxis cylindrica lignea M (TAB.  
XXVIII. Fig. 10.); hæc, cum in finem, Cochleâ *n* instru-  
cta est, quæ Cavitati in anteriori superficie Rectanguli  
\* 770. inferitur \*. Pyxidis hujus Cavum antérieur o Argillâ re-  
pletur; quæ Lamellâ, aut Cultro ligneo, cujus acies  
paulò illinita est oleo, abradiatur, ut superficies plana,  
&

& æqua sit; tunc ponderatur Pyxis, & in Cavum posterius parum Argillæ intruditur, quantum necesse est, ut Cylindri pondus æquet pondus Coni, Rectangulo  $r$  applicati. Tales cylindri, ita parati, plures desiderantur, ad minimum tres aut quatuor.

Rectangulis inferimus, ibique firmamus, Cylindros, quibus illorum Pondus augetur \*; & quidem tales, ut \* 774. Massæ singulæ valeant tria.

Rectangula disponuntur, ut antea de uno dictum \*; 940. cavendum autem ut exactè dentur in situ horizontali, \* 769. ad eandem altitudinem, & ad eandem distantiam à Tabulâ BC; tunc, quiescentibus Rectangulis, in situ quem spontè acquirunt, Fila uncis,  $g$  &  $f$  juncta, sunt parallela, ut & illa, quæ super Uncis  $h$  &  $i$  transeunt; vertex Coni, cum Rectangulo  $r$  juncti, respondet centro superficiæ Argillæ in  $s$ , ibique hanc tangit.

Regula VX firmatur, & Rectangulum  $r$  elevatur, ut in sæpius indicato Experimento dictum \*; applicatur \* 830. Index o, ut decimæ divisioni majori Regulæ respondeat \*.

Ab hac divisione Rectangulum demittitur, & Velocitate decem in Rectangulum quiescens  $s$  incurrit, & hoc secum fert, Cavitatemque in Argillam imprimit. \* 775. 941.

Fila quæ in suspensione Rectangulorum parallela fuerant talia nunc non sunt, quia Coni vertex, non Argillam tangit, ut ante, sed in hanc penetravit. Ad parallelismum reducenda sunt. Relictis Uncis  $g, g, g$ , &  $h, h, h$ , convertuntur Lamellæ, quæ intermediorum  $g, f$ , &  $h, i$ , distantias determinant \*; &  $f, f, f$ , ut &  $i, i, i$ , meridum versùs moventur, quantum necesse est, ut parallelismus instauretur, in quo nulla datur difficultas; fir- \* 764. 942.

mamusque Regulam  $YZ$ , ut extremitas  $Y$  respondeat cum Filis posterioribus Rectanguli  $s$ , quando Corpora juncta liberè suspensa quiescunt \*.

943. Tollitur Pyxis cylindrica, quæ conjuncta erat cum  $s$ ; aliamque, eodem modo Argillâ repletam, substitui-  
mus. Indicem ita ponimus, ut cum quintâ majori di-  
visione Regulæ  $YZ$  conveniat.

Iterum elevamus Rectangulum  $r$ , & Velocitate de-  
cem immittitur in Corpus quiescens  $s$ ; simul adscen-  
dunt ad Indicem  $q$ , ad quem Fila posteriora Rectangu-  
li  $s$  accedunt, sed non incurrunt.

Cavitas, quæ Argillæ imprimitur, & in genere Ef-  
fectus hujus Percussionis, non differt ab Effectu in pri-  
mo tentamine \*; quia, in utroque casu, Vis eadem ac-  
quisita fuit à Corpore  $r$  in descensu, qui idem fuit;  
sed, in primo casu, propter destructum Filorum paral-  
lelismum, non exactè Velocitatem, post Percussionem,  
potuimus mensurare, ante illum instauratum.

944. Habuimus Corpus  $R$ , cujus Massa est tria, impactum,  
TAB. XXXIII. Velocitate decem, in Corpus quiescens  $S$ , cujus Massa  
Fig. 1. etiam est tria; simul post Percussionem fuere agitata Veleri-  
tate quinque, & Cavitas effecta fuit quam in  $A$  exhibemus.

945. Sublato Cylindro ligneo  $m$ , cum  $S$  conjuncto, alium,  
TAB. XXXIII. Argillâ repletum, iterum substitui-  
Fig. 2. mus; instauratur situs  
\* 940. primus uncorum ut Corpora suspendantur, ut primum  
fuere \*, situs Regulæ  $YZ$  (TAB. XXVII.) paululum quoque

mutatur, ut extremitas  $Y$  iterum conveniat cum Filis po-  
sterioribus Rectanguli  $S$ . Applicatis Indicibus ut, ab utra-  
que parte, divisioni majori quintæ \* respondeant; ab illis  
Corpora  $R$ , &  $S$ , simul demittuntur, ut in medio con-  
currant, ubi quiescunt. Uterque Motus fuit destructus;

&

& Cavitas impressa exactè æqualis fuit ipsi A.

In primo Casu Velocitas Corporis R fuit decem, Massa 946.  
tria; Vis ergo 300\*. Post Impactionem Massa fuit sex, \* 757.  
Velocitas quinque, & Vis 150 \*. Hæc Vis superfuit \* 757.  
tantum, & Vis æqualis fuit destructa, quæ consumi non  
potuit, nisi intropremendo partes \*; alius enim non \* 934.  
fuit Effectus.

In secundo Casu, utriusque Corporis Vis fuit 75. \*, \* 757.  
& tota Vis destructa quoque 150; sed propter Cavita-  
tem æqualem, & similem, priori, hæc ipsa Vis in Ca-  
vitate formanda consumpta fuit \*. \* 934.

Vim 150 requiri in omni casu, ut talis efficiatur Ca-  
vitas, mutatis circumstantiis, clarius patet.

Rectangulum R, cum suo Cono *b*, servatur; tantum 947.  
mutatur Massa, quæ nunc est sex; hæc, Velocitate quin-  
que, impingitur in Obstaculum fixum, ut, in variis Ca-  
pitis præcedentis Experimentis \*, Corpora in tale ob-  
staculum fuere impacta; Cavitas iterum exactissimè æ-  
qualis est præcedentibus, & Vis destructa quoque 150 \*. \* 757.

Ad illud, quod, aucto Bondere, de Filis extensis  
aliâ occasione monuimus \*, hinc quoque attendere debe-  
mus. \* 831.

Motu duobus Corporibus communi Corpora hæc in  
se mutuò agere non possunt; pendet ergò Ictus à *Velocitate respectivâ*, quâ manente, *Intensitas Impactionis eadem*  
*erit, quomodocunque Celeritates absoluta variant*; ab Inten-  
sitate hac pendet *Partium introcessio*, quæ ergo *semper ea-* 948.  
*dem erit, si duo Corpora, eâdem Velocitate respectivâ, in*  
*se mutuò incurrant, quibuscunque Velocitatibus moveantur.* 949.

EXPERIMENTUM 2.

Hoc Experimentum ut præcedens peragitur.

950. Rectangulo R idem Conus *b* jungitur, sed Massa va-  
 TAB. let quatuor \*. Rectanguli S Massa est tria, & cum ipso  
 XXXIII. cohæret Pyxis cum Argillâ *m* \*. Corpora suspenduntur,  
 Fig. 4. ut supra dictum \*.

\* 774.  
 \* 939.  
 \* 940. Corpus R Velocitate septem, impingitur in Corpus  
 quiescens S; Cavitas Argillæ imprimitur. Tollitur Py-  
 xis *m*, & alia substituitur. Velocitas respectiva fuit sep-  
 \* 918.919. tem \*.

951. Index *o* ita ponitur, ut *r* descendendo Velocitatem  
 TAB. novem acquirat; manente hoc mutatur situs Regulæ  
 XXVII. VX ita, ut extremitas X respondeat Filis anterioribus  
 Fig. 1. Rectanguli *s*, quiescente hoc. Tunc *s* elevatur V ver-  
 sùs, ad talem altitudinem ut eadem Fila secundæ divi-  
 sioni majori Regulæ XV respondeant, & Index *p* ita  
 collocatur, ut hujus cuspis cum interiori, ex dictis Filis,  
 conveniat. Index hic, qui separatim in P, & *p*, (TAB.  
 \* 777. xxviii. Fig. 6.) exhibetur \*, ex Cochleâ constat, ut ser-  
 vato loco, ad Filum cui respondet, accedere, & ab hoc  
 removeri possit; ita autem convertitur Cochlea hæc, ut,  
 manente Indice, Corpora liberè juxta ipsum transire  
 possint, Filis interioribus ad exiguam tantum distan-  
 tiam à cuspide transeuntibus. Si *s* nunc elevetur, ut an-  
 teriora Fila Indici *p* respondeant, descendendo acqui-  
 ret Velocitatis gradus duos Z versùs.

952. Elevatis simul Corporibus R & S, ut Indicibus suis  
 TAB. Fila respectivè respondeant; demittantur eodem mo-  
 XXXIII. mento, eodem quoque momento, ad locum infimum,  
 Fig. 5. id est Machinæ medium, pervenient \*; ibique concur-  
 \* 407. rent, dum ad eandem partem feruntur, antecedens cum  
 duobus gradibus Velocitatis, consequens Velocitate no-  
 \* 918. vem: Velocitas respectiva iterum fuit septem \*. Remo-  
 vetur

vetur Pyxis *m*, aliamque Pyxidem similem substitui-  
mus

Situs Regulæ XV instauratur, ut extremitas X Filis  
posterioribus Rectanguli *r* respondeat. Extremitas Y,  
alius Regulæ, eodem modo respondere debet Filis po-  
sterioribus Rectanguli *s*. Ponimus Rectangula quiescere.

TAB.  
XXVII.  
Fig. 1.

Demittuntur ambo Corpora R & S ita, ut, in con-  
trarias partes lata, descendendo S acquirat duos gradus  
Velocitatis, R quinque; hisce Velocitatibus in medio  
Machinæ conveniunt \*, & in Percussione Velocitas re-  
spectiva est septem \*.

953.  
TAB.  
XXXIII.  
Fig. 6.  
\* 407.  
\* 919.

In hisce tribus Percussionibus Velocitas respectiva  
fuit eadem, nempe septem; tres etiam effectæ Cavi-  
tates exactissimè sunt æquales.

Nunc satis, superque, explicatum credimus, quo-  
modo Corpora Velocitatibus quibuscunque, sive agatur  
de Motibus conspirantibus, sive de contrariis, in se mu-  
tuò possint impingi; etiam quomodo Velocitas, ambo-  
bus communis, post Percussionem mensuretur: hac de  
causa in sequentibus inutile erit, ulterius in similibus  
Experimentis explicare, quæ dispositiones Machinarum  
spectant.

955.

Videamus nunc quid ex ultimâ Propositione \* seque-  
tur. Vires æquales consumuntur in formandis Cavi-  
tibus æqualibus \*; nulla Vis perit præter illam, quæ in  
Cavitatibus formandis consumitur \*; ergo quomodocunque  
duo Corpora moveantur, si eadem fuerit Velocitas respectiva,  
eadem Vis lectu destructa erit \*.

\* 949.  
\* 841.  
956.  
\* 934.  
\* 949.

### EXPERIMENTUM 3.

Hoc Exp. ut præcedens instituitur; eadem omnia,  
eodem modo, peraguntur; sed singula, ex tribus ten-  
tami-

957.  
TAB.  
XXXIII.  
Fig. 4. 5. 6.



\* 950. 952. taminibus \*, iterum repetenda sunt, observatis quæ in N. 942. fuere explicata, ut Velocitatem post Percussionem, singulis vicibus, determinemus; sequentes autem detegimus.

\* 950. In primo casu \* Corpora Motu communi feruntur  
 \* 952. Velocitate quatuor. In secundo \* Velocitate sex. In ul-  
 \* 953. timo \* duobus tantum gaudent gradibus Velocitatis.

958. In primo casu, ante Percussionem, solum Corpus R  
 \* 757. fuit motum. Massa erat 4, Velocitas 7; Vis ergò 196 \*.  
 Post Percussionem Corpora fuere conjuncta, & Massa va-  
 luit 7, Velocitas 4; Vis erat 112; periit ergò intropre-  
 mendo partes Vis 84.

In secundo casu Vis Corporis R, erat  $4 \times 81 = 324$ ;  
 Vis Corporis S erat  $3 \times 4 = 12$ ; summa ergò Virium fuit  
 336. Post impactionem Vis fuit  $7 \times 36 = 252$ . Vis destru-  
 cta ergo quoque valuit 84.

In ultimo casu Vires ante Percussionem erant 100 &  
 12; quarum summa 112, etiam 84 superavit Vim post  
 Ictum superstitem 28.

959. Cum Vis Ictu destructa, manentibus iisdem Corpori-  
 bus, & eadem Velocitate respectivâ, semper sit eadem,  
 hanc in uno casu determinare satis erit; & in omnibus  
 aliis dabitur.

960. Si Corpora duo, sive equalia, sive utcunque inequalia,  
 in contrarias partes lata, in se mutuo incurrant, potest,  
 datâ Velocitate respectivâ, ita componi horum Motus,  
 ut quod libuerit alium post Ictum secum ferat, unde se-  
 quitur, casum dari, in quo post Ictum quiescunt.

In hoc casu summa Virium absolutarum valet vim in  
 omni casu, positâ eadem Velocitate respectivâ, destru-  
 ctam \*. In hoc eodem casu summa hæc est, servatâ Velo-  
 citate



*citare respectivâ omnium minima: si enim summa minor daretur, minor Vis lctu periret, quod impossibile \**. \* 956.

*Summam autem hanc esse omnium minimam, si positis directionibus contrariis, celeritates fuerint inversè ut Masse, & in hoc casu solo esse minimam, in Scholio sequenti r. demonstramus.* 961.

*Unde ergo sequitur, in hoc solo casu, Corpora in contrarias partes lata, & in se mutuò incurrentia, post lctum quiescere, si Velocitates fuerint inversè ut Masse \**. \* 960. 962.

*In hoc autem casu Vires ipsæ sunt ut Velocitates \*, id est, sunt inæquales, si Corpora sint inæqualia; quod paradoxum admodum videtur. Hac de causâ etiam directè Propositionem ipsam demonstrabo; ut ex Naturâ Percussionis pateat hanc inæqualitatem ut quies detur, possitis Corporibus inæqualibus, omnino desiderari.* \* 963. \* 791.

*Concipiamus Corpora duo, in contrarias partes lata, & in se mutuò directè incurrentia; ita consumunt Vires introremendo partes, dum aut plana fiunt, aut unum in aliud penetrat, ut, post primum contactum, quoddam spatium Corpora percurrant; partibus interea inter vicinas recedentibus.* 964.

*Non per totum hocce spatium cohæsiō superanda æquabilis est; sed si spatium hoc in spatiola minima divisum concipiamus, in singulis Resistentia superanda per totum spatiolum pro æquabili haberi poterit; & unum quodque Corpus, particulas inter vicinas movendo, ex Resistentiâ hac superabit pro ratione partis spatioli ab ipso percursæ: duo autem Corpora, in contrarias partes lata, simul quidem integrum percurrunt spatiolum; sed hujus partes, à singulis percursæ, sunt ut Velocitates \*, in qua eadem ratione sunt cohæsiōis \** 119.

- \* 361. Resistentiæ superatæ; quæ sunt ut Corporum actiones \*;  
 \* 709. aut ut Vires amissæ \*.

965. Idcirco *in omni Collisione duorum Corporum, Motibus contrariis in se invicem incurrentium, decrementa Virium, in singulis momentis infinitè exiguis, sunt ut Velocitates Corporum, in his ipsis momentis.*

Quæ Regula locum habet donec unum è Corporibus integram Vim amiserit; quod ab alio tunc repellitur, & Vim novam acquirit. Si autem Corpora ambo, eodem tempore, Vires amittant, eodem momento quiescunt, & est hicce casus, quem examinare debemus.

966. Ponamus *duo Corpora, in contrarias partes lata, & in se mutuò incurrentia* Velocitatibus, quæ sunt inversè ut  
 \* 791. Massæ; Vires erunt ut Velocitates \*.

In primo momento, postquam sese mutuò superficies  
 \* 965. tetigere, Virium decrementa, quæ sunt ut Velocitates \*,  
 sunt ut ipsæ Vires; & Vires superstites ut Vires pri-  
 \* 19. El. V. mæ \*; in quâ eadem ratione sunt Velocitates supersti-  
 \* 791. tes \*.

Potest idem ratiocinium ad secundum, & sequentia momenta, applicari; &, in singulis, Virium decremen-  
 ta sunt ut ipsæ Vires; quæ ergo eodem tempore con-  
 sumuntur; quare *eodem momento Corpora quiescunt*; quod  
*in hoc solo casu* obtineri, *in quo Velocitates oppositæ sunt ut*  
*Vires*, eadem evincit demonstratio.

967. Ex hac quoque constat, decrementa Velocitatum,  
*in omni Collisione, singulis momentis, esse inversè ut Massas.*  
 Nam si, manente Velocitate respectiva, Motus utcu-  
 que mutantur, non illa variantur, quæ immediatè ab  
 \* 948. Ictu pendent \*, & quod de decrementis *Velocitatum* in  
 casu peculiari demonstravimus, in genere ad *mutationes*  
 Veloci-

Velocitatum, in Collisione quacunq̃ue, referri poterunt.

Ex præcedenti demonstratione sequitur *Corpora inæqualia, in contrarias partes lata, non quiescere concursu mutuo, nisi Vires habeant inæquales*; circa quam Virium inæqualitatem Experimenta quædam, notatu digna, hîc addam.

EXPERIMENTUM 4.

Corpus R, cum Cono *h*, quem in præcedentibus Experimentis adhibuimus, cujus Massa est novem, & Velocitas duo, in Corpus S, Pyxide *m* cum Argillâ armatum, & cujus Massa valet duo, impingitur; dum hoc in contrariam partem fertur Velocitate novem. In medio Tabulæ Corpora, dictis Velocitatibus, quæ sunt inversæ ut Massæ, concurrunt, & quiescunt; Cavitatemque efficiunt quam exhibemus in B.

Hoc Experimento ipsam Propositionem immediatè confirmamus; quæ Virium inæqualitatem spectant patebunt, si hoc Experimentum cum sequenti conferamus.

EXPERIMENTUM 5.

Amborum Corporum R, & S, Massæ valent duo, utriusque Velocitas est novem, in contrarias partes lata concurrunt, & quiescunt, efficiuntque Cavitatem C.

Mutatis Massis, ut sint novem, si utrumque Corpus, duobus gradibus Velocitatis, in oppositum incurrat, iterum quiescent; & Cavitas erit D.

Corpora, in hisce circumstantiis, quiescere debere, manifestum est, sed illi, qui præcedentem demonstrationem \* non benè intellexit, mirum videbitur, Cavitates esse inæquales; hæc de causâ alia quædam addam Experimenta.

968.  
TAB.  
XXXIII.  
Fig. 7.

970.

971.  
TAB.  
XXXIII.  
Fig. 8.

972.  
TAB.  
XXXIII.  
Fig. 9.

973.

\* 966.

974. Vis, quæ in Experimento præcedenti consumitur, quâ Cavitas B effecta fuit, valet dimidium totius Vis, quæ, in ambobus tentaminibus hujus Experimenti, fuit destructa, & quâ Cavitates C, & D, fuere effectæ; hac de causâ ex ante demonstratis \* sequitur, Cavitatem B valere dimidium summæ aliarum Cavitatum C & D; ita ut æqualiter cum harum utrâque differat: quod cum ipso Experimento congruit, ut mensuratis Cavitatibus detegitur.

975. Hæ autem faciliè mensurantur, adhibito Circino proportionum, quo solida similia, quorum latera homologa sunt Cavitatum diametri, inter se conferuntur; si talem Circinum ad manus non habeamus, sequentia Experimenta sufficere poterunt.

#### EXPERIMENTUM 6.

976. Corpus R, cujus Massa est novem, duobus gradibus  
TAB. XXXIII. Fig. 10. Velocitatis, impingitur in Obstaculum fixum; efficit Cavitatem E.

Fig. 11. Idem Corpus, mutatâ Massâ, ut sit duo, Velocitate novem, in obstaculum fixum impactum, cavitatem impressit F.

977. Harum Cavitatum inæqualitas Virium inæqualitatem  
 \* 969. demonstrat in Experimento 4<sup>to</sup>. \*; sunt hæ inversè ut  
 \* 791. Massæ \*, & in eadem ratione Cavitates \*; harum summa  
 \* 841. valet Cavitatem B, in dicto Experimento 4<sup>to</sup>. formatam, ut mensuratis Cavitatibus patet; sed etiam Experimento evincitur.

#### EXPERIMENTUM 7.

978. Incurrat Corpus R bis in eundem locum superficiiei  
TAB. XXXIII. Fig. 12. Argillæ ita, ut secundâ vice augeat Cavitatem primâ vice effectam, si in uno casu Massa sit novem, Velocitas

tas duo; in alio Massa duo, & Velocitas novem; integra Cavitas æqualis erit Cavitati B Experimenti quarti \*. \* 850.

In hoc ipso Experimento quarto Vis Corporis R fuit 979.  $9 \times 2 \times 2 = 36$ ; Vis Corporis S valuit  $2 \times 9 \times 9 = 162$  \*; TAB. XXXIII. Fig. 13. \* 757. summa est 198. Si Corpus, cujus Massa sit novem, & eodem Cono *b*, ut in præcedentibus, armatum, Velocitate quatuor cum septem decimis partibus, in obstaculum fixum incurrat, Cavitatem efficit, quæ dictæ Cavitati B, etiam æqualis est. Vis, hoc Ictu destructa, etiam valet 198, saltem vix ab hac differt; quod demonstrat talem etiam fuisse Vim in Experimento quarto destructam \*; quod iterum inæqualitatem Virium, in ipso \* 841. illo Experimento, extra dubium ponit.

Si dato casu, in quo Corpora post Ictum quiescunt, Vis minor augeatur, ita tamen ut Vim alterius Corporis nondum æquet, *Corpus, cujus Vis minor erit, Corpus 980. majori Vi motum regredi coget.*

Corpus celerius motum, quamvis majori Vi prædictum, breviori Tempore, intropremendo partes, Vim consumit, & ab alio, quod Vim superstitem habet, repellitur.

#### EXPERIMENTUM 8.

Ponamus Corpora R, cujus Massa valeat duo, & S, 981. cujus Massa sit novem in contrarias partes lata, in se mutuò incurrentia, hoc Velocitate quatuor, illud Velocitate duodecim; Ictu repellitur R, & S in motu perseverat, secum ferens R Velocitate, quæ unum gradum superat. TAB. XXXIV. Fig. 1.

Remoto S, Corpus R, servato Cono suo *b*, eadem 982: Velocitate duodecim, in Obstaculum fixum impingitur; imprimi Cavitatem A. TAB. XXXIV. Fig. 2.

Ll 3

Mu.

983. Mutatur Massa, ut valeat novem, & Velocitate quatuor, quâ S in Collisione ultimâ fuit agitatum, in alium locum Obstaculi fixi impingitur, & Cavitas est B, quæ ab aliâ admodum superatur; quamvis Corpus hocce Impactione non integrum amiserit Motum, & aliud secum tulerit.

TAB.  
XXXIV.  
Fig. 3.

984. Quando duo Corpora in se mutuò incurrant, due dantur Actiones, & due Reactiones, utraque Actio suæ Reactioni æqualis est. Ut Corpora quiescant post Ictum, requiritur, ut utrumque Corpus patiatur resistantiam talem, quâ datâ, hoc possit agendo Vim suam consumere, quod, ubi Corpora sunt inæqualia, nisi Vires sint inæquales, contingere non potest.

985. Ex demonstratis deducimus, datis Corporibus, & horum Velocitate respectivâ, Vim Ictu destructam determinari, si determinetur summa Virium, positis, eâdem Velocitate respectivâ, Motibus contrariis, & Velocitatibus in ratione inversâ, Massarum \*. Hanc autem summam dari in Scholiis demonstramus, si productum Massarum per quadratum Velocitatis respectivæ multiplicetur, & per summam Massarum dividatur.

\* 956.960.

#### EXPERIMENTUM 9.

986. Corpus R, cujus Massa est quatuor, Velocitate novem, in Corpus quiescens S, cujus Massa valet duo, impingitur; imprimit cavitatem C; cui exactissimè æqualem habemus, si Corpus, cujus Massa est tria, Velocitate sex, in Obstaculum fixum incurrat.

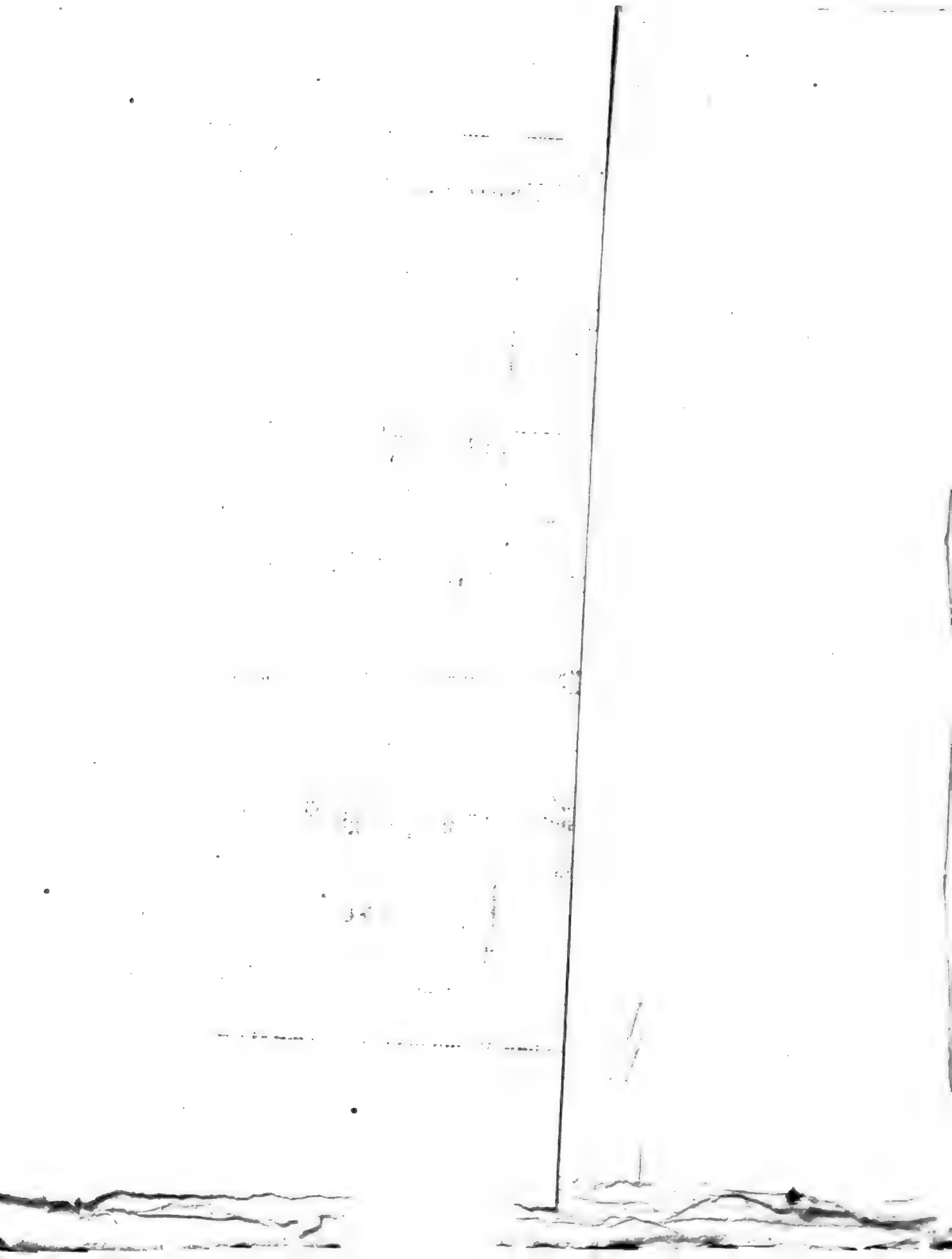
TAB.  
XXXIV.  
Fig. 4.  
Fig. 5.

\* 757. In hoc ultimo casu Vis destructa est  $3 \times 36 = 108$  \*.

\* 826. Vis æqualis destructa fuit in primo casu \*. Hanc autem ipsam detegimus multiplicando productum Massarum 8. per 81. quadratum Velocitatis respectivæ novem; & dividendo







videndo productum 648. per summam Massarum 6.

Ex demonstratis de Corporibus post Ictum quiescentibus, deducimus Regulas, quibus, in omni casu, Corporum Velocitates post Ictum determinantur.

*Moveantur Corpora, aut eandem partem versùs* (Fig. 1.), *aut in partes contrarias* (Fig. 2.), & sint Massæ ut A B & B C; sit hujus Velocitas B E; illius B N: Velocitas respectiva erit E N \*. Dividatur hæc in I ita, ut I N, sit ad I E, ut B C ad B A, & erit B I Velocitas, quâ ambo Corpora post Ictum feruntur; nam mutationes in Velocitatibus sunt in ratione inversâ Massarum \*, B C acquirat E I, dum A B amittit N I. Si concipiamus Navem translatam Velocitate B I, & in hac moveatur Corpus B C, Velocitate I E, à prorâ ad puppim, habet Velocitatem absolutam B E; & Corpus A B feratur à puppi ad proram Velocitate I N, habebit hoc Velocitatem absolutam B N; hæc Corpora, cum in Nave ferantur directionibus contrariis, & Velocitatibus, quæ sunt inversè ut Massæ, post Ictum in Nave quiescent \*; id est, eâdem, cum Nave, Velocitate translata erunt. \* 987. TAB. XXXVII. Fig. 1. 2. \* 918. 919. \* 967. \* 961.

Determinatur B I regulâ facili, quam ut detegamus, sint Rectangula B M, B F, producta Massarum per suas Celeritates, & absolvantur Parallelogramma A O & C D. Ductâ D O, secat B N in I; nam Triangula D I E & I N O sunt similia; & in I N est ad I E, ut N O, aut B C, ad D E, aut A B. Per I ducatur H L, parallela ad A B, & complementa I M, I F, erunt æqualia \*; ergo Corporibus tendentibus ad eandem partem, si ex summâ productorum B M, & B F, Massarum per suas Velocitates subtrahamus M I, & ejus loco substituamus I F, prædicta summa æqualis erit Rectangulo A L; quod si dividatur per A C, \* El. I. 988. Fig. 1.

*AC, summam Massarum, quotiens divisionis dabit AH, aut BI, Velocitatem Corporibus communem post Ictum.*

## EXPERIMENTUM IO.

989. In Corpus S, cujus Massa est tria, & Velocitas tria, incurrit Corpus R, cujus Massa valet duo, & quod Velocitate tredecim ad eandem partem tendit cum primo. Post percussionem Velocitas ambobus communis est septem. Hanc ipsam detegimus multiplicando  $3 \times 3$  &  $2 \times 13$ . Summa productorum 9, & 26, est 35. Divisâ hac per summam Massarum 5, habemus 7.

Antea explicavimus quomodo Velocitates quæcunque Corporibus ad eandem partem tendentibus imprimantur \*; vidimus etiam quomodo Velocitas post Ictum mensuretur \*.

990. Si Corpora tendant in partes contrarias, & ex producto majori BM subtrahamus MI, & substituamus IF, habemus BM æquale Figuræ AHLFEB; ex quâ si subtrahamus productum BF, habemus HC differentiam productorum Massarum per suas Velocitates; si autem hanc dividamus per summam Massarum AC, quotiens erit Velocitas quesita BI; quæ dirigitur ad eandem partem cum BN: id est ambo Corpora, Velocitate detectâ, feruntur eandem partem versûs, cum Corpore, cujus productum Massa per Velocitatem aliud productum simile excedit.

## EXPERIMENTUM II.

991. Eadem Corpora, quæ in præcedenti Experimento fuere adhibita, & in hoc in se mutuò incurrunt, sed motibus contrariis; R Velocitate quinque; S cum decem gradibus Velocitatis, & ambo Corpora, post Percussionem, Velocitatem communem habent quatuor; quæ ad eandem partem dirigitur cum Motu Corporis S ante Percussionem.

Pro-

Producta Velocitatum per Massas sunt 30. & 10; differentia 20, divisa per summam Massarum quinque, dat quatuor.

*Si Corpus unum quiescat, ex utraque Regulâ sequitur, 992. Corporis moti productum Velocitatis per Massam dividi debere per Massarum summam.*

EXPERIMENTUM 12.

Datis iterum iisdem Corporibus; incurrat R, Velocitate decem in S quiescens, & amborum Velocitas post Ictum erit quatuor. 993.

TAB.  
XXXIV.  
Fig. 8.

Productum Velocitatis per Massam est 20; hoc divisum, per summam Massarum 5, dat quatuor.

In hisce demonstrationibus Velocitates consideravimus respectivas, & conclusiones ad Velocitates absolutas applicavimus, etiam in N. 956, ad Vim in Collisione destructam determinandam, Actionem tantum consideravimus respectivam. Ratiocinia hæc procedunt, quia mutari non potest Velocitas respectiva, quin eadem in Velocitatibus absolutis detur mutatio, has ambas nempe considerando. Etiam Vis quæ consumitur intropremendo partes est diminutio Vis absolutæ, quamvis ab Actione respectivâ pendeat, & sequatur hujus Actionis rationem. 994.

In cæteris *Actio respectiva ab absolutâ distinguenda est; 995. nam eadem mutatio respectiva dat Virium mutationes diversas, pro diversis Viribus absolutis ante concursum; ejusdem quoque Corporis, eodem modo moti, minor Actio respectiva in Corpus aliud determinatum, huic majorem potest communicare Vim.*

EXPERIMENTUM 13.

Sit Corporis R Massa duo, Velocitas decem; in-  
M m currat

996.

TAB.  
XXXIV.  
Fig. 9.

currat hoc in Corpus quiescens S, cujus Massa octo ; post Ictum ambo Corpora moventur duobus gradibus

\* 992. Velocitatis: quod congruit cum præcedenti Regulâ \*.

997. Idem Corpus R, servatâ hujus Massâ, eâdem Velocity decem, impingitur in Corpus S, cujus Massa octo, ut ante, sed Velocity quinque ad eandem partem translatus. Velocitas ambobus communis post percussionem est sex; quod iterum cum ante dictis congruit \*.

\* 988.

998. In primo casu Corpus quiescens S, Actione Corporis R, duos acquisivit gradus Velocitatis; ideòque Vim

\* 757. 32 \*.

\* 757. In secundo casu S habebat Vim  $25 \times 8 = 200$  \*. Post Ictum habuit  $36 \times 8 = 288$ ; & Actione Corporis R, acquisivit Vim 88. Quod Experimentis facile confirmari posset, si non abundè, in Capite præcedenti, Experimentis jam fuisset confirmatum, Virum effectus esse ut producta Massarum per quadrata Velocitatum.

999. Motus Corporis R, in utroque Casu idem fuit; & quamvis, Actione respectivâ majori, in primo casu, in Corpus S egerit, in secundo tamen huic Vim communicavit ferè triplam: omnia tamen benè convenire inter se demonstramus.

1000. Velocitas respectiva fuit in primo casu dupla, & Velocitas communicata dupla; nam in hoc duos acquisivit S gradus Velocitatis, & in secundo casu tantum unum.

1001. Velocitas respectiva dupla dat Actionem respectivam, quæ est ut quadratum Velocitatis respectivæ, id est, quadruplam; in primo casu quoque talis detegitur Cavitatis, si conferatur cum Cavitate in secundo casu.

Hæc

Hæc spectant Motum respectivum, videamus nunc ipsos Motus Corporum.

In utroque casu, ante Ictum, R habebat Vim 200\*. 1002. In primo casu post Ictum Vim habuit superstitem 8, \*757. amisit ergo 192.

In secundo casu, post collisionem, Vim superstitem habuit 72; & amisit 128.

In primo casu Vis, efficiendo Cavitatem destructa, est 160\*; & Corpus R ipsi S communicavit gradus \*934-985. Vis triginta duos. In secundo casu minorem quidem R amisit Vim, sed gradus tantum 40. efficiendo cavitatem fuere destructi\*; ergo communicavit ipsi S \*934-985. Vim 88.

Effectus integri, Viribus, agendo destructis, sunt proportionales\*. Hac de causâ quando Corpus agendo \*712. plures diversos præstat Effectus, omnes simul considerandi sunt, si ex his velimus Vim determinare, quam Corpus agendo amisit.

*Corpus in Motu alii Corpori, sine Impactione, Motum 1003. communicare potest, in hoc tantum Pressione agendo; in quo casu, si Pressio, quâ partes cohærent inter se, superet Pressionem Corporum mutuam, nulla datur partium introcessio, & nulla Vis destructa\*; ideoque summa Virium ante & post Actionem eadem est.* \*934.

Ut autem demonstremus quomodo Corpora mota, 1004. Pressione in alia; sine Impactione, Motum hisce communicare possint, concipiendum est Corpus Q, quod TAB. XXXV. Fig. 1. formatur revolutione Figuræ *abcd*, quæ Semicirculo & duobus Quadrantibus terminatur, circa Axem *ac*.

Quiescat hoc, quamvis demonstratio etiam Corpori moto applicari possit; concipiamus ulterius duo Cor-

pora P, P; duo concipimus, ut Actio in Corpus Q sit directa; ratiocinia eadem sunt, ac si de uno ageretur; moveantur hæc, Velocitatibus æqualibus, directionibus Parallelis inter se, & Axi Corporis Q; moveantur etiam ita, ut ubi ad Q perveniunt, Corporis Q superficies tangat Corpora P, P, in punctis, in quibus hæc ipsa superficies Parallela est ipsi directioni Motus. Corpora ergo P, P, in Corpus Q nullam exerunt Actionem, in momento in quo ad hoc perveniunt: Dum Motum continuant juxta superficies excavatas, *ad, ab*, Corpus Q premunt, quod cum non retineatur cedit, & dum Pressio continuatur, acceleratur Q, quamdiu Corpora P, P, ipsi Q applicata manent \*; hoc autem deferunt, ubi Corpora P, P, ad puncta *b* & *d* perveniunt, in quibus directiones Motuum Corporum P, P, perpendiculares sunt ad directionem primam, juxta quam ad Corpus Q accessere. Quomodo horum Corporum Velocitates determinemus, in Scholio ultimo Capitis X. hujus Libri explicabo.

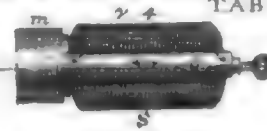
Hæc Pressio nullum exserit Effectum præter Motum, quem Corpori Q communicat; ideoque Corpora P, P, ex Viribus tantum amittunt, quantum acquirit Corpus Q \*. In hisce attritum seponimus, qui sine quadam partium introcessione dari non potest; ideoque sine Virium destructione. In scholio autem 3<sup>o</sup>. Cap. X. hujus Libri, ipsos hos Motus post concursum, determinamus.

1005.  
TAB.  
XXXV.  
Fig. 2.

Si Corpus ut P, simili Actione, premat Obstaculum, quod hac Pressione non movetur, ut ABC, & cujus partes satis arctè cohæreant, ut huic Actioni non cedant, Corporis Velocitas non mutabitur; in hoc casu Corporis Pressio in Obstaculum resistentiâ Obstaculi, qui



Fig. 1.



2.

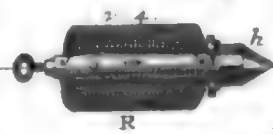
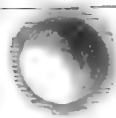


Fig. 3.

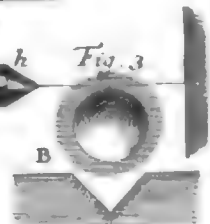


Fig. 4.

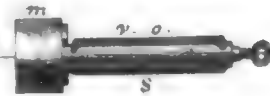
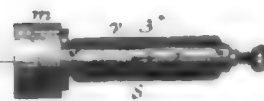
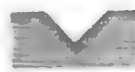


Fig. 5.



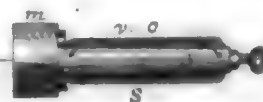
v. 7. ↔



Fig. 7.

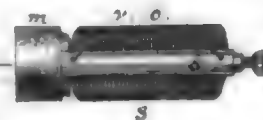


Fig. 8.

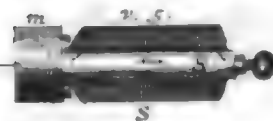


v. 4. ↔

Fig. 9.



v. 2. ↔



v. 6. ↔



quidem destruitur; sed cum nulla detur partium introcessio, neque Vis communicata, non minuitur Vis Corporis P; sic Corpus, quod super plano inclinato descendit, eodem modo acceleratur, ac Corpus quod liberè cadit, si ad eandem profunditatem ambo descendant \*; \* 393. quamvis illud planum premat. In hisce occasionebus, illud, quod Obstaculum in loco retinet, Corporis Actionem destruit, & Corpori Vim communicat æqualem illi, quam Actione suâ Corpus amittit; quare ipsa Corporis Vis non mutatur, quantum ad quantitatem.

Si autem ipsam Vim consideremus, revera mutatur, 1006. dum directio variatur, Motus enim juxta certam directionem non est Motus juxta aliam directionem. Dum Corpus P Curvam percurrit ABC; in singulis punctis exiguam partem suæ Vis amittit, æqualemque juxta aliam directionem acquirit; ubi autem, continuâ inflectione, mutata directio cum primâ Angulum rectum efficit, nil Corporis Motus cum primo Motu commune habet, totamque amisit, & novam, priori æqualem, acquisivit Vim.

Ex hisce patet *Actione Corporis hujus Vim, ideoque Velocitatem, non minui, sine ipsius Obstaculi, aut partium hoc componentium, translatione ex hac Actione oriundâ.* 1007.

Ad hanc propositionem Mechanici attendere debent, 1008. ut in Machinis omnem motum tremulum, agitationemque partium inde oriundam, cohibeant: his enim labor in usu Machinæ augetur, & hæc ipsa, breviori tempore, usui cui destinatur inutilis fit.



## S C H O L I U M I.

Demonstrationes N. 961. 985.

1009. **D** Entur duo Corpora A & B; sit hujus Velocitas  $b$ ; illius Celeritas  $a$ ;  
 \* 919. Velocitas respectiva, si in contrarias partes ferantur est  $a+b$ \*,  
 hanc dicimus  $d$ . Summa Virium est  $Aaa+Bbb$ , quam, manente Veloci-  
 \* 961. rate respectiva, diximus omnium minimam positis A, B:: $b$ ,  $a$ \*, id est  
 $Aa=Bb$ .

Datis enim talibus Velocitatibus, augeatur  $a$  quantitate quacunque  $e$ ;  
 Vis Corporis A erit nunc  $Aaa+2Aae+Aee$ . Corporis B Velocitas,  
 quia manet Velocitas respectiva  $d=a+b$ , erit  $b-e$ ; nam  $a+e+b-e$   
 $=a+b$ ; ergo Vis Corporis B erit  $Bbb-2Bbe+Bee$ , & summa Virium  
 est  $Aaa+Bbb+Aee+Bee+2Aae-2Bbe$ .

Sed propter  $Aa=Bb$  sese mutuò duò ultimè termini destruunt, &  
 summa valet  $Aaa+Bbb+Aee+Bee$ , quæ primam excedit. Similis est  
 demonstratio si augeatur Velocitas  $b$ , imminutâ, eâdem quantitate, Velo-  
 citate  $a$ ; unde patet demonstratio N. 961.

1010. Posuimus A, B:: $b$ ,  $a$ ; componendo  $A+B$ , B:: $b+a=d$ ,  $a$ ; ergò  
 $a=\frac{Bd}{A+B}$ , similiter  $b=\frac{Ad}{A+B}$ ; idcirco summa Virium  $Aaa+Bbb$   
 $=\frac{ABBdd+BAAdd}{B+A^2}$  dividendo Numeratorem & Denominatorem per  
 $B+A$ , quantitas hæc æqualis est  $\frac{ABdd}{B+A}$  ut in N. 985. monuimus.

## S C H O L I U M II.

Demonstrationes Algebraica N. 988. 990.

**G**eometricè demonstravimus Regulas N. 988. 990. hæ ipse algebraicè  
 quàm facillimè deducuntur ex propositione Numeri 987.

1011. Sit Corpus A motum Velocitate  $a$ ; Corpus B agitatum Velocitate  $b$ : Ve-  
 \* 918. locitas respectiva est  $a-b$ , si Corpora ad eandem partem tendant \*; hæc Ictu  
 \* 931. destruitur \*, & est summa mutationum in Velocitatibus Corporum post Ictum.  
 \* 987. B est ad A, ut mutatio Velocitatis in A ad mutationem Velocitatis in B\*; &  
 componendo, summa Massarum  $A+B$  ad A, ut summa mutationum  $a-b$   
 ad mutationem Velocitatis Corporis B, quæ mutatio ergò est  $\frac{Aa-Bb}{A+B}$ ;  
 cùm Velocitas  $b$  minor sit Velocitate  $a$ , augetur illa in Percussione: ideò  
 Velo-

Velocitas Corporis B, id est, Velocitas utriusque Corporis \* post Impactionem, est  $b + \frac{Aa - Ab}{A + B} = \frac{Bb + Aa}{A + B}$  ut habetur in N. 988.

Positâ Velocitate respectivâ  $a + b$ , tendentibus nempe Corporibus in contrarias partes \*, simili ratiocinio Regula N. 990. detegitur.

Hæcæ ambas Regulas de Collisione Corporum etiam ex demonstratis, circa quantitatem Vis amissæ \*, deducere possumus; quam demonstrationem hic subjungam, ut firmitas illorum, quæ de Viribus insitis superius demonstrata sunt, clariùs pateat; dum ex ipsis, per Vias omninò diversas, deducimus Regulas Experimentis confirmatas.

Sint iterum Corpora A & B; hujus Velocitas b illius a; tendant ad eandem partem, & Velocitas respectiva erit  $a - b$ .

Summa Virium ante Ictum est  $Aaa + Bbb$  \*; Vis Ictu destructa est  $ABaa - 2ABab + ABbb$  \*; subtrahendo hanc ex summâ Virium habemus  $\frac{ABaa - 2ABab + ABbb}{A + B}$  \*; subtrahendo hanc ex summâ Virium habemus \* 985. 1010.

Vim post Ictum superstitem  $\frac{AAaa + 2ABab + BBbb}{A + B}$ ; Corpora post Ictum non separantur \*, & Massa est  $A + B$ , per quam si dividamus Vim superstitem post Ictum, habemus Quadratum Velocitatis post Collisionem; quod

Quadratum ergo est  $\frac{AAaa + 2ABab + BBbb}{A + B} = \frac{Aa + Bb}{A + B}$ ; cujus Radix

$\frac{Aa + Bb}{A + B}$  dat Velocitatem quæsitam.

Si adhibitâ Velocitate respectivâ  $a + b$  computatio ineatur, Regula N. 990. detegitur.

Vulgò quantitas Motûs, quam ipsius Vis insitæ proportionem sequi possunt, determinatur multiplicando Massam, non per Quadratum Velocitatis, sed per ipsam Velocitatem; ex hoc principio deduxere Philosophi ipsas illas Regulas N. 988, 990. quas nos, variis methodis, ex principiis nostris deduximus; mirum hic quid contigit, error erroris fuit destructio, & duplex error ad veritatem conduxit; falsum de mensurâ Virium secuti sunt principium, &, quod veritati etiam minimè congruum est, nullam Vim intropremendo partes, & harum superando cohesionem, Corpora amittere posuere.

### S C H O L I U M III.

*Mutationum, quæ in Viribus Corporum, durante Collisione, contingunt, Demonstratio Geometrica.*

**S**it Linea AF, & ad hanc perpendicularis AD, in puncto ad libitum sumto A.

In hac perpendiculari, pono AD, & AC, quæ sint inter se ut Velocitates Fig. 3. 4.

TAB.

XXXVII.

citates duorum Corporum concurrentium, quæ dicuntur M & N: duo dantur casus; 1. Corporum tendentium ad eandem partem, 2. Corporum in contrarias partes translatorum: in primo casu pono C, & D, ad eandem partem puncti A (Fig. 3.); in secundo casu contra (Fig. 4.).

In Lineâ primâ AF, etiam noto duas partes, AB, Ag, quæ sint ut Massæ eorundem Corporum M, N; in secundo casu ad eandem partem ipsius A (Fig. 4.), in primo contra, (Fig. 3.), ut Figuræ demonstrant. Per puncta B & C duco Lineam, quam indefinitè produco ad partem ipsius g. Conjungo quoque, ductâ Lineâ, puncta C & g, in primo casu; in secundo Lineam adhibeo cg, positis AC, & Ac, æqualibus; per D ad Cg, aut cg; ducitur parallela DF; quæ sæpe etiam ultra F producenda est.

1017. Tali Figurâ determinamus omnia, quæ in Collisione peculiari quacunque contingunt.

Habemus Triangula BAC, DAF, quæ sunt inter se, ut vires Corporum M & N in momento concursus. Triangula enim hæc sunt inter se in ratione compositâ Basium BA & AF, & altitudinum AC, AD\*, Bases BA, AF, sunt in ratione compositâ rationum BA ad Ag, & Ag ad AF; prima est ratio Massarum M & N; secunda est ratio Velocitatum AC, AD; ergò Bases sunt, ut Producta unius cujusque Massæ per suam Velocitatem: si unum quodque productum per eandem Velocitatem iterum multiplicetur, habemus Triangulorum rationem, quæ erunt ut Vires\*.

\* 27. El. VI.  
41. El. I.  
1018. Mutatio, quæ in Velocitate contingit, respondet, in hac Figurâ, cum mutatione respondentem ipsius Vis. Sit Velocitas  $ac$ , ductâ hac parallelâ ad AC; Vis erit ut  $Bca$ ; nam Triangula similia, BCA, Bca sequuntur rationem duplicatam laterum homologorum AC,  $ac$ \*; & ejusdem Corporis M Virës sequuntur rationem duplicatam Velocitatum AC,  $ac$ \*.

\* 757.  
1019. Amborum Corporum, durante Collisione, mutantur Velocitates; eo momento, quo Corporis M Velocitas est  $ca$ , Corporis N Velocitas est  $da$ ; mutationes enim Velocitatum, quæ eodem tempore contingunt, sunt inter se in ratione inversâ Massarum\*, quod ipsum in hac Figurâ locum habet.

Mutationes hæc sunt  $co$ ,  $dp$ ; ductis  $Co$ ,  $Dp$ , ad AB parallelis. Propter Triangula similia  $Coc$ , ABC; & etiam similia  $Dpd$ , ACg;

$$co, oC :: CA, AB;$$

$$Dp = oC, dp :: Ag, CA;$$

\* 13. El. V. ergò ex æquo perturbatè\*,  $co, dp :: Ag, AB$ ; id est, ut N ad M, aut inversè ut Massæ.

1020. Reliqua, quæ ad hanc collisionem pertinent, nunc etiam facilè patent. Vis quam Corpus M, acquisivit, aut amisit, est  $ACca$ ; Vis quam N amisit est  $ADda$ ; Vis, mutuâ Actione, efficiendo Cavitatem, destructa, est  
\* 841. 934.  $CDdc$ ; cui est proportionalis ipsa Cavitas huc usque effecta\*.

1021. Hæc omnia ita se habent, ubicunque ducatur Linea  $pa$ , inter A & e; in E enim, intersectione Linearum AB & DF, Actio mutua Corporum cessat, & Ee determinat Velocitatem, quâ ambo Corpora post Idum simul feruntur.

Vis

Vis Corporis M est tunc, BE e; Vis Corporis N est E e F; Vis destructa, 1012.  
quæ integræ Cavitati proportionalis est \*, exhibetur superficie D E C. \* 841.934.

Pater quoque, ductâ Lineâ fl parum à p a distant, mutationes Virium, 1013.  
durante mutua Actione, in momento quocumque, infinitè exiguo, esse inter se, ut  
sunt Corporum Velocitates; & Vim destructam se habere ad mutationem Vis in uno 1014.  
ex iis Corporibus, in eodem momento, ut Velocitas respectiva se habet ad Velocitatem ejusdem Corporis, in ipso illo instanti.

S C H O L I U M IV.

De Temporibus, quibus Percussiones absoluntur, & de Mutationibus Virium,  
& Velocitatum, quæ certis Temporibus contingunt, comparandis inter se.

Q Uæ in Scholiis, Capitis præcedentis, fuere demonstrata de Temporibus, 1015.  
quibus Cavitates efficiuntur, ad Collisionem applicari poterunt, si unius Corporis superficies sit plana, & mollis, alterum autem constet ex partibus, quæ in Collisione non cedunt, ut in Experimentis hujus Capitis; Corpusque hoc figuram quamcumque habeat ex iis, de quibus in Capite præcedenti egimus.

Ut nunc hæc applicatio fiat, ad hoc debemus attendere; Leges, quæ 1016.  
spectant formationem Cavitatum non mutari, ex mutatâ Velocitate & Cavitatis magnitudine; hisce quidem Tempora variantur, sed decrementa Velocitatum iisdem Regulis subjiciuntur.

In Collisione Velocitas respectiva ipsa est, quâ Cavitas efficitur; hæc autem, manente Velocitate respectivâ, pro diversitate Massarum variari potest; sed differentie alie, quæ Tempus mutare possunt, non dantur. Unde 1017.  
concludimus, demonstrata de Impactionibus, in Obstaculum fixum, ad Collisionem referri, si pro Velocitate Corporis impacti in Obstaculum fixum, Velocitatem respectivam in Collisione adhibeamus, & pro Cavitate, quæ in Obstaculum fixum imprimitur, ponamus Cavitatem in ipsâ Collisione effectam.

Prima hæc Cavitas est ut Productum Quadrati Velocitatis per Massam\*; \* 845.  
secunda est ut Productum Quadrati Velocitatis respectivæ per Productum Massarum, divisum per harum summam \*; ergo, cum pro ipsâ Velocitate \* 841.934  
adhibeamus Velocitatem respectivam, etiam pro Massa adhibendum est productum Massarum divisum per harum summam. 985.

Hanc generalem demonstrationem satis rem illustrare persuasum habemus; 1018.  
si quis autem voluerit singulas peculiare demonstrationes, in Scholiis Capitis præcedentis datas, ad Collisionem applicare, detegat, singulas peculiare solutiones ad hanc ipsam generalem Regulam semper deducere.

Quædam ulterius addam, quæ solam Collisionem spectant, & quidem solos 1019.  
illos casus, in quibus pars Corporis durioris, quod in Corpus molle incurrit, est Cylindrica; ponimusque Cylindrum esse rectum, & Motus directionem cum ipsius axe convenire, & ut in præcedentibus, Impactionem esse directam, Corporisque mollis superficiem esse planam. Sit M Massa prioris Corporis; N 1020.  
secundi; Velocitas respectiva dicatur r: quamdiu de eodem Cylindro agitur,

Nn

Tem-



- \* 889. Tempus, quo Cavitas formatur, est ut  $\frac{M N r}{M + N}$  \*. Durante hocce Tempore
1027. \* 890. Velocitas uniformiter decrefcit \*: id est, in singulis momentis, infinite exiguis, aequalibus, diminutiones Velocitatis respectiva sunt aequales; positis circumstantiis indicatis \*. Sed hæc diminutio est summa mutationum Velocitatum amborum
- \* 1029. Corporum concurrentium, & mutationes hæ sunt in constanti ratione inversâ
- \* 967. Massarum \*: ergo hæ mutationes quoque, Temporibus aequalibus, aequales sunt, consideratis separatim singulis Corporibus.
1033. Mutationes integras in Velocitatibus Corporum M & N habemus, dividendo  $r$  in ratione inversâ Massarum \*: id est, Mutatio pro M est  $\frac{N r}{M + N}$ .
- \* 987. Tempus, quo hæc contingit, est ipsum Tempus, quo integra Velocitas respectiva destruitur, quod est ut  $M \times \frac{N r}{M + N}$  \*: ergo Tempus, quo Corporis M Velocitas mutatur, sequitur rationem ipsius mutationis hujus Velocitatis, si Massa M maneat, reliquis N &  $r$  ad libitum variatis; & ideo Temporibus æqualibus, in diversis Collisionibus, Velocitatum mutationes sunt æquales.
1034. Ergo, si Corpus, cylindricè terminatum, juxta directionem axeos Cylindri motum, directe impingatur in superficiem mollem, & planam, Obstaculi cujuscunque mobilis, quacunque magnitudinem hoc habuerit, & quacunque Velocitate agitetur, si eadem sit partium cohesio, Corpus impactum, aequali tempore, æqualem Velocitatem amittet, quacunque Velocitate hoc ipsum fuerit projectum.
1035. In hoc eodem casu, mutatio Velocitatis, quam Obstaculum patitur, eadem semper est, aequali Tempore; si Obstaculum idem maneat; variatis utrumque Massâ Corporis impacti, & Velocitatibus, sive Corporis, sive Obstaculi, sed servato eodem Cylindro; nam demonstratio N. 1033. ad utramque Massam referri potest.
1036. Sed magis generaliter rem considerare possumus variato, & ipso cylindro, cujus Diametrum dicimus  $d$ . Si Corpus impactum sit M, &  $v$  hujus Velocitas, & Vim amittat agendo in Obstaculum immobile, Tempus quo hanc amittit
- \* 889. est, ut  $\frac{M v}{d d}$  \*: si, in Obstaculum mobile N, impactum fuerit Corpus, & Velocitas respectiva sit  $r$ , Tempus erit, ut  $\frac{M N r}{M + N \times d d}$  \*. Mutatio in Velocitate ipsius M, quæ tali tempore contingit, est  $\frac{N r}{M + N}$  \*. Si hæc quantitas data sit, per unitatem poterit exprimi; tunc  $\frac{M N r}{M + N \times d d}$  mutatur, & est  $\frac{M}{d d}$ ; & Tempus, quo determinata quæcunque mutatio contingit in dictâ Velocitate Corporis M, est ut  $\frac{M}{d d}$ ; & in hac ipsâ ratione, sed inversâ, est mutatio Velocitatis

citatis in Tempore determinato, nempe ut  $\frac{d}{M}$ ; id est, est directè ut basis Cylindri, aut ut superficies, in quâ mutua datur Corporum applicatio, & inverse ut Massa ipsius Corporis. Mutatio autem Velocitatis ipsius Obstaculi est ut  $\frac{dd}{N}$ , quod simili ratiocinio evincitur, & etiam ex N. 987. sequitur.

Si momenta ponamus infinitè exigua, & æqualia, poterimus conferre 1037. Virium mutationes, & Cavitatum, augmenta in determinato quocunque ex his momentis; positis diversis Collisionibus quibuscunque.

Cavitatis augmentum est ut basis Cylindri, & ut Velocitas respectiva in illo determinato momento, ut manifestum est; augmentum hoc ergo est ut  $ddr$ ; quam eandem proportionem sequitur Vis destructa in hoc ipso momento \*; hæc autem est ad mutationem Vis, quam interea patitur quodcumque ex Corporibus concurrentibus, ut Velocitas respectiva ad ipsam Velocitatem hujus Corporis \*. Hanc si dicamus  $v$ , habemus  $r$  ad  $v$ , ut  $ddr$  ad mutationem de quâ agitur; quæ valet  $ddv$ . Generaliter ergo patet, in omni Collisione, mutationem Vis Corporis, in momento infinitè exiguo determinato, sequi rationem superficiei, in quâ mutua datur applicatio, ut & Velocitatis Corporis, quamcumque Massam hoc habeat; variatis quoque ad libitum magnitudine, & Velocitate, ipsius Obstaculi. \* 840. \* 1014. \* 1038.

Si autem neque ad Collisionem, neque ad Tempus attendamus, Universalẽ, de mutatione infinitè exiguâ Vis Corporis, demonstramus Propositionem. 1039.

Sit Triangulum ADE; hujus superficies, ductâ parallelâ ad DE, mutatur ut Quadratum Lineæ AD, aut Lineæ DE \*; ergo, si utraque hæc Linea Velocitatem Corporis repræsentet, superficies Vim exhibebit, quamdiu Massa est eadem \*; si hæc differat, superficies per Massam Corporis multiplicanda erit. TAB. XXXII. Fig. 1. \* 9. El. VI. \* 753.

Sit nunc de parallela ipsi DE, ad distantiam infinitè exiguam ab hac remota; superficies DEde, multiplicata per Massam, repræsentat mutationem Vis, quando mutatio Velocitatis est Dd; & mutatio infinitè exigua ipsius Vis, sequitur rationem Massæ Corporis, Velocitatis DE, & mutationis Velocitatis, nempe Dd. 1040.



## C A P U T V.

*De Collisione Corporum, quæ ex Variis Corporibus junctis efficiuntur: ubi de Centro Percussionis.*

**C**orpora omnia constant ex particulis conjunctis inter se; possuntque Corpora omnia in Corpora  
N n 2 mi-

minora resolvi. Corpus autem vocamus unum, cujus partes simul moventur, servato ita situ respectivo, ut hic non turbetur, nisi applicatâ Vi externâ.

1042. Eo sensu Pendulum compositum est Corpus unicum; & Pendulorum duorum Percussio referenda est ad Collisionem simplicem duorum Corporum.

1043. Sic etiam ad hanc referimus Percussionem Corporum, Lineâ rectâ inflexili junctorum, & Circa centrum horizontaliter agitatorum.

TAB.  
XXXV.  
Fig. 3.

Ponamus Corpora A & C, Lineâ talî, mobili circa Punctum H, juncta; sint etiam Corpora B & D, eodem modo juncta, & circa F mobilia. Agitatis his Corporibus, Percussio diversa dabitur, pro ut loca concurrentia differunt, quamvis eodem modo mota sint, & semper directè concurrant. Ponimus nunc concursum dari directum Corporum A & B. Corpora hæc post Percussionem eâdem Velocitate moventur \*, & separantur hac solâ de causâ, quia circa diversa Centra Lineæ mobiles sunt: Velocitas autem hæc determinatur Regulâ, quam in sequenti Scholio primo demonstrabo.

#### DEFINITIO I.

1044. *Multiplico unum quodque Corpus per Quadratum distantie à Centro sui Motûs; colligo in unam summam producta omnium Corporum, eidem Lineæ applicatorum, & summam hanc multiplico per Quadratum distantie, inter aliud Centrum & Punctum in quo Percussio fit. Productum hoc vocabo Numerum Centri circa quod Linea movetur.*

Multiplico Corpus A per Quadratum distantie AH; C per Quadratum distantie CH; summam horum productorum multiplico per Quadratum distantie IB.

Hoc

Hoc productum dat Numerum Centri H. Eodem modo determinatur Numerus Centri I.

*Multiplico Numerum Centri H per Velocitatem puncti, in quo Percussio fit in Lineâ Centri H, id est, per Velocitatem Corporis A; & Numerum Centri I multiplico per Velocitatem puncti, in quo Percussio fit in Lineâ hujus centri, nempe per Velocitatem Corporis B; colligo producta in unam summam, si Corpora tendant ad eandem partem; minus autem productum ex majori subtraho, si Motus sint contrarii; & summam hanc, aut differentiam, divido per summam numerorum Centrorum H & I, & quotiens dat Velocitatem quesitam Puncti in quo Percussio fit. Reliqua quoque, quæ ad hanc Percussionem pertinent, in indicato Scholio illustramus.* 1045.

In hisce Agitationibus observandum, Motum liberrimum poni circa Centrum; ibi autem Lineam retineri ita, ut ne quidem minimus Motus ipsi Clavo, aut Retinaculo, communicetur, dum circa ipsum Corpora rotantur; ne hac Actione Vis quædam destruat. \* 1007. 1046.

Talem Actionem, saltem ex Vi Centrifugâ, semper dari manifestum est, solo casu excepto, in quo Corpora circa commune Gravitatis Centrum rotantur \*. Sed præter hanc, in plerisque casibus, & alia datur Actio in Retinaculum in ipso momento Percussionis, quam in Pendulo composito distinctius explicabimus. \* 613. 1047.

Sit tale Pendulum A D I, ex Corporibus A, & D, junctis Lineâ inflexili, circa I volubili, constans: quæ de duobus Corporibus dicimus ad plura applicari possunt. TAB. XXXV. Fig. 8.

Si hoc Pendulum compositum elevetur, sibi que permittatur, & ubi ad situm verticalem pervenit, in Obsta- 1048.  
Nn 3 culum

*culum incurrat, quod immobile ponimus, agunt Corpora diversimodè, prout punctum, quod in Obstaculum impingitur, minus aut magis distat à centro Motûs I.*

1049. Differentia autem hæc quærenda est in ipsâ Pressione, quam Pendulum exferit in Retinaculum I, durante Percussione; quæ Pressio ad unam, aut ad aliam, partem dirigitur pro diversâ distantia Puncti in quo Percussio fit. Ita verò determinari in Pendulo potest punctum H, quod agit, ut æquilibrium detur inter Actiones; & nullam Percussio Pressionem producat in Retinaculum in I. In hoc casu, Percussione Corpora integras amittunt Vires, Pendulumque Ictu quiescit, quamvis in I non retineatur, & circa hoc Punctum simpliciter mobile sit.

#### DEFINITIO 2.

1050. *Punctum, in Pendulo, circa quod tale datur æquilibrium, vocatur Centrum Percussionis.*

1051. *Centrum Percussionis cum Centro Oscillationis\* coincide-*  
 \* 425. *re, in Scholio tertio, huic Capiti adjuncto, demonstramus.*

1052. Si Percussio fiat in alio Puncto, & Pendulum in I non retineatur, Ictus minor erit, dabiturque Penduli agitatio circa Punctum, in quo Percussio datur.

1053. In hoc tamen ipso casu magnitudinem Ictûs servamus, si ita in I Pendulum retineatur, ut ipsi Retinaculo nullum omninò Motum communicare possit, ut

\* 1046. supra de alio Motu monuimus \*. In hoc enim casu

- \* 1007. Actione in I, nulla Vis perit\*; Pendulum tamen quiescit; ergo omnis Vis destruitur, agendo in Obstaculum; quare hæc Actio ipsam valet quæ in Percussione Centri Oscillationis præstatur.

Unde

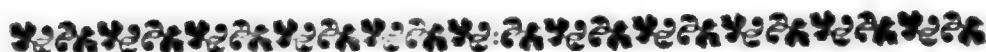
Unde deducimus, *Pendulum*, quod circa *Punctum* 1054. suspensionis, liberrimè rotatur, sed in hoc ipso retinetur, & Retinaculo nullum omninò Motum potest communicare, non habere Centrum Percussionis; aut potius, omnia ipsius puncta talia esse Centra.

Hæc propositio quibusdam antea explicatis Experimentis confirmatur, sed magis directè hocce sequenti.

#### EXPERIMENTUM.

Hocce Experimentum cum Exp. 4<sup>to</sup>. Cap. 3<sup>ii</sup>. \* 1055. tantum in quibusdam circumstantiis differt, quæ in hoc \* 837. observandæ sunt, & in illo negliguntur. Cursorem nempe Medium in ipso Centro Oscillationis firmamus; id est, in puncto quod est Centrum Percussionis, quando axis in foraminibus non retinetur. In fine Scholii 2<sup>di</sup>. Cap. 2<sup>di</sup>. demonstravimus \*, hoc ipsum obtineri; si in \* 816. nostrâ Machinâ distantia punctorum mediorum Cursorum à Puncto suspensionis fuerint Pollicum 12; 24; 29; reliqua peraguntur, ut in indicato Experimento; successus idem est; id est, Cavitates sunt æquales inter se, quando eadem est Penduli agitatio, quicumque ex Cursoribus in Argillam incurrat. Eadem ergo, in hisce occasionibus, est Penduli Actio \*, & hujus re- \* 816. spectu non à reliquis punctis distinguitur Centrum Percussionis.





## S C H O L I U M I.

*Demonstratio illorum, quæ indicata fuere, in N. 1045. de Percussione Corporum, Lineis rigidis inter se coherentium, & circa Centra agitatorum.*

1056. *S*int Corpora A & C, Lineâ inflexili conjuncta, & circa Centrum H agitata; sint etiam Corpora alia B & D, eodem modo juncta, & circa I agitata.

TAB. XXXV.

Fig. 3.

Ponamus dari horum Corporum Percussionem directam. Hoc obtingit, si in se mutuò impingantur unum ex Corporibus, adhaerentibus uni Lineæ, cum Corpore quocumque ex illis, quæ cum aliâ coherent Lineâ, ut A & B. Impactio autem erit directâ, si hæc Corpora directè in se mutuò incurrant; quod fieri non poterit, nisi, in momento incursum, Lineæ, quibus Corpora coherent, sint parallelæ inter se.

Si, in momento incursum, in quo in eadem Lineâ ambo moventur Corpora, Motu quodam communi ferantur, non hoc Motu in se mutuò agent; Impactio ergo pendebit à *Velocitate respectivâ*, quâ manente eadem datur partium introcessio \*, & eadem *Vis amissa* \*, quibuscumque *Velocitatibus Corpora agitentur*.

\* 949.

\* 956.

1057. Dari casum, in quo Corpora, in partes contrarias lata, post Ictum quiescunt, facile patet; & in hoc casu, datâ *Velocitate respectivâ*, summam Virium esse omnium minimam etiam liquet; tota enim Vis destruitur, & minor quantitas nunquam potest destrui \*; dicam autem quænam sit ratio Velocitatum in hoc casu.

\* 1056.

Sit *a* distantia Corporis A à Centro H, circa quod rotatur; & *c* distantia Corporis C ab eodem Centro. Eodem modo sit *b* distantia Corporis B, & *d* distantia Corporis D, à Centro I, circa quod hæc Corpora agitantur. Sit ulterius *m* Velocitas Corporis A; & *n* Velocitas Corporis B.

1058. In casu, in quo Corpora post Ictum quiescunt, positis Motibus contrariis, habemus

$$m, n :: Bbb + Ddd \times aa, Aaa + Ccc \times bb. \text{ id est, } Aaa + Ccc \times bb m \\ = Bbb + Ddd \times aa n.$$

1059. In hoc enim casu summa Virium, manente *Velocitate respectivâ*  $m + n$ , est omnium minima.

1060. Summa Virium est  $Amm + \frac{Cccmm}{aa} + Bnn + \frac{Dddnn}{bb}$  \*; nam  $a, c :: m$ .

\* 757.

$$\frac{mc}{a} = \text{Velocitati Corporis C; \& } b, d :: n, \frac{dn}{b} = \text{Velocitati Corporis D.}$$

Ponamus nunc Velocitatem *m* augeri quantitate *e*, & eadem quantitate minui Velocitatem *n*, ut Velocitas respectiva maneat; videbimus summam esse majorem.

Velo-



Velocitas Corporis A nunc est  $m + e$ ; Corporis C est  $\frac{me + ee}{a}$ ; Corporis B est  $n - e$ ; & tandem celeritas Corporis D est  $\frac{n d - ed}{b}$ . Summa Virium nunc erit  $Amm + 2Ame + Aee + \frac{Cccmm + 2Cccme + Cccce}{aa} + Bnn - 2Bne + Bee + \frac{Dddnn - 2Dddne + Dddee}{bb}$ . Sed  $\frac{Aaa + Ccc}{aa} \times bbm = \frac{Bbb + Ddd}{bb} \times aan$ ; ponimus enim de hoc casu agi. Dividendo hanc æquationem per  $aabb$ , habemus  $Am + \frac{Cccm}{aa} = Bn + \frac{Dddn}{bb}$ ; idcirco in ultimâ summâ Virium sese mutuò destruunt  $+ 2Ame + \frac{2Cccme}{aa} & - 2Bne - \frac{2Dddne}{bb}$ , & summa ad hanc reducitur  $Amm + Aee + \frac{2Cccmm + Cccce}{aa} + Bnn + Bee + \frac{Dddnn + Dddee}{bb}$  quæ primâ memoratâ summâ major est. Q. D. E.

Nec diversa est demonstratio si augeatur  $n$ , imminutâ Velocitate  $m$ .

1061.

Ipsam hanc Propositionem, Corpora quiescere, si Velocitates indicatam rationem \* habeant, & brevius demonstramus, & magis directè; ex ante dictis \* enim generaliter deducimus, Corpora in contrarias partes lata, & concurrentia, æqualibus Temporibus Vires amittere, ideoque Ictu quiescere, si Velocitates in punctis, in quibus Actiones exerunt, id est, in punctis in quibus concurrunt, fuerint inter se ut Vires destruendæ. Ergo in hoc casu est

\* 1058.  
\* 956.

$$m, n :: Amm + \frac{Cccmm}{aa}, Bnn + \frac{Dddnn}{bb}.$$

Unde sequitur  $Aaa + Ccc \times bbm = Bbb + Ddd \times aan$  Q. D. E. \*. \* 1058.

Vis in Collisione quacunque, datâ Velocitate respectivâ, destructa determinari potest, nam valet summam Virium in casu in quo hæc minima est \*. \* 1056. Sit nunc  $m + n = r$ .

Datur ratio inter  $m$  &  $n$  \*, & componendo

\* 1058.

$$Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd \times aa, Aaa + Ccc \times bb :: m + n = r, n;$$

$$\text{ergo } n = \frac{Aaa + Ccc \times bbr}{Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd \times aa}.$$

Eodem modo detegi-

$$\text{mus } m = \frac{Bbb + Ddd \times aar}{Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd \times aa}.$$

Summa Virium est

\* 1060.  $\frac{Aaa + Ccc \times mm}{aa} + \frac{Bbb + Ddd \times nn}{bb}$  \*, substituendo pro  $m$ , &  $n$ , valores, summa hæc erit

$$Aaa + Ccc \times Bbb + Ddd \times aarr + Bbb + Ddd \times Aaa + Ccc \times bbr.$$

$$Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd \times aa$$

Dividendo Numeratorem & Denominatorem per  $Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd$

1063.  $\times aa$ ; habemus  $\frac{Aaa + Ccc \times Bbb + Ddd \times rr}{Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd \times aa}$  Vim amissam datâ:

Velocitate respectivâ  $r$ .

1064. Ut nunc Regulam in N. 1045. traditam demonstramus, concipimus dari: Punctum, quod eadem Velocitate movetur, quâ Corpora post Ictum, ante separationem, feruntur, & juxta eandem directionem.

Respectu hujus Puncti Corpora post Impactionem quiescunt; idè respectu ipsius, ante Ictum, contrariis Velocitatibus movebantur in ratione  $Bbb + Ddd$ .

\* 1058.  $\times aa$  ad  $Aaa + Ccc \times bb$  \*, hæcque Velocitates amittunt, cum respectu hujus Puncti post Ictum quiescant; quare hæ ipse Velocitates sunt mutationes, quæ ex Ictu in Velocitatibus contingunt, quæ ergo mutationes sunt in memoratâ ratione, & componendo  $Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd \times aa$  ad  $Aaa + Ccc \times bb$  ut summa mutationum, id est, ut Velocitas respectivâ, ad mutationem in Velocitate Corporis B.

Si nunc Velocitas Corporis A dicatur  $p$ ; &  $q$  Velocitas Corporis B, positâ hac minori; Velocitas respectiva erit  $p - q$ , si Motus eandem partem versûs dirigantur; & mutatio, Velocitatis Corporis B, detegitur

$$Aaa + Ccc \times bb p - Aaa + Ccc \times bb q$$

, quæ mutatio est Velocitas acquisita; quia minor Velocitas in Motibus conspirantibus augetur: quare si addatur ipsi Velocitati  $q$  habemus Velocitatem amborum Corporum post Ictum;

1065. quæ ergo est  $\frac{Aaa + Ccc \times bb p + Bbb + Ddd \times aa q}{Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd \times aa}$ .

1066. Si Motus in contrariam partem dirigantur, Velocitas respectiva est  $p + q$ , & Velocitas post Ictum simili ratiocinio detegitur

$$\frac{Aaa + Ccc \times bb p - Bbb + Ddd \times aa q}{Aaa + Ccc \times bb + Bbb + Ddd \times aa}$$

, subtractio nempe in Numeratore producto minore ex majore.

1067. Clarè patet non interesse utrum in hac Collisione Corpora, quæ eidem Lineæ junguntur, ad eandem partem dentur Centri, circa quod Linea movetur, an ad partes diversas; nam eodem modo Corpus movetur, à quacunque parte Centri deur, si modò distantia ab hoc sit eadem, Vim etiam centrifugam, quâ Corpora a Centro recedere conantur, & Actiones quas, dum concurrunt, in

Reti-

Retinacula exserunt, non hic considerari debere, satis manifestum est\*. \* 1007.

Demonstrata hæc ad numerum quemcunque Corporum possunt applicari, 1068. & universales Regulæ ex demonstratis quam facillimè illiciuntur.

Videmus etiam quid obtineat, si Corpus, in Lineâ rectâ motum, directè 1069. in aliud incurrat, quod cum aliis Lineæ rectæ, circa Centrum mobili, coheret; Corpus enim illud, in Lineâ rectâ motum, agit, quasi Lineæ rectæ, circa Punctum quodcunque mobili, adhereret.

Quiescant Corpora A & C in a & c, dum ut ante mobilia sunt circa H. Ponamus B, aut b, in Lineâ rectâ motum, Velocitate q, directè, & perpendiculariter ad a H, incurrere in a; Velocitatem post Ictum detegimus ipsâ formulâ præcedenti. Pono enim B cum Lineâ coherere, & agitari circa Centrum ad distantiam quamcunque b; in hac Collisione p, & D, æquales sunt nihilo; idè evanescunt quantitates, quæ per has multiplicantur, quare memo-

rata formula \* in hanc mutatur 
$$\frac{Bbb\ a\ a\ q}{Aaa + Ccc\ x\ bb + Bbb\ aa} = \frac{B\ a\ a\ q}{Aaa + Ccc\ +\ Baa} \text{---};$$
 \* 1069.

ex quâ hanc deducimus Regulam. Corpus, quod impingitur, per Quadratum distantia Puncti, in quod incurrit, à Centro, & per Velocitatem suam, multiplicatur; productumque hoc dividitur per summam omnium Corporum, singulorum multiplicatorum per quadrata suarum distantiarum à Centro.

Propositiones N. 962. 985. 987. 988. 990. sunt casus peculiare Propo- 1070. sitionum, in hoc Scholio in N. 1053. 1063. 1064. 1065. 1066. demonstratarum; ut patet, si ponamus duo Corpora, quæ cum Lineis, circa Centra quæcunque mobilibus, coherent.

## SCHOLIUM II.

*Examen Experimenti circa Corpora in Lancem, aut Brachium, Libræ impacta.*

**M**ersennus, de Lanis, & alii, Experimentum dedere circa Corpora ca- 1071. dentia institutum; & notarunt Corpus, in Lancem Libræ impactum, aliud Corpus, cujus pondus majus est, Lanci oppositæ impositum, paululum elevare; & Pondera sic elevari ad exiguam, sed æqualem (quam tamen circumstantiam non notat Mersennus) altitudinem, si Corpus, quod Motu cadendo acquisito in Libram impingitur, cadat ab altitudinibus, quæ sunt ut Quadrata Ponderum quæ elevantur.

Mersennus tamen notat, in quibusdam circumstantiis Experimentum non processisse; quod & mihi contigit, Experimentum paululum aliter instituenti; hoc defectui Machinæ tribuebam, & in illis solis altitudinibus, in quibus Regulam satis exactè observari videbam, defectus, qui in Machinâ me non latebant, minus noxios credebam. Cum autem attentius rem examinarem, me toto Cælo errasse percepi; & ipsis illis principiis Mechanicæ, de quibus inter omnes convenit, adversari, memoratam dari inter Quadrata Ponderum elevatorum proportionem, quæ datur inter altitudines, à quibus cadit Corpus,

O o 2

quod

quod in Lancem, aut Brachium oppositum, impingitur; & in dubium vocare non potui, ipsi defectui Machinæ tribuendum esse, si aliquando inter certos limites hæc detegatur proportio, ut mihi semper contigerat. Non sensibilis fateor daretur error, si pondus Corporis cadentis, & pondus totius Libræ, id est, Jugi & Lancium, admodum exigua essent respectu Ponderum elevatorum: sed in hoc casu Experimentum institui non posset; majus enim Pondus subtiliori Libræ imponi non potest.

Ut autem, quæ hoc Experimentum spectant, clarius paterent, Machinam construi curavi, quæ, quantum potest exactè, & omnino sine sensibili errore, Experimentum instituitur; & post Experimentum institutum circa hoc computationem inivi.

B I L A N X,

*Quæ Altitudines conferuntur, à quibus Corpus cadens, Pondera paululum elevat.*

1072. **T A B. XXXV. Fig. 4.** Libræ Jugum est AB; pede sustinetur, dum circa Centrum, ut in aliis Libris, volubile est: Lanx L ferrea est; opposita M est lignea, & orbicularis, excavata ad profunditatem unius Pollicis. Hæc, ubi Experimenta instituenda sunt, Argillâ molli repletur, quæ Cultro ligneo abradytur, ut inæqualitatibus exemptam, & horizontalem, habeat superficiem; quæ de causâ Lanx hæc facile tolli potest, iterumque in loco suo suspendi. Distantia BM excedit pedes tres, quare in Mensæ extremitate ponenda Machina est.

Globus G filo suspenditur, & unco Laminæ D coherenti alligatur.

Pondus Q, Lanci L imponitur, ut detur æquilibrium. Quibus positis, additur Pondus Ictu elevandum P; & ut Jugum in situ maneat horizontali, brachium A, quod nunc, magis gravatur, Gnomone ferreo, cum Pede coherenti, sustinetur. Facile videmus alio Pede, Gnomone destituto, sustineri debere Machinam ante impositum Pondus P, ut de æquilibrium constet.

Gnomoni in f annectitur Lamina elastica tenuis fg, quæ extensa ad i, pertingit, ubi extremitas g retinetur, ope Laminæ minimæ i, quæ cum Brachio A coheret; paululum elevato Brachio laxatur g; unde constare potest in variis tentaminibus æqualiter illud elevari; si nempe, paululum tantum imminuto Ictu, quo agitur Libra, Elastrium non relaxetur.

E X P E R I M E N T U M.

1073. Omnibus, ut dictum, dispositis, adhibito Pondere P Unciarum quatuor, Globum G ita suspendi, ut ipsius altitudo, distantia nempe inter inferiorem partem Globi & Argillæ superficiem, foret Pollicum  $6\frac{7}{8}$ ; abscisso Filo, Impactione Globi, laxata est Lamina fg: repetitroque variis vicibus Experimento, eodem modo processit hoc; imminutâ autem altitudine, quartâ parte Pollicis, aut etiam minus, nunquam Elastrium fuit relaxatum, quâ eadem Methodo sequentes altitudines fuere determinatæ.

Dupli-

Duplicato Pondere P, altitudo Globi fuit Pollicum  $14 \frac{1}{8}$ .

Tandem triplicato Pondere P, id est, posito hoc duodecim Unciarum, altitudo fuit  $23 \frac{1}{2}$  Pollicum.

His omnibus altitudinibus Cavitatum, Istibus in Argillâ formatarum, profunditates addendæ sunt, & altitudines neglectis exiguis fractionibus fuerunt.

7.

$14 \frac{1}{8}$ .

$23 \frac{1}{2}$ .

Si, hac eadem Machinâ, eadem instituantur Experimenta, aliâ adhibitâ Argillâ, altitudines paululum variari possunt. Si Argilla minus mollis sit, Cavitates minores erunt, & altitudines supra Argillâ superficiem planam majores, integræ autem altitudines eadem. Sed si magis aut minus ponderet Argilla, discrimen dabitur, nam, licet eo non mutetur Materia elevanda, Materia tamen movenda mutatur, unde discrimen necessariò sequitur, ut hoc computatione sequenti clarius patebit.

Jugum Bilancis Figuram habet quæ in AB exhibetur, in ipsis locis A & B excavatur, ut hoc in Fig. 4. videri potest; de cætero ubique est ejusdem crassitie. 1074. TAB. XXXV.

Propter Figuram irregularem, admodum difficilis foret computatio; ideo, servato Jugi Pondere, mutatam concipimus Figuram, remotis partibus quibusdam à Centro, & admotis aliis: ponimus Figuram illam esse, quæ representatur in Fig. 6., cujus tota longitudo illam representat, quæ in Bilance inter Puncta suspensionis datur; ex quâ mutatione exiguus tantum error in computatione dari potest. Fig. 5.

Hujus Figuræ superficies, cum Jugum ejusdem sit crassitudinis ubique, representare potest Jugi pondus, in omnibus partibus. Figura hæc AB constat ex Parallelogrammo, & duobus Triangulis: junctis Triangulis, Figura reducitur ad illam, quæ in Fig. 7. exhibetur, quâ adsumptâ computationem inibo.

Hunc usum computatio hæc habere poterit, quod inde patebit, cum demonstratis circa Percussionem Experimenta nostra congruere. Fundamentum autem ipsius computationis habetur in N. 1069.

Ante omnia, singula puncta superficiæ A D F E B, Pondus Jugi representantis, per Quadrata distantiarum suarum à Centro Motus respectivè multiplicari debent. Hoc sine errore sensibili fiet, si loco distantiarum à Centro, distantie à Lineâ CF usurpentur, quo computatio facilior evadit. TAB. XXXV. Fig. 7.

Si nunc operatio pro Parallelogrammo instituitur; singulæ Lineæ parallele, & æquales, Lineæ DA, per Quadrata suarum distantiarum à CF multiplicandæ sunt; id est, singula hæc Quadrata per eandem quantitatem AD, aut CG, multiplicari debent; id est, summa Quadratorum per CG multiplicanda est: summa autem Quadratorum est Pyramis, cujus Basis est Quadratum Lineæ AC, & altitudo eadem AC; quæ Pyramis valet  $\frac{1}{3} AC^3$ . Multiplicatâ hac per CG, habemus  $\frac{1}{3} CG \times AC \times AC^2$ , \*7. El. XII.

O o 3

sum-

summam productorum singulorum punctorum Parallelogrammi DC, multiplicatorum per Quadrata distantiarum suarum à CG.

Similis summa, pro singulis punctis Trianguli DFG, æqualis est  $\frac{1}{12}$  GF x AC x AC<sup>2</sup>. Hoc facile detegent subtilioris Geometrie gnari, & aliis illud explicare inutiliter laborarem. Duplicando producta hæc, habebimus similem summam pro integrâ Figurâ ADFEB; & est hæc  $\frac{2}{3}$  CG x AC x AC<sup>2</sup> +  $\frac{1}{6}$  GF x AC x AC<sup>2</sup> =  $b \times AC^2$ ; ponendo  $b = \frac{2}{3}$  CG x AC +  $\frac{1}{6}$  GF x AC.

1075. His positis, dicatur  $a$  altitudo, à quâ Globus demittitur; & Velocitas, cadendo acquisita, quâ Globus in Lancem M incurrit, & quæ Radici quadratæ hujus altitudinis proportionalis est\*, poterit  $\sqrt{a}$  designari.

Multiplicando hanc Velocitatem per Globum G (Fig. 4.) & per Quadratum distantie AC, & dividendo hoc productum per summam omnium Corporum, in Experimento motorum, respectivè multiplicatorum per Quadrata distantiarum suarum à Centro motus, habemus Velocitatem puncti

\* 1069. A post Ictum\*.

Partem hujus summæ jam determinavimus, quoad Jugum nempe, quod superest habemus multiplicando Pondera Lancium L, & M, ut & P, Q, & G (Fig. 4.) per Quadratum distantie AC; nam omnia hæc Corpora considerari possunt quasi darentur in ipsis punctis suspensionis A & B\*.

\* 183. Summam Ponderum Lancium, ut & P, Q, & G, dicimus  $c$ , & Velocitas

\* 1069. puncti A post Ictum erit  $\frac{AC^2 \times G \sqrt{a}}{b \times AC^2 + c \times AC^2} = \frac{G \sqrt{a}}{b + c}$ .\*.

Ut, datâ hac Velocitate, altitudinem ad quam elevatur punctum A cum altitudine  $a$  conferamus, determinandum est Centrum Oscillationis, quod

\* 415. moveretur, ut Corpus in quod gravitas tantum agit\*; distantia autem Centri

\* 474. Oscillationis à Centro Motus est  $\frac{b \times AC^2 + c \times AC^2}{P \times AC} = \frac{b \times AC + c \times AC}{P}$ .\*.

Distantia verò AC se habet ad distantiam hanc Centri Oscillationis, id est, (multiplicando utramque distantiam per P, & ipsam dividendo per AC), P ad  $b + c$ , ut Velocitas Puncti A ad Velocitatem Centri Oscillationis; & in eadem ratione altitudo ad quam adscendit A, quam dicimus  $d$ , ad altitudinem ad quam adscendit Centrum Oscillationis; ergò

$$P, b + c :: \frac{G \sqrt{a}}{b + c}, \frac{G \sqrt{a}}{P} = \text{Velocitati Centri Oscillationis. Et}$$

$$P, b + c :: d, \frac{db + dc}{P} = \text{altitudini, ad quam Centrum Oscillationis adscendit.}$$

Altitudo hæc etiam Quadrato Velocitatis hujus Centri exprimitur, cum

\* 174. 389.  $a$  exprimat altitudinem, ad quam Corpus Velocitate  $\sqrt{a}$  pertingit\*. Habemus

bemus ergo hanc æquationem  $\frac{G^9 \times a}{P^9} = \frac{db + dc}{P}$  id est  $G^9 \times a = db \times P + dc$

$$\times P: \& a = \frac{\overline{b + c \times d \times P}}{G^9}.$$

Pro Litteris ut Numeri substituantur, considerandum,  $b$  æquale esse  $\frac{2}{3}$  GC 1076:  
 $\times AC + \frac{1}{8} GF \times AC$ , dum ipsa Figura ADFEB, id est,  $2GC \times AC +$   
 $GF \times AC$  \*, Jugi pondus repræsentat; quare hoc pondus Jugi ad  $b$ , ut \* 34. El. I.  
 $2GC + GF$  ad  $\frac{2}{3} GC + \frac{1}{8} GF$ .

In nostrâ machinâ est GC ad GF, ut 3 ad 4; id est,  $2GC + GF$  ad  
 $\frac{2}{3} GC + \frac{1}{8} GF$ , ut 15 ad 4. Jugi pondus est novemdecim Unciarum cum  
 Dragma duabus & Scrupulo uno, id est Scrupulorum 463. Ergò

$$15, 4 :: 463, b = 123 \frac{1}{2}. \text{ Scrup.}$$

Pondera Lancium, additis Q & G, nempe  $c - P$  valent 1320 Scrupula,  
 id est,  $c = 1320 + P$ ; Globus G, ponderat Scrupula 67; altitudo  $d$  æqua-  
 lis est 0, 21. Poll. id est, excedit paululum quintam Pollicis partem.

Et præcedens æquatio mutatur in hanc

$$a = \frac{b + c \times d \times P}{G^9} = \frac{123 \frac{1}{2} + 1320 + P \times 21}{67^9 \times 100} = \frac{1443 \frac{1}{2} + P \times 21}{448900}.$$

Substituendo successivè, pro P quatuor, octo, & duodecim Uncias, id est,  
 Scrupula 96, 192, 288 detegimus  $a = 6, 91, a = 14, 68$ ; &  $a = 23, 32$ .

Quæ altitudines parum admodum differunt cum altitudinibus Experimento  
 detectis; differentia autem tribuenda est mutationi Figuræ Jugi in compu-  
 tatione \*.

\* 1074.

In hac computatione negleximus considerationem distantie inter Cen-  
 trum Libræ & Centrum Gravitatis Jugi; quia error inde oriundus nullo  
 modo percipi potest.

### SCHOLIUM III.

#### De Centro Oscillationis, & Percussionis.

Superius \*, ex demonstratis circa Pressionem, deduximus Methodum 1077.  
 determinandi Centrum Oscillationis; eandem ibi traditam Regulam \* 474. 475.  
 quàm facillimè deducimus ex demonstratis circa Vires.

Corpus eandem acquirit Velocitatem, ideoque Vim, à certâ altitudine  
 cadendo; quæcunque viam in descensu sequatur \*; & Vis acquisita huic \* 393.  
 altitudini proportionalis est \*. Dum Corpora, Pendulo composito juncta, \* 754.  
 descendunt, nulla Actione Vis descendendo acquisita destruitur; nihil etiam  
 datur quo augeri posset; ergò summa Virium æqualis est summæ Virium,  
 quas Corpora, separatim à suis altitudinibus cadendo, potuissent acquirere.

Sint



Sint Corpora A, B, C, D; distantia à Puncto suspensionis  $a, b, c, \& d$ . Altitudines, à quibus Corpora hæc descendunt, sunt ut  $a, b, c, \& d$ , & in eadem ratione Velocitates. Dicatur distantia Centri Oscillationis à Puncto suspensionis  $x$ , & Velocitas acquisita descendendo ab altitudine, à quâ Centrum hoc descendit,  $\sqrt{x}$ ; ideò Velocitas Corporis A, si liberè cecidisset  $\sqrt{a}$ \*; & ipsius Vis  $Aa$ \*; summaque Virium, si singula Corpora liberè cecidissent,  $Aa + Bb + Cc + Dd$ . Si quædam Corpora dentur ad partem oppositam Puncti suspensionis, adscendunt hæc, & horum Vires negativæ sunt.

In Corporibus Pendulo junctis, Velocitas Corporis A detegitur hac Regulâ,  $x, a :: \sqrt{x}, \frac{a}{\sqrt{x}}$  Cæterorumque Corporum Velocitates sunt  $\frac{b}{\sqrt{x}}, \frac{c}{\sqrt{x}}, \& \frac{d}{\sqrt{x}}$ ; summaque Virium est  $\frac{Aaa}{x} + \frac{Bbb}{x} + \frac{Ccc}{x} + \frac{Ddd}{x}$ \*; quæ cum memoratæ summæ æqualis sit, detegimus  $x = \frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd}{Aa + Bb + Cc + Dd}$  juxta Regulam N. 474.

Centrum Percussionis cum Centro Oscillationis coincidere superius observavimus\*; hoc nunc demonstrabimus.

1078. *Centri Percussionis hæc est proprietas, dari æquilibrium inter Actiones, quibus Corpora ab utraque parte hujus Centri, in Pendulum agunt.*

Possimus ergò considerare Pendulum quasi Vectem, cujus Sustentaculum est Obex, in quem incurrit, positus in ipso Centro Percussionis, & æquilibrium dari, dum in hunc Vectem Corpora incurrunt, Velocitatibus, quibus in Pendulo moventur.

1079. Penduli AI, cui applicata sunt Corpora A & D, juncta Lineâ inflexili, TAB. suspensâ in I, Centrum percussionis erit H, si, positis, Vecte, cujus Sustentaculum est H, & in hunc incurrentibus Corporibus A & D, in ipsis punctis A & D, Velocitatibus, quas in Pendulo habent, detur inter hæc Actiones æquilibrium; tunc enim punctum I Penduli ullo motu affici non potest, aut, si retineatur, ullam exferere Pressionem in Retinaculum.

Ut hunc casum æquilibrii determinemus, positis variis Corporibus, singulorum Actiones determinari debent; id est, sunt hæ Actiones conferendæ inter se.

1080. Relictâ nunc Penduli consideratione, ad solum Vectem attendendo, sit Corporis A Velocitas  $m$ , &  $a$  distantia AH; Corporis D Velocitas  $n$ , &  $d$  distantia HD. Eodem modo in Vectem agit Corpus A, utrum in A ad partem M, aut in L ad partem N, eadem Velocitate in hunc incurrat, positis HA & HL æqualibus. Actio etiam erit eadem, si, servatis Corporum Velocitatibus, concipiamus hæc rotari circa Centrum H, & ita agitata in Vectem incurrere per  $e$  L &  $f$  D. Continuetur Hf in G, ut HG & He, aut HA, sint æquales; æquilibrium dabitur, si Velocitas puncti  $e$  se habeat ad Velocitatem puncti G, ut Ddd ad Aaa\*, id est  $Ddd :: m,$





$1 : m, \frac{a^2}{d}$ , hæc enim est Velocitas Puncti G; ergo  $Aam = Ddn$ ; unde patet Actionem sequi rationem producti Massæ Corporis per Velocitatem, & per distantiam à Fulcro.

In Pendulo Velocitas sequitur rationem distantie à Puncto suspensionis; & distantia à Fulcro, est distantia à Centro Percussionis; ergo Actio Corporis sequitur rationem producti Corporis per suas distantias à Centri Suspensionis & Percussionis; daturque æquilibrium inter Actiones ab utraque parte Centri Percussionis, quando producta hæc ab utraque parte hujus Centri sunt æqualia; quam eandem cum *Centro Oscillationis* habeat proprietatem \*, sequitur, hoc cum Centro Percussionis coincidere.

1081.

\* 472.

## C A P U T VI

### *De Congressu Corporum Elasticorum.*

**C**orpora elastica concurrentia, post Ictum, ut jam 1082. notavimus, separantur \*, sed Vi diversâ in circumstantiis similibus; nam in variis Corporibus Elasticitas differt. \* 930.

#### D E F I N I T I O.

*Elasticitas dicitur perfecta, quando partes introedentes 1083. ad pristinum situm redeunt Vi aequali illi, cum quâ fuerint icta.*

De perfectâ agimus Elasticitate, quamvis nulla Corpora, tali Elasticitate prædita, nobis nota sint; Regulæ enim generales nisi quoad perfectam Elasticitatem tradi non possunt; quo magis ad hanc Corpora accedunt, eo magis exactè Motus horum cum Regulis congruunt.

Imperfecta Elasticitas innumeros gradus habere potest; & Experimentis detegere debemus, quantum in Corporibus peculiaribus à perfectâ Elasticitate deficiat hæc; ut, quantum à Regulis recedunt horum Corporum Motus, determinemus. 1084.

Pp

Nulla

Nulla Vis in Collisione Corporum perit, præter il-  
 \* 934. lam, quæ intropremendo partes consumitur \*; ideò,  
 si Corpora sint Elastica, tota Vis hæc impenditur in  
 inflexione partium Elasticarum; hæ autem æquali Vi  
 ad pristinam figuram redeunt; ergo Vis destructa ite-  
 1085. rum instauratur; & *summa Virium Corporibus insitarum*  
*post lctum æqualis est summa Virium ante Collisionem*; quæ  
 demonstratio universalis maximè est, & Collisionibus  
 quibuscunque applicari potest.

1086. Hinc sequitur *Corpus Elasticum, in Obicem firmum*  
*Elasticum impactum, eâdem celeritate redire, quâ accessit.*  
*Si directio perpendicularis sit ad Obicem, etiam in eâdem*  
*Lineâ redibit*; cùm non magis unam quàm aliam par-  
 tem versùs possit deflecti.

In reliquis de directâ Impactione tantùm in hoc Ca-  
 pite ago. Ipsa autem partium Elasticarum Actio accu-  
 ratè magis perpendenda est.

1087. *Elafterium flexum, positum inter duo Corpora quiescentia,*  
*dum sese expandit, ambo movet Corpora.* Si Pressio, quâ  
 partes Corporum cohærent, superet Pressiones quas Ela-  
 sterium in Corpora hæc exserit, tota Elaſterii Actio,  
 cùm nulla detur partium introcessio, in movendis Cor-  
 poribus consumitur, & *summa Virium, Corporibus com-*  
*municatarum, valet Vim, quâ Elaſterium fuit flexum.*

1088. Elaſterium hocce, durante toto Tempore, quo sese  
 expandit, continuò æqualiter premit ad utramque par-  
 tem \*; id est, exserit Pressiones, quarum Intensitates  
 \* 361. sunt æquales; translationes Obſtaculorum, singulis mi-  
 nimis momentis, sunt inversè ut Corpora, quæ hisce  
 \* 138. Pressionibus moventur \*; & in eâdem ratione sunt Ve-  
 \* 119. locitates, hisce momentis communicatæ \*; in eâdem  
 etiam

etiam ratione sunt Actiones Elastarii ad utramque partem \*; ut & Vires Corporibus impressæ \*. Cum autem hæc ratio singulis momentis minimis obtineat, quamdiu durant Actiones Elastarii, *integra Velocitates communicate, Viresque integra impressæ*, in hac ipsâ sunt ratione inversâ *Massarum* \*; quæ duo conveniunt inter se, ut antea demonstravimus \*. \* 723.  
\* 709.  
1089.  
\* 13. EL.V.  
\* 701.

M A C H I N A,

*Quâ Elastarium, inter Corpora suspensa flexum relaxatur.*

Machina hæc conjuncta est cum Rectangulo, omnino simili illi, de quo supra egimus \*; huic etiam eodem modo Cylindri cuprei, & Pondera plumbea, inferuntur \*; & ipsum Rectangulum, cum adjunctâ Machinâ, exactissimè æqualiter ponderat, cum memorato Rectangulo, quando ipsi conjunctum est quoddam ex Corporibus, in explicatione Rectanguli memoratis \*. 1090.  
TAB.  
XXVI.  
Fig. 6.  
\* 769.  
\* 774.  
\* 771.

Machina, de quâ nunc agitur, constat ex Elastario involuto E, illis simili, quibus Horologiis portatilibus Motus communicatur; eodem modo ut in his, illud cum Axe cohæret, cui circumvolvitur, & cum quo conjuncta est Rota dentata; hæc dum relaxatur Elastarium circumagitur, & Motu suo secundam agit Rotam, ut, additis Rotis minoribus, Motus prioris temperetur, methodo vulgò usitatâ in similibus circumstantiis. 1091.

Motus autem Elastarii, ubi hoc ipsum involutum est, sistitur auxilio Lamellæ, quæ ultimam minorum Rotarum retinet, quæ facillimè relaxatur, quo Motus Rotarum instauratur; hæc autem omnia in Figurâ repræsentari non potuere, sed difficultatem non habent. 1092.

1093. Elastrium memoratum, cum omnibus Rotis, continentur inter duas Lamellas, in quibus Rotarum axium extrema inferuntur; hæc Machinæ pars non dimidium anterioris superficiei Rectanguli tegit, unumque hujus superficiei latus occupat, & ad interiorem partem terminatur Laminâ V V.

Axis Rotæ majoris *t*, cum quo Elastrium E cohaeret, trajicit Laminam V V, extremitatique prominenti, jungitur Lamina *i*; quam separatam, & juxta veram magnitudinem delineatam, in I exhibemus.

Lamina chalibea EG, quæ integram Machinam ab anteriori parte tegit, illa eadem est, quam supra explicavimus \*, & quæ in Fig. 3. & 4. hujus Tabulæ exhibetur.

\*740-741. Retinacula, quæ in Experimentis separanda sunt \*, & hic etiam Malleo separantur *m*, qui, ut ille de quo in N. 741. egimus, etiam caudâ instructus est, quæ ad Angulos Rectos in *o* conjungitur cum Axe versatili; separatio quoque Retinaculorum eodem modo ut ibi habetur, deprimendo Malleum; quod quomodo in hoc casu fiat, dicam.

1094. Cum Mallei caudâ, in medio circiter, cohaeret Uncus *n*, qui applicatur circumferentiæ Laminæ *i*, aut I, cujus circumvolutione Malleus elevatur, dum circumferentia *plq* juxta Uncum transit; ubi autem extremitas *q* Uncum *n* relinquit, subito Malleus deprimitur. Ut hoc autem impetu sufficienti fiat; & Retinacula, in Experimentis separentur, utimur cuspidem tenui, chalibea, elastica, *s r*, quæ in Laminâ laterali Machinæ, in *s* firmatur, ope Cochleæ Cuspidem, juxta caput *s*, circumdantis; extremitas altera Cuspidis libera est, & applicatur



eatut eaudæ Mallei, quem deprimat; sed dum hic elevatur, Cuspis flectitur, & Pressio ex Elasticitate augetur; hacque de causâ cum impetu descendit Malleus ubi liberatur.

EXPERIMENTUM I.

Elaſterium supra descriptum \* Rectangulo applicatur, ut in Experimento secundo Capitis secundi hujus Libri\*. Eandem, quâ in illo ipſo Experimento uſi fuimus, adhibemus Machinam, & eodem modo ſuspendimus Rectangulum \*. Suspendimus quoque & aliud Rectangulum; illud nempe cui Machina cohæret, quam ultimum explicavimus \*. 1095.  
\* 739.  
\* 778.  
\* 778.  
\* 1090.

Habemus nunc duo Corpora ſuſpenſa, ut in plerisque Experimentis Capitis præcedentis. Eodem modo illa diſponuntur; & tunc Lingula Elaſterii reſpondet formini in medio Laminæ Retinaculis inſtructæ, ut in Experimento indicato \*. Eodem etiam modo; ut ibi, & alibi diſtinctius, jam explicatum eſt \*, Lingula in foramen intruditur; ſed ita, ut primi Lingulæ dentes & hic, ut in aliis Experimentis \*, uſu veniant. \* 778.  
\* 743.  
\* 745-778.

Ut autem Fila reſpondentia parallela ſint, flexo jam Elaſterio, utimur methodo, alibi in peculiari caſu, adhibita. \*. \* 942.

Elaſterium, quo Motus Rotis communicatur, involvitur \*; & impeditur ipſius Motus \*. \* 1091.  
\* 1093.

Relaxatur hoc, ubi Corpora ſuſpenſa quieſcunt; quo quies paululum aliquando turbatur; ſed durat Motus per aliquot momenta, ut interea Corpora ad quietem redeant; tandem Malleus ſponte cadit \*, & Corpora ſeparantur Aſtione Elaſterii inter hæc inflexi. Variaturque hoc Experimentum mutatis Corporum ſuſpenſorum Maſſis. \* 1094.

1096. In primo tentamine Cylindros \* Corporibus inferi-  
 TAB. mus, ut utraque Massa, R & S, valeat duo. Corpora,  
 XXXVI. æqualibus Velocitatibus separantur, & valent hæc 8, 4.  
 Fig. 1.

\* 774. In secundo tentamine, una ex his Massis servatur,  
 1097. nempe Corporis S; mutatur alia, ut sit sedecim; &, re-  
 TAB. laxato Elasterio, hujus Corporis Velocitas valet 1, 4;  
 XXXVI. dum S movetur Velocitate 11, 2.  
 Fig. 2.

1098. Tertiâ vice si repetatur Experimentum, positis Mas-  
 TAB. sis, R tribus, S quatuor; Velocitates erunt, hujus 5, 5;  
 XXXVI. illius 7, 3.  
 Fig. 3.

1099. In hisce tribus occasionibus summa Virium est eadem,  
 & Velocitates sunt inversè ut Massæ.

In primo Casu Massæ sunt æquales, tales quoque Ve-  
 locitates. Corporis Vis unius cujusque est  $2 \times 8, 4 \times 8, 4$   
 $= 141, 12$ . & summa valet 282.

In secundo, Massa Corporis R octies superat Mas-  
 sam S, & illius Velocitas eodem modo ab hujus Velo-  
 citate superatur. Vires sunt  $16 \times 1, 4 \times 1, 4 = 31, 36$ , &  
 $2 \times 11, 2 \times 11, 2 = 250, 88$ ; & summa; iterum valet 282.  
 Tandem in ultimo casu Massæ sunt ut 3 ad 4. Veloci-  
 tates in eadem ratione, sed inversâ, ut 7, 3. ad 5, 5 :  
 Vires sunt  $3 \times 7, 3 \times 7, 3 = 159, 87$ , &  $4 \times 5, 5 \times 5, 5 =$   
 $121$ , & summa quæ vix differt à 281, nullum scrupulum  
 circa æqualitatem Virium relinquere potest.

Casum hunc ipsum quem examinavimus habemus,  
 1100. *quando duo Corpora Elastica, Motibus contrariis, in se*  
*mutuò directè incurrunt, Velocitatibus quæ sunt inversè ut*  
*Massæ; nam positis his non Elasticis, post Ictum quies-*  
 \* 961. *cunt \**; ergò in ipso momento concursus, ante Fi-  
 guram instauratam, datur Elasterium flexum inter duo  
 Corpora quiescentia. Separantur ideo hæc Velocitati-  
 bus

bus quæ sunt inversè ut Massæ \*, id est, Velocitates \* 1089.  
post lètum in eâdem sunt ratione in quâ ante lètum  
erant; unde sequitur *Corpus utrumque redire eâdem Ve-*  
*locitate quam ante lètum habuit*; nam si minuatur in uno,  
non servabitur ratio, nisi & in altero minuatur; qua-  
re summa Virium minor erit, quod impossibile \*. De \* 1085.  
monstratio eadem est, si quis unius Corporis auctam  
Velocitatem dicat.

Experimentum, quo hanc confirmamus Propositio- 1101.  
nem, ut & reliqua, quæ sequuntur de Corporum Ela-  
sticorum Collisione, instituuntur auxilio ejusdem Machi-  
næ, quâ Experimenta demonstrantur de Collisione Cor-  
porum non Elasticorum \*. \* 760.

Quando de illis agitur, eburnea adhibemus Corpo- 1102.  
ra. Primum est Globus G, cujus diameter est Sesqui-  
pollicis; sex tales adhibemus. Reliqua Corpora sunt TAB.  
Cylindrica & ejusdem diametri ut B & C; in extremitate XXVI.  
unâ hemisphærio terminantur, Basis autem altera plana Fig. 7.  
est; sed Diameter parum tantum excedit Pollicem unum.  
In formandis hisce Cylindris observandum, dentis Axem  
debere cum Axe Cylindri coincidere. Pondera Corpo-  
rum G, B, & C, sunt inter se ut unum, duo & tria.

Globi duobus uncis  $\nu$ ,  $\nu$ , suspenduntur; singula alia 1103.  
quatuor Filis sustinentur, ut Rectangula, quæ in Experi-  
mentis de Collisione Corporum non Elasticorum usu  
veniunt \*. Corpora, ut dixi, dantur sex ut G, unum \* 769.  
ut B, & duo ut C.

Ut Corpora hæc suspendantur, firmamus Uncos me- TAB.  
dios  $g$ ,  $f$ , &  $h$ ,  $i$  \*, attendendo ad illa quæ in N. 765. XXVII.  
fuere dicta; tunc distantia datur Sesquipollicis inter  $g$  Fig. 1.  
&  $f$ , ut & inter  $h$  &  $i$ . Si tunc duos Globos suspenda- \* 764.  
mus,

mus, reductis Filis respondentibus ad eandem altitudinem, hi sese mutuò tangunt.

1104. Si agatur de Cylindris B & C, Unci sequentes usu  
TAB. XXVI. veniunt; qui ab Uncis mediis jam firmatis ponuntur ad  
Fig. 7. distantiam æqualem distantiae  $v$  V in Corpore suspendendo; quæ distantia immediatè, admoto Corpore ipso, determinatur.

Corpora hæc, reductis Filis ad desideratam longitudinem, eodem modo, ut de Globis dictum, sese mutuò tangunt, quando liberè pendent, sive duo sint Cylindri ut C, aut ut B, sive unus ut C alter ut B, sive tandem alteruter cum Globo Machinæ applicetur; distantia enim Uncorum  $v$ ,  $v$ , aut V, V, ab extremitatibus Corporum est trium partium quartarum unius Pollicis.

In reliquis circumstantiis, Experimenta cum Corporibus Elasticis ab Experimentis, in Capite I.v. explicatis, non differunt; eodem modo, ac in his, Velocitates desideratæ Corporibus communicantur, & Velocitates post Percussionem mensurantur; cum autem in ipsâ Percussione Parallelismus nunquam turbetur ad illa non attendimus quæ in N. 942. fuere indicata.

#### EXPERIMENTUM 2.

1105. Corpora duo P & Q, quorum Massæ sunt ut unum  
TAB. XXVI. ad tria, in se mutuò incurrunt, in p, q, hoc Velocitate  
Fig. 4. quinque, illud Velocitate quindecim; post Ictum utrumque ad eandem ferè à quâ cecidit altitudinem redit, in p & q.

Defectus Elasticitatis in causâ est quare non exactè ad easdem, à quibus cecidere Corpora, redeant altitudines.

In

In hoc Experimento, ut & in sequentibus, Velocitas, 1106.  
 instauratione Figuræ generata, duodecimâ parte deficit  
 ab illâ, quæ produceretur, si ipsa perfectâ esset; si autem  
 magna sit Corporum Velocitas respectiva, major est,  
 servatâ proportionem, defectus Velocitatis.

Quæ de Elastio, inter Corpora quiescentia sese ex-  
 pandente, demonstrata sunt, ad Elastium inter Cor-  
 pora, eadem cum his Velocitate translata, & respec-  
 tu Corporum quiescens, referri debent; si ergo in Nave 1107.  
*duo Corpora Elastica, Velocitatibus, quæ sunt inversè ut*  
*Massæ, in se mutuò impingantur, Velocitatibus iisdem in*  
*Nave redibunt* \*.

\* 1106.

Positis quæ in N. 987. dicta sunt; in Nave, quæ Ve- 1108.  
 locitate BI fertur, Corpora non Elastica post Ictum  
 quiescunt, & mutationes Velocitatum sunt inversè ut  
 Massæ, destructis Velocitatibus, quibus in Nave ad se  
 invicem accessere: si nunc sint Elastica, in Nave à se  
 mutuò recedunt iisdem hisce Velocitatibus, quibus in  
 Nave ad se mutuò accessere \*; id est, secunda in Ve- \* 1107.

TAB.  
XXXVII.  
Fig. 1. 2.

& Velocitas respectiva post Ictum æqualis est Velocitati re- 1109.  
 spectivæ ante Ictum. In Fig. 1. Corpus motum Velocitate  
 BN, in Nave ante Ictum habebat Velocitatem IN,  
 hanc amisit, & huic æqualem in contrariam partem ac-  
 quisivit IG; habet ideo Velocitatem BG. Corpus  
 aliud, cujus Velocitas erat BE, in Nave ante Ictum re-  
 dibat, id est, lentius ipsâ Nave movebatur, quantita-  
 te IE; post Ictum, æquali Velocitate IP in contra-  
 riam partem, id est, celerius ipsâ Nave, fertur, Ve-  
 locitasque est BP.

Eodem modo in Fig. 2. Corpus quod habebat Velocitatem  $BN$ , amisit Velocitatem  $IN$ , quam in Nave habebat; & Velocitate, huic æquali  $IG$ , nunc in Nave redit; id est, Velocitate  $BG$  post Ictum fertur: Corpus aliud cujus Velocitas erat  $BE$ , in Nave redibat Velocitate  $IE$ ; nunc, mutato Motu, Velocitate huic æquali  $IP$ , in Nave à Puppi ad Proram fertur; & ipsius Velocitas absoluta est  $BP$ .

Ex hisce deducimus Regulas duas, quibus Corporum Elasticorum Velocitates post Ictum determinamus.

#### R E G U L A I.

1110. *Si Corporis Velocitas, positis Corporibus non Elasticis in se mutuò impactis, Ictu augeatur, augmentum duplicatum priori Velocitati est addendum, ut Celeritas post Impactionem determinetur, si Corpora fuerint Elastica.*

#### R E G U L A II.

1111. *Duobus Corporibus non Elasticis in se mutuò incurrentibus, si Corpus ex Velocitate amittat, pars amissa duplicanda est, quando Elastica sunt Corpora, & à priori Velocitate subtrahenda, ad determinandam Celeritatem post Percussionem.*
1112. *Circa secundam Regulam observandum, Corpus quod redit, non modo amittere pristinam Velocitatem, sed præterea pro Velocitate amissa etiam haberi Velocitatem, in contrariam partem acquisitam; & in hoc casu, summa ambarum harum Velocitatum duplicanda est, & ex priori Celeritate subtrahenda. Quando autem major Velocitas ex minori subducitur, excessus in contrariam partem sumendus est.*

#### E X P E R I M E N T U M 3.

1113. *Corpus P, cujus Massa est duo, & Celeritas novem, impingitur in Corpus quiescens Q, cujus Massa est unum;*
- TAB.  
XXXVI.  
Fig. 5.



unum; si perfecta esset Elasticitas, post Impactum Q ferretur Celeritate duodecim, & P motum continuaret Velocitate tria; quod computatione juxta has Regulas detegitur; nam si Corpora non essent Elastica; Celeritas amborum post Occursum esset sex \*; Corpus ergo Q acquireret sex gradus Velocitatis; ideo per Reg. I. \* 992. \* 1110. acquirit nunc duodecim gradus. Corpus P, quod sepositâ Elasticitate, amittit tres gradus Velocitatis, per Reg. II. \* amittit sex, qui si subtrahantur à novem, \* 1111. Velocitate priori, restant tres gradus Velocitatis. Imperfecta autem est Elasticitas; & in ipso Experimento Velocitas Corporis Q, est undecim cum semisse; & P in Motu perseverat tribus gradibus Velocitatis cum quartâ parte; quod congruit cum iis quæ monuimus \*; \* 1106. mutationem ex Elasticitate oriundam duodecimâ parte esse minuendam.

EXPERIMENTUM 4.

Corpus P in aliud Q, quiescens, & triplum, Velocitate duodecim impingitur, & Velocitate sex, si perfecte essent Elastica, rediret. In hoc casu Corpora non elastica moverentur Celeritate tria; Corpus ergo P amisset novem gradus Velocitatis, amittit ergo per Reg. II. \* octodecim gradus; qui si subtrahantur à priori Velocitate duodecim, dantur sex grad. in contrariam partem \*. Corpus Q, quod acquirit tres gradus Velocitatis, quando Corpora non sunt Elastica, nunc deberet acquirere sex. Secunda autem hæc mutatio duodecimâ suâ parte minuenda est, & Velocitas est quinque cum tribus partibus quartis. Propter defectum Elasticitatis, secunda mutatio Velocitatis Corporis P est tantum octo cum quartâ parte; & Velocitas, subtrahenda

1114.  
TAB.  
XXXVI.  
Fig. 6.

\* 1112.

\* 1112.



da ex duodecim, valet septemdecim cum quartâ parte, Corpusque redit Velocitate quinque cum quartâ parte; & hæc Experimento detegimus. Eodem modo, sequentibus Experimentis, confirmatur quod per Regulas detegitur; si ad defectum Elasticitatis attendamus.

## EXPERIMENTUM 5.

III 5.  
TAB.  
XXXVI.  
Fig. 7.

Corpus P, cujus Massa est duo, & Velocitas octo, incurrit in Corpus Q, cujus Massa est unum, & quod Velocitate quinque eandem partem versùs fertur; si perfecta esset Elasticitas, post Occursum Corpus Q moveretur Velocitate novem, & P Velocitate sex gauderet, ut per Regulas præcedentes determinatur. Si enim Corpora non essent Elastica, ambo Celeritate septem post Impactum moverentur \*: Corpus Q acquireret duos gradus Celeritatis, qui per Reg. I. duplicari debent, & priori Celeritati quinque addi, unde habemus novem: Corpus P amitteret unum gradum Velocitatis, per Reg. II. amittit duos, ei ergo restant sex. Attendendo ad defectum Elasticitatis, P habet Velocitatem sex cum unâ parte duodecimâ, & Q movetur Velocitate octo cum quinque partibus sextis. Experimentum hoc quoque demonstrat.

## EXPERIMENTUM 6.

III 6.  
TAB.  
XXXVI.  
Fig. 8.

Corpus P, Velocitate novendecim, fertur eandem partem versùs cum Corpore triplo Q, moto Celeritate tria; post Impactum Corpus P regreditur Velocitate quatuor, Q motum continuat Velocitate decem cum duabus partibus tertiis.

III 7.  
TAB.  
XXXVI.  
Fig. 9.

## EXPERIMENTUM 7.

Corpus P Celeritate quinque, & Corpus Q triplum Ce-

Celeritate undecim, in partes contrarias feruntur; post Occursum, Q motum continuat Celeritate, quæ valet tria cum parte tertiâ, & P regreditur Velocitate octodecim.

EXPERIMENTUM 8.

Eadem Corpora, P & Q, in contrarias partes feruntur, P Celeritate sedecim, & Q Velocitate octo; <sup>TAB. XXXVI. Fig. 10.</sup> ambo post Impactum regrediuntur; Velocitas ipsius P est octodecim cum semisse, & Q habet Velocitatem, quæ valet tria cum semisse.

EXPERIMENTUM 9.

Si in ultimo Experimento mutetur Velocitas Corporis P, & hæc sit octo, positis Corporibus perfectè Elasticis, Q amitteret integrum suum Motum, & P rediret Velocitate sedecim; in ipso autem Experimento Q servat tertiam partem unius Gradûs Velocitatis, & Corporis P Velocitas est quindecim.

Omnes casus Percussionum Corporum Elasticorum Regulis memoratis determinantur; sequentem etiam ex illis deducimus Propositionem:

*Quando Corpora sunt equalia, & eandem partem versùs feruntur, permutatis Velocitatibus motum continuant; si in contrarias partes ferantur, permutatis Velocitatibus regrediuntur.*

Cas. I. Tendânt Corpora eandem plagam versùs, & sit AB Velocitas unius Corporis, AC Velocitas alterius Corporis; propter Massas æquales, sunt Velocitatum mutationes æquales \*. Dividatur BC in duas partes æquales in D, & AD exprimet Celeritatem utriusque Corporis post Occursum, si non sint Elastica; Celeritas AB augetur quantitate BD, duplici quantitate.

- \* 1110. titate tali augeri debet propter Elasticitatem \*; in quo casu Velocitas AB mutatur in AC. Eodem modo Celeritas AC, in Corporibus non Elasticis, minuitur
- \* 1111. quantitate DC; duplicatâ hac quantitate minui debet \*, & fit AB.

## EXPERIMENTUM 10.

1122. Corpora duo æqualia, primum Velocitate decem, alterum Velocitate quatuor, eandem partem versùs feruntur; mutatis Velocitatibus post Impactum motum continuarent, si perfecta esset Elasticitas; quod etiam detegitur computatione ex præcedentibus Regulis. Sed in Experimento Corpus antecedens minus acquirit, consequens minus amittit & utraque differentia valet quartam partem unius gradûs Velocitatis.
1123. Cas. 2. Sit AC Celeritas unius Corporis, AB Celeritas alterius; si BC dividatur in duas partes æquales, Velocitas utriusque post Occursum, eandem partem versùs est AD\*, quando Corpora non sunt Elastica. Corpus ergò primum amisit Velocitatem DC, Corpus alterum amisit totam Velocitatem AB, & in contrariam partem acquisivit AD; tota ergò quantitas amissa est DB\*, æqualis ipsi DC; hæc quantitas si duplicetur, erit BC quantitas Celeritatis ab utroque Corpore amissa \*; quæ subtracta ex Velocitate utriusque Corporis, dat in utrôque casu Velocitatem in contrariam partem \*, æqualem illi, quam alterum Corpus habuit.

## EXPERIMENTUM 11.

1124. Si Corpora æqualia, unum Celeritate duodecim, alterum Velocitate sex, in contrarias partes ferantur, permutatis Velocitatibus ambo regrediuntur post percussionem,





tionem, deficiente utraque Velocitate, ab illâ, quam Corpus alterum habuit, tribus partibus quartis unius gradûs; quod computatione quoque detegitur, si ad defectum Elasticitatis attendamus.

*Corpus impingitur in aliud æquale quiescens, si Velocitates permutentur, Corpus primum post Impactum quiescet, alterum verò cum Velocitate prioris movebitur.* 1125.

EXPERIMENTUM 12.

Si Corpus Velocitate duodecim impingatur in Corpus æquale quietum; primum dimidiato gradu Velocitatis movetur, secundum acquirit Velocitatem undecim cum semisse, si Elasticitas esset perfecta primum post Occursum quiesceret, & aliud Celeritate duodecim moveretur.

*In Corporibus Elasticis subita admodum est Elastarii actio.* 1127. Ideo si varia Corpora Elastica sint contigua, & extremum percutiatur, omnia sequentia agitantur, quasi essent separata; etiam si ex variis contiguis, eâdem Velocitate motis, antecedens in Corpus quodcumque incurrat, agit ut à reliquis separatum ageret. Unde sequitur *Corpus moveri solâ Actione Corporis vicini, & in vicinum Corpus tantum agere,* partibus Elasticis ad Figuram redeuntibus, antequam Actio Corpori sequenti communicari possit. 1128.

EXPERIMENTUM 13.

1. Sint Corpora plurima, æqualia, Q, R, S, T, V, in eâdem Lineâ disposita, & sese mutuò tangentia; Corpus P, reliquis æquale, impingatur in Q, quacunque Velocitate; post Occursum P, Q, R, S, & T, quieta manent; aut potius parum agitantur, quod ex defectu Elasticitatis sequitur; & V solum movetur. TAB. XXXVII. Fig. 7.

2. Moveantur æqualibus Velocitatibus Corpora duo contigua P & Q, ita ut Q impingatur in R, post Impactum. TAB. XXXVII. Fig. 8.

factum P, Q, R, & S, quiescunt, T & V verò simul moventur.

TAB.  
XXXVII.  
Fig. 9.

3. Eodem modo si tria moveantur, post Occursum tria etiam moventur.

TAB.  
XXXVII.  
Fig. 10.

4. Si quatuor moveantur, etiam quatuor post Percussionem à reliquis separantur.

TAB.  
XXXVII.  
Fig. 11.

5. Tandem si, P, Q, R, S, & T, simul moveantur, & T percutiat V, post Percussionem P solum quiescit, Q, R, S, T, & V, simul moventur. Generaliter, quicumque sit Globorum numerus, quot moventur ante Occursum, tot etiam post illum moventur.

1130.  
TAB.  
XXXVII.  
Fig. 7.

\* 1128.  
\* 1125.

Agunt hæc Corpora quasi essent separata \*. In primo casu P impingitur in Q, & quiescit \*; Q, Ictu agitato, impingitur in R, & etiam quiescit; & sic de cæteris; donec tandem T percutiat V, quod, cum nullo Obstaculo retineatur, solum in motu continuat.

TAB.  
XXXVII.  
Fig. 8.

In secundo casu, Corpus Q eodem modo Corpus V propellit; insequitur immediatè P, incurrens in Q, quod jam ex priori Impactu quiescit; Motus etiam eodem modo communicatur Corpori T, quod non potest percutere V jam in motu; & cum Motus Corporum P, & Q, æquè veloces sint, & illa Corpora quàm proximè sese mutuò insequantur, sensibile Tempus inter illas duas Motûs communicationes non datur; unde etiam Corpora V, & T, æquè velociter moventur & non separantur.

1131. Alio Experimento constat, ita subitam esse Elastarii actionem ut vix concipiatur.

#### EXPERIMENTUM 14.

1132.  
TAB.  
XXXVII.  
Fig. 12.

Globus eburneus cavus, diametri circiter duorum Pollicum, ex duobus constat Hemisphæriis A & B, quæ



quæ Cochleâ quàm arctissimè inter se conjungi possunt.

Hemisphærium B demittitur ita, ab altitudine quacunque, ex. gr. octodecim Pollicum, ut Plano marmoreo cœruleo, paululum madefacto, impingatur; & quidem ut punctum medium superficiei in Planum incurrat. Hoc haud difficulter obtineri potest, si in loco majorem habeat crassitiem Hemisphærium quàm extrema versùs. Mensuretur Macula, quam in Marmore Corpus Impactu imprimit.

Conjungatur Hemisphærium A, & demittatur ab eadem altitudine Globus ita, ut idem Punctum, superficiei Hemisphærii B, in Planum marmoreum incurrat; quod facile fiet, si Hemisphærium A alio levius fuerit: Macula priori quàm exactissimè æqualis erit, & Globus multo minus resiliet.

Tandem in Globi cavitatem inseratur Plumbi frustum P, ejusdem ponderis cum ipso Globo; ibique firmetur; demisso eodem modo Globo, etiam in hoc tertio casu Macula eadem erit, & Globus vix resiliet.

Demisso autem ab eadem altitudine Globo solido ex Ebore, Globo memorato æquali, Macula major est, & fere ad illam à quâ cecidit altitudinem Globus redit.

In hoc Experimento videmus, partes ictas Hemisphærii B ad Figuram rediisse, antequam huic Hemisphærio Actio Hemisphærii A, aut Plumbi inclusi, communicari potuerit, licet satis arctè hæc Corpora cohæreant.

In Capite ultimo hujus Libri agam de Temporibus ipsius determinandis, in quibus inflexiones Corporum Elasticorum fiunt; & videbimus in hoc Experimento Tempus, quo partes intropremuntur, esse novem Minutorum quintorum; aut <sup>31391</sup> unius Minuti secundi.



## S C H O L I U M I.

*In quo ad Corpora Elastica, demonstrata in Scholio 3. Cap. iv. hujus Libri, extenduntur.*

**I**N Scholio 3. Cap. iv. hujus Libri demonstravimus quomodo Geometricè, quæ, durante mutuâ Actione Corporum, in Collisione contingunt, quando hæc non sunt Elastica, determinantur; quæ ibi de diminutionibus Velocitatum, & Virium, demonstrata sunt, ad Corpora Elastica possunt referri\*; & facile erit determinate, quæ in instauratione Figuræ obrirent: \* 919.  
 1134. Positis quæ in dicto Scholio sunt explicata, est *Ee* Velocitas quâ ambo  
 TAB. Corpora moventur, in ipso momento integræ inflexionis partium. Dum  
 XXXVII. partes ad pristinam Figuram redeunt, mutationes Velocitatum continuantur, & quidem juxta easdem Leges quàm in intropressione\*; quare continuatis *CE* & *DE*, ductâque *HR* Parallelâ ipsi *DA*, Lineæ *RS*, *RH*, Corporum Velocitates indicabunt; & Triangulum *ESH* repræsentabit Vim instaurationem. Vis hæc, si agatur de integrâ Actione partium Elasticarum, \* 967.  
 1085. æqualis est illi, quæ Collisione destructa fuit\*; sunt ergo æqualia Triangula *DEC*, *EHS*. Ideò si *eR* sit æqualis *eA*, Corporum Velocitates post separationem erunt *RS*, *RH*. In Casu Fig. 3. Corpus, quod habebat Velocitatem *AD*, redit Velocitate *RS*, alterum directionem servat; In Fig. 4. Corpus, cujus Velocitas erat *AD*, in Motu perseverat Velocitate *RS*, alterum regreditur Velocitate *RH*.

Hæc ita se habent, positâ perfectâ Elasticitate; si defectus detur, ducenda erit *rb*, parallela ipsi *RH*, ita, ut *er* se habeat ad *eR*, ut Velocitas, quæ revera, instauratione partium, generatur, ad illam, quæ, datâ perfectâ Elasticitate, produceretur. Tunc *rs*, *rb*, sunt Velocitates quasitæ.

In figuris, quæ Experimentis hujus Capituli inservirent, *er* se haberet ad *eR*, aut *eA*, ut undecim ad duodecim.

## S C H O L I U M II.

*Uberior demonstratio N. 1085.*

1135. **D**emonstravimus in Congressu Corporum Elasticorum summam Virium  
 TAB. ante & post Ictum esse eandem\*; unde sequitur, positis explicatis in  
 XXXVII. N. 1108. 1109.  $AB \times BN^2 + BC \times BE^2 = AB \times BG^2 + BC \times BP^2$ \*, cu-  
 [Fig. 1. 2.] jus & hîc geometricam dabimus Demonstrationem.  
 1086. Primò tendant Corpora eandem partem versùs. Formentur Quadrata Li-  
 1137. nearum *BE*, *BG*, *BN*, & *BP*; ducatur omnium Diagonalis *BV*. Du-  
 TAB. catur *IS* parallela ad *PV*; & per *S*, Punctum in quo Diagonalem secat,  
 XXXVII. ducatur *XSK*, parallela *PB*; continentur *GR* & *EQ* in *Z* & *K*. Quia  
 Fig. 1. 13. IN

IN & IG sunt æquales, ut & IP & IE, Triangula YST, RSZ, sunt æqualia; etiam Triangula SXV, SKQ. Idcirco Trapezium GRTN æquale est Rectangulo GZYN; & Trapezium EQVP æquale Rectangulo EKXP.

Semidifferentia Quadratorum Linearum BN, BG, est Trapezium GRTN, aut Rectangulum GZYN. Eodem modo semidifferentia Quadratorum Linearum BP, BE, est Rectangulum EKXP; sed Rectangula hæc, propter communem altitudinem IS, sunt ut Bases \*; aut ut Basium semis- \* 1. El. VI.  
ses IN, IE; etiam, ut sunt semidifferentiæ Quadratorum, ita integræ differentiæ: Ergò  $BN^2 - BG^2, BP^2 - BE^2 :: IN, IE$ ; id est, ut BC ad AB, ex constructione.

Idcirco  $AB \times BN^2 - AB \times BG^2 = BC \times BP^2 - BC \times BE^2$ ; idcirco  $AB \times BN^2 + BC \times BE^2 = AB \times BG^2 + BC \times BP^2$ . Quod demon- strandum erat.

Tendant nunc Corpora in partes contrarias. Formentur iterum Quadra- 1136.  
ta Linearum BP, BN, BE aut Be, & BG aut Bg. Propter æquales IN, TAB.  
IG, & IP, IE, æquales sunt NP, EG aut eg; addamus utrimque eN, XXXVII.  
erunt æquales eP, gN. Differentia Quadratorum BV & BQ, id est, Qua- Fig. 2. 14.  
dratorum Linearum BP, BE, est Rectangulum, cujus Basis est PV & eQ, id est, PE, & altitudo eP; differentia Quadratorum BT, BR, id est, Quadratorum Linearum BN, Bg aut BG, est Rectangulum, cujus Basis est NT & gR, id est, NG, & altitudo gN; propter æquales altitudines Rectangula hæc sunt ut Bases PE, NG, aut ut harum semisses IE, IN, quæ sunt ut AB, BC; ergò

$$BP^2 - BE^2, BN^2 - BG^2 :: AB, BC.$$

Idcirco  $AB \times BN^2 - AB \times BG^2 = BC \times BP^2 - BC \times BE^2$ ; unde dedu- cimus  $AB \times BN^2 + BC \times BE^2 = AB \times BG^2 + BC \times BP^2$ . Quod demon- strandum erat.

### S C H O L I U M III.

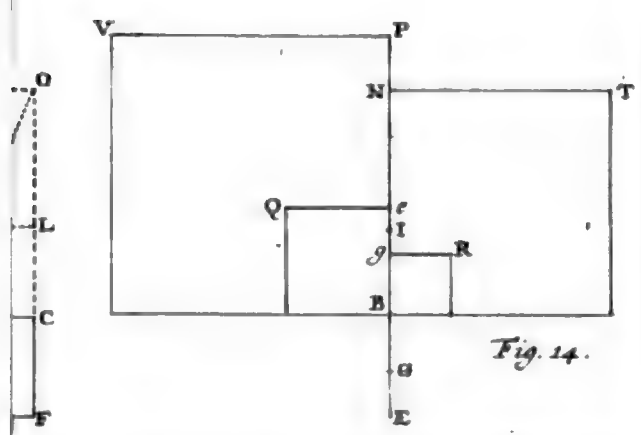
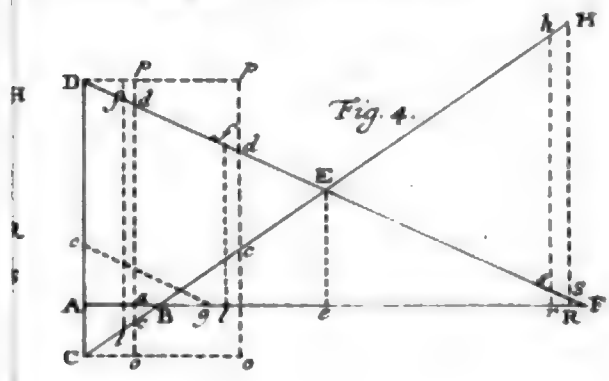
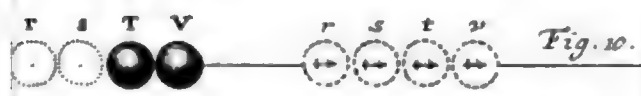
#### *Illustratio circa mutuam Corporum Elasticorum Affectionem.*

**L**icet circa summæ Virium æqualitatem, ante & post Idum, dubium super- 1137.  
esse nullum possit, cum hæc ex ipsâ perfectâ Elasticitate sequatur \*, & \* 1083.  
etiam, ut in præcedenti Scholio fecimus, ex Regulis computationis deducatur, obscurum quid nihilominus in hisce dari, non diffiteor; cum ex demonstratis non pateat, quomodo Elastrium, quod dum se inter Corpora expandit, & ad partes oppositas Vires, quæ sunt inversè ut Massæ, communicat \*, possit \* 1089.  
sepe unico Corpori integram non modò, quâ se expandit, imprimere Vim, sed præterea quantum ex Vi alius Corporis collit. Si ex. gr. Corpus A, duobus gradibus Velocitatis, id est, cum quatuor grad. Vis \*, incurrat in \* 717.  
Corpus B, ipsi æquale & quiescens, post Idum, sepositâ Elasticitate, ambo unico gradu Velocitatis gaudent \*; & singula unicum gradum Vis habent \*; \* 992.  
id est, \* 717.

R r 2

- id est, amborum Vis valet duo, & duobus reliquis gradibus Vis partes fuere compressæ\*; & si Corpora sint Elastica, hac ipsâ Vi Elastrium fuit flexum, & eâdem Vi sese expandit\*: Post Ictum verò Corpus B duos habet gradus Velocitatis\*, id est, Vim quatuor\*; & quiescit A: Elastrium ergo ipsi B tres gradus Vis communicavit, & gradum unum ex A sustulit; quamvis duobus tantum gradibus Vis fuerit flexum; & licet propter Corpora æqualia, æquales impressiones ab utrâque partes exeruerit.
1138. Ut hæc tollatur difficultas, inter Vim absolutam & relativam distinguendum. Elastrium, inter Corpora positum, Vires ipsis communicat, quæ sunt inversè ut Massæ, si inter Corpora quiescat\*; id est, si, translatis Corporibus, eodem Motu cum hisce feratur; quales ideò Motus Corporibus communicantur in Nave, quæ eâdem Velocitate cum Corporibus fertur, & in quâ idcirco hæc cum Elastrio quiescunt\*; sed Propositio hæc ad Motus absolutos referri non debet, quorum unus acceleratur, alter retardatur, translato jam ipso Elastrio, ante hujus Actionem.
- Circa Vires absolutas notandum, has Corpori sapè communicari; causâ moventi quæ ipsa transfertur, in quo casu non sola Causa movens in Corpus agit, sed & in Corpus datur Actio illa, quæ ipsam transfert Causam moventem; Corporique communicatur Vis, quæ valet summam harum Actionum\*; nam Vis hæc est Effectus ambarum Actionum conjunctarum; agitur enim de casu in quo hæc alium nullum Effectum edunt.
- Quando Elastrium Obstaculo insistit, quod ad partem oppositam non cedit, totam Vim, quâ fuit inflexum, Corpori quod ab Obstaculo repellit communicat, ut hoc sequitur ex Demonstratione N. 1089. & confirmatur Experimento 2. Cap. 2. hujus Libri, collato cum Experimento 1. hujus Capituli.
- Si autem Elastrium quod ab unâ parte insistit Obstaculo, quod non cedit, totam suam ad oppositam partem Vim exerat, multo magis Elastrium, quod ad illam transfertur partem, ad quam agit, integram Vim, quâ relaxatur, Corpori communicabit, cui etiam imprimet Vim, quæ valet Actionem, quæ ipsum transfert Elastrium, dum relaxatur\*.
1140. Ex quibus quoque sequitur, quando Obstaculo, non omnino immobili, insistit Elastrium, hoc ad partem oppositam exerere Vim suam totam, demâ illâ, quâ Obstaculum potest movere.
1142. Si hæc applicemus ad casum memoratum, facile videmus, Corpori B communicari duos gradus Vis, quibus partes Elasticæ fuere flexæ; & præterea Impressionem, quâ Elastrium fuit translatum durante Expansione\*, quæ impressio est Actio Corporis A in Elastrium, & valet Vim à Corpore A in hac Actione amissam\*. Amisit autem A unum gradum Vis, qui ergò ipsi B, præter duos memoratos, fuit communicatus; accepit ergò B tres gradus Vis, qui additi uni gradui, quem ante Elastrii Actionem habebat, dant quatuor gradus Vis. Quod explicandum erat.
1143. Ratiocinium omnino simile est in aliis casibus, in quibus post separationem ad eandem partem Corpora tendunt, aut unum quiescit; si autem ad partes oppositas post Ictum moveantur, ex iisdem principiis difficultas tollitur, ut hoc patebit exemplo,

Fig. 6.





Sit Corpus A cujus Massa est 1. quod Velocitate 6., id est, cum Vi 36. \*, 1144.  
incurrit in Corpus duplum quiescens B; ponimus Corpora perfecte Elastica. \* 757.  
Post Ictum B habebit Velocitatem 4., id est, Vim 32, & A redibit Velocitate 2., habebitque Vim 4. \*. Hoc, jam ante demonstratum, nunc est illustrandum. \* 992. 1110. 1111.

Ante illustratam Figuram, Corpora ambo cum duobus gradibus Velocitatis moventur \*, & Elastrium fuit flexum Vi 24. \*. Si Navem concipiamus in qua Corpora post Ictum, ante separationem, quiescunt; id est, cujus Velocitas etiam est duo; Corpora in hac separantur Viribus, & Velocitatibus, quæ sunt inversè ut Massæ \*, B Velocitate 2., & A Celeritate 4; Si Elastrium minus fuisset flexum, etiam Vires fuissent inversè ut Massæ \*, \* 1089. \* 1088.  
ergo, pro parte relaxato Elastrio, in hac ratione sunt Virès, ideoque Velocitates \*, idcirco ubi B habet unum gradum Velocitatis in Nave, A duos habet, & Actio Elastrii valet 6. gradus Vis; hæc enim est summa Virium hucusque communicatarum. \* 791.

Tum, Morus absolutos considerando, B habet Velocitatem 3, & A quiescit; Elastrium verò Vim 18. superstitem exserit, dum in Nave Corpori B secundum gradum Velocitatis, & Corpori A tertium & quartum communicat. Habet nunc B, sepositâ Nave, Velocitatem 4 & redit A Velocitate 2.

Corpus B, ante Elastrium relaxatum, Vim habet 8 \*, dum Elastrium \* 757.  
primos 6. gradus Vis exserit, nondum redit A, versamurque in casu N. 1142. ideo sex hi gradus Corpori B communicantur, & præterea quantum amittit A, ut hoc in N. 1140. explicavimus, id est, 4; habetque B, in hoc instanti, Vim 18, quæ respondet Velocitati 3 \*, Massa enim est duo. \* 757.

Elastrium nunc ab unâ parte insistit Corpori quiescenti, ad alteram Corpori agitato, ipsumque Elastrium, huc usque, totum fuit translatum; nunc autem pro parte tantum transfertur, & potest repellere Corpus A, Vi 4; ideoque reliquam tantum Vim 14 poterit ipsi B imprimere \*, hi additi \* 1141.  
gradibus 18, jam communicatis, dant gradus 32, quos, ut ex ante demonstratis liquet, revera habet.

Eodem modo illustramus casum Analogum. Homo Corpus projiciens 1145.  
ipsi imprimat duos gradus Velocitatis; ergo Vim quatuor. Si hoc in Nave Velocitate octo translata præstaret, Corporis Velocitas fieret decem, & Vis Corporis, quæ valebat sexaginta quatuor, quamdiu Corpus eandem Velocitatem cum Nave habuit, nunc valet centum, & eadem Actio, quæ in Nave Corpori communicavit quatuor gradus Vis, si ad Navem non attendamus Corpori dedit Vim, quæ valet triginta sex. Si pro Hominis Actione, ut hæc magis regularis sit, ponamus Elastrium, quod, Corpori duos gradus Velocitatis communicat dum ipsi Navi insistit, computatio iniri poterit, simili methodo cum precedentibus, determinatis ad libitum Massis Corporis & Navis; sed facilius difficultatem tollimus, si consideremus, Corpus in Nave quiescere, & si ad hanc non attendamus, moveri; effectumque ejusdem Pressionis, cujus Intensitas determinata est, sequi rationem Velocitatis puncti cui applicatur \*. Actionemque, non \* 723.  
attendendo ad Navem, eo esse majorem, quo Elastrium majori Velocitate cum Nave transfertur.



## S C H O L I U M IV.

*Paradoxi explicatio.*

1146. **E**X Corporum Elasticorum proprietate in N. 1128. memoratâ, deducitur Paradoxi, quod non minus notabile est quàm vulgare, explicatio.

Labri argentarii, qui Domus cujuscunque partem superiorem occupant, Incudem Pulvino superimponunt, quo magis ictibus mallei Incus resistit, & minus tremit Domus.

Ponamus, sublato Pulvino, Trabi Incudem imponi, Incus Corpus est Elasticum; & Trabs, quæ in extremitatibus fixa est; etiam Corpus est Elasticum. Ponamus Malleo Incudem percuti.

Dicatur Mallei Massa  $M$ ; Incudis Massa  $I$ ; & Massa Trabis cum Corporibus coherentibus, & quæ cum ipsâ agitantur,  $T$ ; sit etiam Velocitas Mallei  $v$ . Multiplicando  $M$  per  $v$ , & dividendo productum per summam Massarum Mallei & Incudis, habemus dimidium Velocitatis Incudi communicatæ\*; nam, licet Trabi imposita sit Incus, agitur quasi sola esset\*; & ipsius Velocitas est  $\frac{2 M \times v}{M + I}$ ; quâ Velocitate Incus percutit Trabem & Corpora cum hac conjuncta; multiplicando Velocitatem Incudis per Massam habemus  $\frac{2 M \times I \times v}{M + I}$ ; divi-

dendo duplum hujus producti per summam Massarum habemus  $\frac{4 M \times I \times v}{M + I + T}$ ,

Trabis Velocitatem\*. Denominator hujus fractionis  $M \times I + I \times I + T \times M + T \times I$ , propter  $M$  exiguum respectu  $I$  &  $T$ , vix ab hoc alio differt  $M \times I + I \times I + T \times I$ ; quo posito, Velocitas detecta mutatur in hanc  $\frac{4 M \times v}{M + I + T}$ .

Interposito Corpore molli, Pulvino nempe, inter Trabem & Incudem, Corpora hæc unicam quasi formant Massam; ideòque, cum nunc Malleus majus percutiat Corpus majorem patitur Resistentiam, & Velocitas Trabi communicata habetur dividendo  $2 M \times v$  per summam Massarum  $M + I$

+  $T$ \*; & Velocitas est  $\frac{2 M \times v}{M + I + T}$ , dimidium Velocitatis sublato Pulvino;

quare agitatio, sublato hoc ipso, quadruplum potest edere Effectum\*.



C A P U T VII.

*De Motu composito.*

**S**I Corpus moveatur, & hujus Celeritas augenda, aut 1147.  
minuenda, sit, manente directione, evidens est, Im-  
pressionem requiri, quæ proportionalis sit differentia Quadra-  
torum Velocitatis, quam Corpus ante Actionem habuit, &  
illius, quam post Actionem habet; huic enim differentia  
Vis communicata, aut sublata, proportionalis est \*. \* 753.

Ponamus duas Actiones, eodem Tempore, in Corpus, jux- 1148.  
ta eandem directionem agere. Dum augetur Velocitas, cre-  
scit in hujus ratione duplicatâ Vis Corpori insita \*; id \* 753.  
est, augmentum ipsius Vis sequitur proportionem au-  
gmenti Trianguli, quod, dum augetur, eosdem servat  
angulos, & cujus latus unum Velocitatem repræsen-  
tat \*; Vis dum Velocitas est  $Ag$ , est ad Vim, ubi  
Velocitas est  $Al$ , ut atea  $Ag$  ad  $Al$ s.

TAB.  
XXXVIII.  
Fig. 1.  
\*19.El.VI.

Concipiamus Actiones alternatim in Corpus agere,  
per intervalla Temporis æqualia; Actione primâ com-  
municari Vim  $A d o$ , secundâ Vim  $d o p e$ ; iterum A-  
ctione primâ communicari Vim  $p e f q$ , & secundâ  $f q r g$ ,  
& sic ulterius: summa Arcuum albarum repræsentat  
Vim integram, primâ Actione communicatam; & sum-  
ma nigrarum designat Vim integram; secundâ Actio-  
ne Corpori impressam. Cum per Tempora æqualia A-  
ctiones egerint, Vires hæ, nempe summæ Arcuum,  
sunt ut ipsæ Actiones; in quâ etiam ratione est Area  
quæcunque alba ad suam vicinam nigram. Si mo-  
menta Temporum fuerint infinite exigua, ut sunt,  
quando

quando Actiones simul agunt, Areae hæ pro Parallelogrammis haberi possunt, & Parallelogramma vicina eandem habebunt altitudinem; ideoque erunt inter se ut Bases \*. ergo Basis albi ad Basim vicini nigri, ut Actio prima ad secundam; & in eadem ratione summa Basium Parallelogrammorum alborum ad summam Basium nigrorum; id est, ita se habet Velocitas, quam communicavit Actio prima, ad Velocitatem, ex secundâ oriundam. Quæ eadem demonstratio in Acceleratione quacunque Corporis, quando plures Actiones simul hoc propellunt, locum habet.

1149. Si in Corpus motum, Actio detur juxta directionem diversam à directione Motus primi, mutationem in directione dari superius vidimus \*; &, quæ Velocitates in hisce casibus spectant, examinavimus \*; de Viribus nunc agendum. Moveatur Corpus per A D, Celeritate quam hac Lineâ designamus; & Vis nova hoc pellat per A E, Celeritate quam hac aliâ Lineâ designamus; Corpus duabus Celeritatibus latum, movetur per AB \*. Non tamen in omnibus casibus, Impressionem equali, aqualis communicatur Velocitas lateralis. Ponimus A D & A E, in tribus hisce Figuris, respectivè æquales: in Fig. 2. Motus secundus, pro parte cum Motu primo conspirat; ita ut in hoc Motu contineatur acceleratio Motus per A D. Eodem modo retardatio Velocitatis per A D continetur in Motu per A E in Fig. 4. Idcirco Impressiones, quibus Corpora per A E pelluntur, ut Velocitatem hac Lineâ designatam Corporibus singulis communicent, non sunt æquales inter se \*, neque Impressioni, quâ Corpori quiescenti hæc posset communicari Velocitas \*.

In

In solo casu Fig. 2., in quo Angulus EAD est re- 1151.  
ctus, Motus lateralis neque conspirat, neque contra-  
riè agit, cum Motu per AD; & Impressio, quâ Cor-  
pus movetur, in Corpus agit, quasi quiesceret: idcir-  
cò, in hoc casu, Vis Corpori communicata propor-  
tionalis est Quadrato suæ Velocitatis \*; & cùm Impres- \* 753.  
sio, quâ Motus, in hoc casu, mutatur, nihil commu-  
ne habeat cum Motu primo, non potest hæc Vim pri-  
mam, in directione AD agentem, minuere: ergo Vis  
integrâ, quâ Corpus nunc gaudet, proportionalis est  
ambobus Quadratis Linearum AD & AE, quod con-  
gruit cum demonstratis, nam fertur Corpus Celeritate  
AB \*, cujus Quadratum valet memorata duo Qua- \* 360.  
drata \*. \* 47. El. I.

Ex his Virium mensura, si hæc ignota esset, detegi 1152.  
posset. Corpori, quod habet Vim, quæ respondet Ce-  
leritati AD, communicatur Vis, quæ Velocitati AE  
respondet; quæ cùm Corpori communicetur, quasi  
quiesceret, Vim primam mutare non potest; valet  
ideò Corporis Vis integra summam harum Virium, dum  
ipsius Velocitas est AB; ergò Vis quæ huic respon-  
det Velocitati, memoratæ summæ æqualis est. Quod  
fieri non poterit in omni casu, nisi Quadratis Veloci-  
tatum Vires proportionales sint \*. \* 47. El. I.

Deducimus ex his non interesse; neque respectu Im- 1153.  
pressionum, quibus Corpus agitur, neque respectu  
Virium, neque Velocitatum, utrum Corpus per AB  
feratur Celeritate AB, an per AD & AE Celeritati-  
bus hisce Lineis proportionalibus, quæ inter se Angu-  
lum rectum continent. Quare *Motus per AB, juxta di-* 1154.  
*rectionem ut AD, nil continet præter Motum Velocitate AD.*

1155. Deducimus etiam *Motum Corporis* *resolvi* posse in *duos* *alios*, innumeris modis; quod fiet, si *Linea*, in *directione Motus* *dati* *posita*, & *longitudine Celeritatem* *designans*, sit *Hypotenusæ Trianguli Rectanguli*; nam *hujus* *reliqua duo Latera* *sive Motuum* *quæstorum* *directiones* *dabunt*, & *longitudinibus suis respectivè Velocitates* *horum* *expriment*: eruntque *Vires*, *juxta* *has* *directiones*, *Quadratis Velocitatum* *proportionales*.

1156. Ut nunc determinemus, quâ Vi Corpus per AE sit  
 T A B. agitandum, ut ei communicetur Celeritas AE, in ca-  
 XXXVIII. su in quo Motus hic cum primo Motu pro parte con-  
 Fig. 3. spirat; Motum per AE in duos resolvo \* per Af &  
 \* 360. Ag, Angulum rectum continentes, & ducitur Eg pa-  
 rallela Af. Per Af tantum Corpori Vis communican-  
 da est, quâ Corpus, si quievisset, hac Celeritate potuisset  
 \* 1151. 753. ferri, & quæ proportionalis est Quadrato Af\*; per  
 Ag autem Vis communicanda est, quâ Celeritas AD  
 quantitate Ag augeatur, id est, fiat Ab; quæ Vis pro-  
 \* 1147. portionalis est differentiae Quadratorum Ab, AD\*.  
 Hæ Vires simul communicandæ erunt juxta AE, ut  
 Corpus hac Celeritate possit ferri; & Vis integra Cor-  
 poris proportionalis erit Quadrato Lineæ AD, diffe-  
 rentiæ Quadratorum Linearum Ab & AD, & Qua-  
 drato Af; primis duobus ex hisce tribus quantitatibus  
 in unam summam collectis, habemus Quadratum Li-  
 neæ Ab; cui si addatur Quadratum Lineæ Af, aut  
 bB, habemus Quadratum Lineæ AB; cui proportio-  
 \* 753. nalem esse Vim Corpori insitam, ex ante demonstratis  
 \* 360. sequitur\*; cum constet, Corpus Celeritate AB fer-  
 1157. ri\*.  
 T A B. Si Motum per AE, eodem modo, in duos resol-  
 XXXVIII. vamus  
 Fig. 4.

vamus

namus per  $Af$  &  $Ag$ \*; Motu hoc secundo retardatur Mo- \*360.  
tus per  $AD$ ; unde sequitur, ut Corpus per  $AE$ , Ce-  
leritate hac Lineâ designatâ, feratur, illi communican-  
dam esse Vim, quæ proportionalis sit Quadrato  $Af$ ,  
& Impressionem, quâ agitur, ulterius tantum valere  
debere, ut quantitate  $Ag$  possit minuere Velocitatem  
 $AD$ : in hoc casu, Corpus juxta directionem  $AD$  tan-  
tum superstitem habebit Vim proportionalem Quadra-  
to  $Ab$ \*, cui si addatur Vis proportionalis Quadrato \*1147.  
 $Af$ \*, habemus Vim proportionalem Quadrato  $AB$ ; \*1151.  
quod iterum cum ante demonstratis congruit \*. \*360.753.

Propositionem hanc, Vim sequi proportionem Qua- 1158.  
drati Velocitatis, non posse referri ad illam, cum quâ  
alia in eadem Lineâ agit, facile ex ante demonstratis  
sequitur\*; hac de causâ, ubi Vim in duas resolvimus, \*1147.  
hæ Quadratis Velocitatum proportionales non erunt, 1148.  
nisi ambarum directiones Angulum rectum contineant,  
ne aliter pro parte conspirent, aut contrariè agant \*. \*1151.

Ex quibus deducimus; *Vim resolutam non iterum posse* 1159.  
*ita resolvi, ut singule Quadratis Velocitatum proportiona-*  
*les sint.* Motus per  $AB$  resolvitur in duos Motus ejus- TAB.  
dem Corporis per  $AD$  &  $AE$ , & Vires quadratis Ve- XXXVIII.  
locitatum sunt proportionales; sed si Motus per  $AE$  Fig. 2.  
iterum in duos, per  $AF$  &  $AG$ , Angulum rectum  
continentes, separetur, non erunt hæ ultimæ Vires  
quadratis Velocitatum proportionales; & non poterit  
hic applicari N. 1155., in quo agitur de Viribus, quæ  
non modo inter se non conspiciunt, neque contrariè  
agunt, sed quæ cum tertiâ nil commune habent. Hic  
autem ipse Motus Corporis per  $AB$  in tres Motus re-  
solvitur, per  $AD$ ,  $AF$ , &  $AG$ ; in quibus  $AF$  &



AD pro parte conspirant, AD & AG partim contrariè agunt; & Resolutionem, quæ ad Velocitates potest applicari, cum demonstratio N. 360. eadem sit, five Motus in Resolutione conspirent, five contrariè agant, ad Vires non posse referri, ex ante demonstratis clarum est \*.

1160. In N. 1156. 1157. Motum per AB compositum habemus ex duobus, quorum unum in alios resolvimus, TAB. XXXVIII. sed ita, ut post Resolutionem omnes Motus darentur Fig. 3. 4. in duabus Lineis, Angulum rectum continentibus: quare Motus in singulis Lineis, separatim considerari potuere; quod nunquam fieri potest, ubi Motus varii in pluribus quàm duabus Lineis dantur; tunc enim quidam Motus necessario pro parte conspirant, aut contrariè agunt; de his nihil demonstravimus, ex eadem tamen theoriâ Virium deduci possunt. Sed hæc non sunt hujus loci; non enim datur unius Vis solutio in tres alias, nisi dentur tres Actiones, quæ separatim determinari non possunt, sed semper simul considerari debent; in Capite autem sequenti videbimus, sæpissimè unicam tantum dari Actionem, ubi Vis resolvitur in duas; quæ ergo separatim considerari, & determinari, possunt.

## C A P U T VIII

### *De Percussione obliquâ.*

#### DEFINITIO I.

1161. **A**ngulus dicitur incidentia, quem directio Motûs Corporis, ad aliud accedentis, efficit cum perpendiculari ad superficiem hujus in puncto, in quo percutitur.

DE-



DEFINITIO 2.

*Angulus reflexionis est, quem, cum eadem perpendi-* 1162.  
*culari, efficit directio Motus Corporis post Percussionem.*

*Si Corpus Elasticum P in Obicem firmum Elasticum FG* 1163.  
*incurrat obliquè, juxta directionem Pa, redibit per ap* TAB.  
*ita, ut Angulus incidentie P a B aequalis sit Angulo refle-* XXXVIII.  
*xionis B a p.* Motus per Pa, quam longitudine Celeri- Fig. 5.  
tatem Corporis designare ponimus, potest resolvi in  
duos, quorum unius directio parallela sit Lineæ Ba,  
alterius huic perpendicularis; & Corpus in Obicem in-  
curret in a, quasi Celeritatibus Ca, Ba, & juxta has-  
ce directiones, ad hunc accederet \*. Motus per Ca \* 1155.  
Ictu non mutatur, & Celeritate a E Corpus Motum  
continuat, positis Ca & a E æqualibus; Motu per Ba  
directè in Obstaculum incurrit, & per eandem Lineam,  
eâ quâ accessit Celeritate, redit \*, id est per a B; his- \* 1086.  
ce autem duobus Motibus agitata Corpus redit per  
ap, diagonalem Rectanguli Lineis a E, a B, forma-  
ti \*: Triangula verò B Pa, B ap esse æqualia liquet; \* 360.  
unde constat propositum. Simili methodo detegimus  
Motus Corporum obliquè in se mutuò impactorum.

Corpus Q quiescit; Corpus P, directione & Cele- 1164.  
ritate PA, in illud impingitur. Per centra amborum TAB.  
Corporum, cum P in A pervenerit, ducatur Linea XXXVIII.  
DB, & ad illam perpendicularis PB, & absolvatur Fig. 6.7.  
Parallelogrammum ABPC; Motus per PA resolu-  
tur in duos alios, per PB & PC, aut BA, CA\*. \* 1155.  
Motu per CA Corpus P non agit in Corpus Q; Actio  
ergo oritur ex solo Motu per BA, id est, Corpus P, 1165.  
*Impactu obliquo per PA, Celeritate PA, in Corpus Q*  
*agit, eodem modo ac si directè in illud incurreret per BA,*

*Celeritate B A.* Quare Motus Corporis Q ex illâ Actione, sive Corpora sint Elastica, sive non, determinatur ex iis; quæ de Impactu directo dicta sunt.

1166. Motus Corporis P post Impactum ex iisdem principiis deducitur. Motus per C A non mutatur; ergo Motu illo, æquali Celeritate, Corpus P fertur, directione A E; sit ideò A E æqualis C A. Mutatio in Motu B A determinatur respectu Corporis P, eodem modo ac Motus Corporis Q, ex iis, quæ de Collisione directâ explicata sunt. Sit Celeritas post Impactum A D, in Fig. 6., quando Corpus progreditur, & in Fig. 7., quando regreditur. Ex hoc Motu, & Motu per A E, oritur Motus compositus per diagonalem A p, quæ situ, & longitudine, directionem, & Celeritatem,

\* 360. Corporis P post Impactum denotat \*.

1167. *Quando Corpora sunt equalia, & Elastica*, totus Motus

\* 1125. per B A Percussione destruitur \*, & solus Motus per C A superest; quâ directione tunc etiam fertur Corpus P. In hoc casu semper, post Impulsum, Corpora ambo, *quocumque modo Corpus P ad aliud accedat, separantur directionibus, Angulum rectum continentibus.*

#### MACHINA,

*Quâ Experimenta quadam de Collisione obliquâ, & compositâ, instituuntur.*

1168. Duo Plana lignea C D E, C D E, quorum latera CD, CD, sunt longitudinis circiter trium pedum cum semisse, & latera D E, D E, unius pedis cum semisse, verticaliter posita, Verticulis A & B juncta, disponuntur ita, ut Angulum quemcumque efficiant.

Experimenta in hac Machinâ, Globis eburneis diametri unius Pollicis cum semisse, instituuntur.

Plana

TAB.  
XXXIX.  
Fig. 1.

Plana ita conjunguntur, ut si hisce alia parallela, ad distantiam, quæ paululum semidiametrum Globorum excedit, concipiantur, horum intersectio sit ipse Axis circumvolutionis: quod præstatur si Verticuli adhibeantur ut G ( Fig. 2. ), quorum partes *b, b*, ad majorem firmitatem, ligno inferuntur.

In Centro Verticuli superioris A, huic conjungitur Cylindrus parvus *a*, ( Fig. 2. ), in cujus basi foramen datur, quod cum alio laterali conjungitur ita, ut per ambo transeat Filum *ih*, quo Globus P suspenditur, & quod Paxillo annectitur.

Ope Cochlearum F, F, F, F, F, Machina in situ verticali disponitur ita, ut Filum *hi* cum Axe Machinæ coincidat.

In *m, m*, Clavi duo Planis memoratis inferuntur, his Globi Q, Q, suspenduntur, ad talem distantiam à Planis, ut unumquodque illud, cui applicatur, ferè tangat; id est, ut Linea, quæ concipitur per Centra Globorum P & Q, huic Plano sit Parallela; requiritur ulterius, ut hi Globi, ad eandem altitudinem positi, sese mutuò tangant.

Fila, quibus Globi Q & Q suspenduntur, trajiciunt foramina in prædictis Clavis, & Paxillis *l & l* annectuntur, ut commodè elevari, deprimique, & omnium Globorum Centra in eodem Plano, ad Horizontem Parallelo, disponi possint. Regula ænea R, ita inflexa, ut juxta illam Globus P in suo Motu adscendat, convertitur circa extremitatum alteram, & Centrum Motûs cum Axe Machinæ coincidit. Inservit ad notandam viam Globi P, & altitudinem ad quam adscendit.

Globus

Globus uterque  $Q$  juxta Planum, cui applicatur, demittitur; & altitudo, à quâ demittitur, notatur Indice Plano infixio; ad quod in utroque Plano foramina quatuor dantur, quæ Angulos æquales, respectu Motûs filorum, indicant.

Quando Globus  $Q$  à certâ altitudine demittitur, in Globum  $P$  impingitur; illumque secundum eandem directionem propellit.

## EXPERIMENTUM I.

1169. TAB. XXXIX. Fig. 3. Exhibetur hæc Horizontalis sectio hujus Machinæ, cui suspenduntur Globus  $P$ , & unus ex Globis  $Q$ ; Planis ad Angulum rectum dispositis, quâcunque directione, & à quâcunque altitudine cadendo, Corpus  $P$  impingatur in Corpus  $Q$ , post Impactum Corpora directiones Planorum sequuntur.

1170. Ex iisdem Principiis, ex quibus Motus Corporum deducimus, quando unum quiescit, quoque determinamus Motus duorum Corporum post Percussionem, quando ambo moventur, quomodocumque in se mutuò ferantur. Casus præcipui repræsentantur in Tab. XXXVIII., & omnes eodem modo resolvuntur.

1171. TAB. XXXVIII. Fig. 8. 9. 10. 11. 12. & 13. Corpus  $P$  moveatur directione, & Celeritate,  $PA$ ; Corpus  $Q$  directione & Celeritate  $Qa$ ; ducatur Linea  $Bb$ , transiens per amborum Corporum Centra, ubi se mutuò tangunt; ad hanc sint  $CA$  &  $ca$  perpendiculares, & absolvantur Parallelogramma  $PBAC$  &  $Qbac$ . Motus Corporis  $P$  resolvitur in duos alios, quorum Celeritates, & directiones, designant  $CA$ ,  $BA$ . Motus, in quos resolvitur Motus Corporis  $Q$ , designantur per  $ca$ ,  $ba$  \*. Motibus, per  $CA$  &  $ca$ , Corpora non agunt in se mutuò; non mutantur ergò  
hi

\* 1155.

hi Motus, & post Occursum designantur per  $AE$  &  $ae$ ,  
 ipsis  $CA$  &  $ca$  æquales. Percussio ex Motibus per  
 Lineas  $BA$ ,  $ba$ , est directa, & determinatur in Ca-  
 pitibus IV, & VI. Sit Corporis  $P$  Motus  $D$  versus, &  
 ejus Celeritas  $AD$ ; Corporis  $Q$  Motus  $d$  versus, & ejus  
 Celeritas  $ad$ ; post Occursum ergo Motus Corporis  $P$   
 componitur ex Motibus per  $AE$  &  $AD$ , & movetur  
 per diagonalem  $Ap$ . Corporis  $Q$  Motus post Impactum  
 componitur ex Motibus per  $ae$  &  $ad$ , & Corpus hoc  
 fertur per diagonalem  $aq$ ; & longitudines illarum dia-  
 gonalium Celeritates Corporum post Occursum deno-  
 tant \*. In Fig. 8, 9, & 10, Corpora non Elastica ponun- \* 360.  
 tur. Fig. 11, 12, & 13, eisdem casus, datis Corporibus  
 Elasticis, repræsentant. In Fig. 8. litteræ quædam de-  
 ficiunt; quia puncta, ipsis designata, cum aliis coinci-  
 dunt.

Hac Methodo obliquas Impactiones ad directas re-  
 ducimus in *Lineâ*, in quâ si Corpora agitata forent, re- 1172.  
 vera directè concurrerent; in hac Lineâ *Velocitatum mu-*  
*tationes sunt inversè ut Masse \**, non mutatis *Velocitatibus* \* 981.  
*lateralibus*. Hoc nunc demonstravimus in casu pecu-  
 liari, in quo directiones motuum lateralium cum dictâ  
 Lineâ angulum efficiunt rectum.

*Estque Universalis hac Propositio*, quomodocunque  
 Resolutio Motuum fiat, si modò ambo ad dictam Li-  
 nearum reducantur.

Sint duorum Corporum in  $C$  concurrentium dire- 1173.  
 ctiones  $AC$ ,  $BC$ ;  $Ff$  Linea in quâ Percussio dire- TAB. XL.  
 ctæ est;  $AL$ ,  $BM$  ad hanc perpendiculares; habemus Fig. 1.  
 nunc Motuum Resolutionem Rectangulam; primi in  
 $AL$  &  $LC$ , secundi in  $BM$ , &  $MC$ , ut in N. 1171.

Tt

Moti.

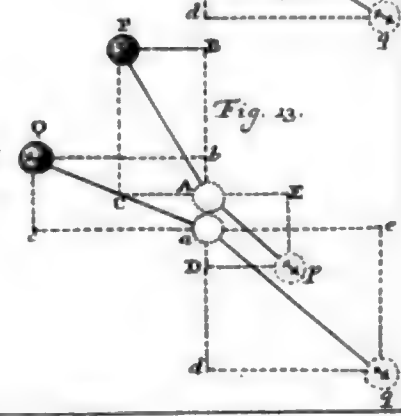
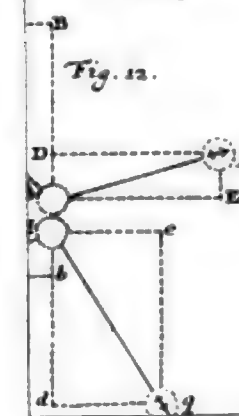
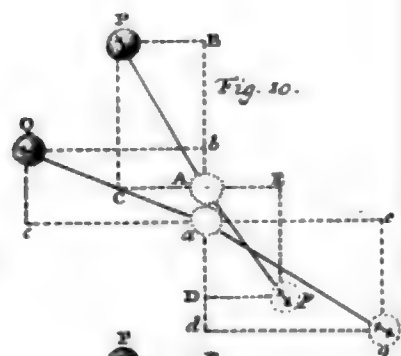
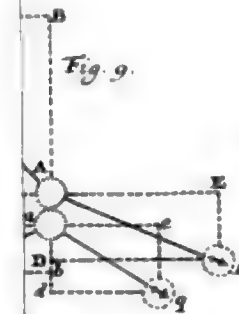
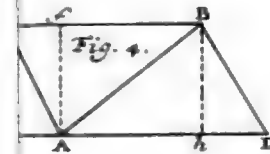
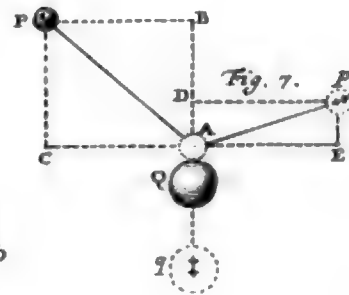
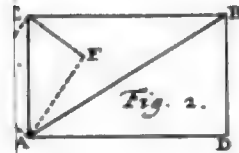
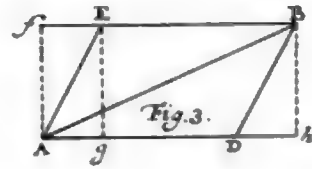
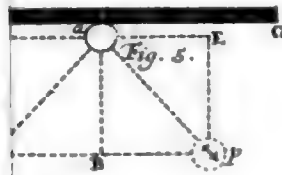
Motibus LC, MC, Corpora directè concurrunt, & positis LC, Cl, æqualibus, ut & MC, Cm, si dividatur *ml* in O ita, ut *mO* se habeat ad *Ol*, ut Massa A ad Massam B, erit CO Velocitas communis ambobus Corporibus post Ictum\*. In O erectâ ad Ff perpendiculari, fiant, Ob æqualis BM, & Oa æqualis LA; habemus Ca, directionem, & Velocitatem, Corporis A, post percussionem, designantem; & Cb eadem pro Corpore B exhibentem\*.

\* 987.  
1174. *Quando Corpora non sunt Elastica*, de quibus hic agitur, hæc non separantur post Percussionem, relatis Motibus ad Lineam in quâ Percussio est directâ; id est, versantur continuò, dum in Motu perseverant, in eadem perpendiculari, ad hanc ipsam Lineam, in quâ Percussio directâ est.

1175. Redeamus nunc ad primos Motus per AC, BC, quorum Velocitates hæ Lineæ exprimunt; resolvimus hos ad libitum, in Motus per AF, FC, & BG, GC, ita ut, pro utroque Corpore, unus ex Motibus detur in Lineâ Ff, in quâ Percussio directâ est. Hoc nobis nunc demonstrandum est; Laterales Velocitates AF, BG, servari, mutatis directis FC, GC, in ratione inversâ Massarum Corporum A & B. Fiat Motuum Resolutio post Percussionem; Motus per Ca, ductâ AI parallêlâ ad AF, resolvitur in Motus per CI & Ia; & ductâ bH, parallêlâ ipsi BG, Motus per Cb resolvitur in duos per CH & Hb. Triangula aIO & ALF sunt æquiangula, quia latera sunt respectivè parallêla; latera autem aO, AL, fecimus æqualia\*; ergo quoque æqualia sunt Ia, AF\*. Eodem modo demonstramus æquales esse Velocitates, quæ Lineis BG, Hb, repræsentantur; & utrumque Corpus suam fervare

\* 34. El. I.

\* 26. El. I.







servare lateralem Velocitatem manifestum est.

Ponamus  $Cf$  æqualem  $FC$ ; &  $Cg$  æqualem  $GC$ :  
 Velocitates in Lineâ  $Ff$ , ante Percussionem erant  $Cg$ ,  
 $Cf$ ; post Percussionem sunt  $CH$ ,  $CI$ ; mutationes er-  
 gò sunt  $gH$ ,  $If$ , quas dicimus esse inversè ut Massas,  
 id est, directè ut  $A$  ad  $B$ . Propter æquales  $FC$ ,  $Cf$ ,  
 ut &  $LC$ ,  $Cl$ , sunt æquales  $FL$ ,  $lf$ . In Triangulis  
 $AFI$ ,  $AOI$ , æquiangulis & æqualibus, sunt æqualia  
 latera  $FI$ ,  $OI$ ; ergò sunt æquales  $lf$ ,  $OI$ ; sublata  
 (aut additâ si Figura exigat) communi  $lI$ , æquales  
 supersunt  $OI$ ,  $If$ . Eodem modo demonstramus æqua-  
 les esse  $mo$ ,  $gH$ . Sed  $mo$  ad  $OI$ , ut  $A$  ad  $B$ ; er-  
 gò quoque  $gH$  ad  $If$  in eâdem ratione  $A$  ad  $B$ . Quod  
 demonstrandum erat.



## LIBER II.

### Pars III. De Collisione Compositâ.



## CAPUT IX.

### *De Collisione duplici.*

#### DEFINITIO.

**C**ompositam dicimus Collisionem quando plures lctus, 1176.  
 respectu ejusdem Corporis, eodem Tempore, locum  
 habent.

Contingit hæc, ubi plura dantur quàm duo Corpora  
 concurrentia; aut ubi Corpus unum in plura plana,  
 eodem Tempore, incurrit.

In hoc Capite quædam examinabo circa Impactionem Corporis in duo Plana, & circa Collisionem trium Corporum, in casibus in quibus duæ tantum dantur Impactiones; de tribus Collisionibus postea dicam.

1177. Corpus P, Velocitate AP, incurrit in Angulum  
TAB. XLI. GCF, juxta directionem AP; determinandum quâ  
Fig. 1. 2. Actione in utrumque Planum GC & FC incurrit.

Notandum Corpus, integram suam amittere Vim; ponimus enim Obstaculum fixum.

Ductis AB & AD, quæ cum CG & CF Angulos efficiunt rectos; sint PE & PH ad has respectivè parallelæ.

Si nunc concipiamus Corpus P, eodem Tempore ferri per AE & AH, Velocitatibus hisce Lineis proportionalibus, revera movebitur per AP, Velocitate  
\* 360. AP\*; ideò possumus considerare Corpus, dum per-tingit ad P, agitari Velocitatibus HP & EP, & juxta hasce directiones in Plana CG, CF, incurrere directè; ita ut quæstio eò reducat, quibus Viribus Corpus, eodem Tempore, per AE & AH agere possit?

Si Angulus FCG esset rectus, & rectus esset Angulus EAH; idcirco Motus hi neque contrariè agerent, neque ad eandem partem tenderent; & Quadratis Velocitatum AE, & AH, Actiones proportionales es-  
\* 1155. sent\*.

Ubi autem Angulus, quem Plana continent, est acutus, aut obtusus; ut in hisce Figuris, ducendæ sunt ad AP perpendiculares EL, HI. In Motu per AE continetur Motus per AP, Velocitate AL; in Motu per AH continetur Motus per AP, Velocitate AI; & nil præterea, ex Motu per AP, in his Motibus con-  
tine-

tinetur, propter Angulos rectos  $ALE$ , &  $AIH$  \*; ita \* 1157.  
 ut non intersit, quantum ad Motum Corporis, utrum,  
 eodem Tempore, moveatur per  $AH$  &  $AE$ , Velo-  
 citatibus hisce Lineis proportionalibus; an in Lineâ  
 $AP$  moveatur, Velocitatibus  $AI$  &  $AL$ . In utro-  
 que casu revera movetur Corpus per  $AP$ , Velocitate  
 $AP$ ; quæ ergo valet ambas Velocitates  $AL$ ,  $AI$ ,  
 quod & aliunde constat: Nam  $AL$  &  $IP$  sunt æqua-  
 les propter Triangula similia & æqualia  $AEL$ ,  $HIP$   
 habentia latera respectivè parallela, quorum  $AE$  &  
 $HP$  sunt æqualia \*.

\* 34. EL. L

Jam cum Motus per  $AL$  contineatur in Motu per  
 $AE$ , quo agit in Planum  $GC$ ; & Motus per  $AI$  con-  
 tineatur in Motu per  $AH$ , quo in aliud Planum Cor-  
 pus agit; sequitur Actiones in Plana esse Vires, quibus  
 Corpus, eodem Tempore, fertur Velocitatibus  $AL$  &  
 $AI$ : Vires verò sunt ut ipsæ Velocitates \*, & in- \* 1148.  
 $AI$ : Vires Corporis, quæ Quadrato Velocitatis  $AP$   
 proportionalis est \*, secari debet in duas partes, quæ \* 753.  
 sint inter se ut  $AL$  &  $AI$ , partes hæ sunt Rectangu-  
 la  $AP$  per  $AL$ , &  $AP$  per  $AI$ .

Si, posito Angulo  $GCF$  obtuso, directio Motûs 1178.  
 $AP$  cum Crure uno, ut  $CF$ , Angulum etiam efficiat TAB. XLI.  
 obtusum in hoc ultimum Planum tantum Actionem ex- Fig. 3.  
 ferit Corpus, proportionalem Quadrato Lineæ  $AD$ , per-  
 pendicularis, ad  $FC$ , & Ictu non integram amittit Vir-  
 tem, sed per  $CF$  Motum post impactionem continuat, Ve-  
 locitate Lineæ  $DC$  proportionali.

Hæc ex Resolutione Motûs \* sequuntur, nam aliun- \* 1155.  
 de demonstramus in Planum  $GC$  nullam dari Actionem.

In casu Fig. 2. ubi Angulus, quem  $AP$  cum  $CF$

Tt 3

efficit

efficit, est acutus, Actio in Planum  $GC$  minuitur, aucto Angulo hoc; si hic rectus sit, ut in Fig. 3. datâ Corporis directione  $a P$ , Parallelogrammi  $AEPH$  diagonalis  $AP$  coincidit cum latere  $AH$ , & latera  $AE$  &  $AL$  evanescunt, & cum hisce Actio in Planum  $GC$  etiam tollitur \*; quæ ergò, auctâ inclinatione viæ Corporis respectu hujus Plani, etiam nulla erit.

In determinandis quæ spectant directam Collisionem trium Corporum, in eadem Lineâ motorum, illi simili utimur methodo, quam circa duorum Corporum Collisionem in Cap. IV. adhibuimus. *Ubi tria dantur Corpora, dua dantur Velocitates respectivæ, à quibus pendent Actiones Corporum in se mutuo \*, & partium introcessionis, quæ, manentibus Corporibus, & hisce duabus Velocitatibus, eadem semper sunt; ideoque & Vir.*

\* 934.956. *res lctu destructæ \**.

1180. *Quando Corpora post lctum quiescunt, summa Virium est, datis Velocitatibus respectivis, omnium minima; si enim summa minor daretur, minor Vis lctu destrueretur, quod fieri non potest \*.*

\* 960.

1181. *Demonstramus autem in Scholio I. hujus Cap. Vim, datis Velocitatibus respectivis, esse omnium minimam, si motus duobus Corporibus unam partem versùs, aliud in contrariam partem ita feratur, ut hujus Massæ productum per suam Velocitatem valeat summam productorum Massarum reliquorum duorum, singularum multiplicatarum per suas Velocitates.*

In hoc autem casu Corpora post lctum quiescere, & ideo summam Virium esse omnium minimam, etiam deducimus ex demonstratis circa Collisionem Corporum duorum, ad quam trium Corporum Collisionem referimus.

Sint

Sint Corpora tria A, B, C; Velocitas primi  $fb$ ; 1182.  
secundi  $gi$ ; tertii  $li$ . Ponimus producta A per  $fb$ , & TAB. XLI.  
B per  $gi$ , simul sumta, valere productum C per  $li$ . Fig. 4.

Concipiamus Corpus C in duas partes resolvi D & TAB. XLI.  
E ita, ut D per  $li$  valeat A per  $fb$ , & E per  $li$  æ- Fig. 5.  
quale sit B per  $gi$ ; id est, sit D ad E, ut A per  $fb$   
ad B per  $gi$ . In hoc casu A ad D, ut  $li$  ad  $fb$ \*; & \* 16. EL. VI.  
Corpora hæc concurrentia post Ictum quiescunt \*: \* 962.  
quiescunt etiam B & E \*: quia B ad E, ut  $li$  ad  $gi$ . \* 962.  
Hæc autem quatuor Corpora à tribus datis, memora-  
tis Velocitatibus agitatis, non differunt.

Vis in Ictu quocumque amissa, datis Velocitatibus  
respectivis, valet summam Virium, in casu in quo Cor- \* 1179.  
pora quiescunt \*: hæc autem summa, solis datis Velo-  
citatibus respectivis exprimi potest; &, ut in Scholio 1.  
demonstramus, in omni Concursu directo trium Corporum, 1183.  
*Vis amissa proportionem sequitur summa trium producto-  
rum, quæ efficiuntur, multiplicatis duabus Massis in se  
mutuò, & per Quadratum Velocitatis respectivæ harum  
ipsarum, divisâ summâ hac per summam trium Massarum.*

Datis Corporibus A, B, & C; 1. multiplicari debet  
Masse A per Massam B, & productum hoc per Quadra-  
tum Velocitatis respectivæ A & B; 2. productum Mas-  
sæ A per Massam C multiplicandum est per Quadratum  
Velocitatis respectivæ horum Corporum; 3. tandem  
ductis Massis B & C in se invicem, productum multi-  
plicari debet per Quadratum Velocitatis respectivæ ho-  
rum Corporum; summa verò trium horum producto-  
rum dividenda est per summam Massarum, & habebi-  
mus Vim Ictu amissam.

*Si non fuerint Elastica tria Corpora, de talibus enim agi-* 1184.  
mus,

- \* 939. mus, *post lētum* eādem Velocitate feruntur \*, & hæc est Velocitas, quam Navis haberet, in quā Corpora juxta Legem in N. 1181. indicatam agitata forent; quia post lētum in Nave Corpora quiescerent, translatis ipsis eādem cum Nave Velocitate. Navis *Velocitatem* in Scholio 1. *detegimus*, & habetur, *multiplicando singulorum Corporum Massas per suas Velocitates, & dividendo per summam Massarum summam productorum, si tria Corpora ad eandem partem tendant; sin minus, Motuum contrariorum producta à se invicem subtrahi debent.*
1185. Videmus quæ spectant trium Corporum Collisionem, in multis cum iis, quæ de duobus Corporibus demonstrata sunt, convenire, quod etiam referri potest ad demonstrata de mutationibus Velocitatum in ratione
- \* 987. inversâ massarum \*. Nam ut in Scholio 1. demonstra-
1186. mus; *Mutationes Velocitatum duorum Corporum, oriunda ex Actione mutuâ horum Corporum in Collisione, sunt inversè ut Corporum Massa, licet & aliâ Actione, eodem Tempore, unius Motus mutetur.*
1187. Si nunc concipiamus Corpora perfectè Elastica, hæc in Nave memoratâ, solâ Elasterii Actione moventur, & à se invicem recedunt iisdem Celeritatibus, & Viribus, quibus ad se invicem accedere; in hoc enim casu singula Elasteria, quæ, dum relaxantur, Vires generant æquales illis, quibus fuere flexa \*, desideratam, ut hunc præstent Effectum, patiuntur Resistentiam, æqualem nempe illi, quam in inflexione passa sunt; nam eodem modo Corpus resistit, dum certam amittit
- \* 1083. Vim, & dum eandem acquirit \*.
1188. Unde generalem hanc deducimus conclusionem, *mutationem Velocitatis, in Impactione Corporum Elasticorum quorum-*



*rumcumque, respectu singulorum duplam esse illius, quæ in eodem Incurfu, datis Corporibus non Elasticis, locum haberet: idè Regulæ N. 1110. 1111. & hîc applicari possunt.*

In demonstratione hac ponimus Actione mutuâ duorum Corporum, ut A & B, Elasticas horum Corporum partes tantum intropremi; id est, illud tantum flecti Elasterium, quod datur inter hæc Corpora, ubi in *a*, *b*, concurrunt; nullamque hujus Actionis partem transferri ad inflectendas partes Elasticas inter *b* & *c*. 1189. TAB. XLI. Fig. 4.

Hæc sic sese revera habere, sequi videtur ex subitâ admodum partium Elasticarum inflexione, & instauratione, quam superius demonstravimus \*. \* 1127. 1128.

Si autem concipiamus partes lentius intropremi, ut intropremuntur partes Corporum mollium, non separantur Corpora Elastica, ut ad se mutuò accedere, & difficilior est Motûs determinatio.

In Concurfu enim trium Corporum mollium A, B, & C, 1190. eodem momento ad se mutuò accedentium, introcessiones sunt æquales inter *a* & *b*, & inter *b* & *c*; licet Actiones sint inæquales: nam dum C agit in B, si hæc Actio Actionem superet, quam A in B, ad partem oppositam, exferit, non modo *c* intropremit partes inter *b* & *c*, sed & premit *b* ita, ut augeatur Actio inter *b* & *a*; quare, Actione mutuâ Corporum *c* & *b*, non modò partes inter hæc Corpora intropremuntur, sed & augetur introcessio partium inter *a* & *c*; & hæc Actio dispergitur ita, ut *b*, quod inter *a* & *c* quiescit, æqualiter ab utraque parte prematur; quare, ab utraque parte, introcessiones, si æquè facîle partes introcedant, æquales sunt; summa verò Cavitationum ambarum sequitur

\*841.934. tur proportionem Vis destructæ in his efficiendis \*.

EXPERIMENTUM I.

1191. Utimur in hoc Experimento Pyxide cylindricâ O, cuius longitudo est duorum Pollicum cum quarta parte, quæ in utraque extremitate excavata est, ad profunditatem quæ Pollicem dimidiatum superat. Cava hæc replentur Argillâ, ut in Experimentis aliis vidimus \*.

TAB.  
XXVIII.  
Fig. II.

\*939.969. Uncis quatuor suspenditur Cylindrus hic, quorum  $v, v$ , ab unâ extremitate removentur, quantum  $V, V$ , ab aliâ distant; distantia autem inter  $v$ , & respondentem  $V$ , est Sesqui-pollicis.

TAB.  
XXVII.  
Fig. I.

Adhibenda nunc est Machina, quâ sæpius usi fuimus \*, dictamque Pyxidem in medio suspendimus, junctis Uncis mediis,  $g, f$ , ut &  $h, i$ ; ita ut distantia inter hos sit Sesqui-pollicis \*.

\*760.

\*764.765.

Unci sequentes hisce admoventur ita, ut Lamellæ superiores convenient; reliqui ab his removentur, ut distantia inter Uncos sit trium Pollicum; quod commodè præstari poterit, si longitudo Regularum  $bb$  &  $dd$  ita determinata sit, ut hæc inter Uncos detur distantia, quando ultimi Tubuli, quibus Unci adhærent, à medio Regulæ, quantum possunt, removentur; ut in Figurâ exhibemus.

TAB. XL.  
Fig. 2.

TAB. XL.  
Fig. 3.

\*769.

\*738.771.

Suspendimus nunc ad latera Pyxidis Rectangula duo \*, quibus sæpius in Experimentis usi jam fuimus; & ipsis jungimus Conos similes  $h, h$  \*, quorum unum in Experimentis, 2. 7. 8 &c. Cap. III. hujus Libri, adhibuimus. Talis autem est Uncorum in Machinâ dispositio, ut, reductis filis ad debitam longitudinem, Corpora, quando quiescunt, in eâdem Lineâ horizontali sint disposita, & Conorum vertex Argillam tangent,

gant, in centrīs bāsum Cylindri, ipsam continentis. Velocitates mensuramus, ut in aliis Experimentis similibus fecimus.

Sint nunc Massa R duo, Massa S novem; ambo Corpora eodem momento demittuntur ita, ut simul, hoc duobus gradibus Velocitatis, illud Velocitate novem, incurrant in Corpus quiescens O; post Ictum quiescent quoque, ut in Experimento 4<sup>to</sup>. Cap. iv. hujus Libri \*: Cavitates autem erunt æquales inter se, & simul valebunt Cavitationem, quam in memorato Experimento habuimus, si eandem adhibeamus Argillam; ut mensuratis Cavitatibus detegitur, & ex Experimento sequenti facile deducitur.

Vis, in dicto Experimento \*, destructa est 198 \*; eadem & hic destructa est; ergo singulæ Cavitates valent 99 \*: quod & sequenti Experimento demonstramus.

EXPERIMENTUM 2.

Planis factis iterum Argillæ superficiebus in Corpore O, sint Massæ singulæ R, & S, quatuor; demissis his, eodem momento, ut Velocitatibus æqualibus, quæ parum admodum deficient à 5, in Corpus O incurrant, quiescent Corpora; & Cavitates, quæ singulæ effectæ sunt destructione Vis, quæ paululum deficit à  $4 \times 5 \times 5 = 100$  \*, ideoque valet 99, sunt æquales inter se, & illis, quas in præcedenti Experimento habuimus.

*Si nunc concipiamus partes Elasticas flecti, ut memoratorum Corporum mollium partes introcedunt, inflexio inter a & b æqualis erit illi, quæ datur inter b & c; & considerata sunt Corpora quasi separata Actione Elastiorum*

1192.

\* 969.

\* 969.

\* 979.

\* 841.

1193.

TAB. XL.

Fig. 4.

\* 757.

1194.

TAB. XLI.

Fig. 4.

*duorum, æquè potentium, inter hæc positorum.* Quomodo in hoc casu separatio determinetur in Scholio 2. videbimus.

1195. In Collisione directâ trium Corporum, datis omnibus Motibus in eâdem directione, casus dari potest diversus ab illo, quem huc usque examinavimus; si enim unum Corpus sit perforatum, duo Corpora simul, quorum unum per alterum penetrat, eodem momento in tertium agere poterunt.

Ut determinemus quid in hoc casu contingere debeat, pro tribus quatuor Corpora ponam; sed ita determinata, & agitata, ut Motus omnino conveniat cum ipso proposito; casum quoque simplicem seligam.

1196. Sit C Corpus in quod alia agunt; hoc quiescere ponimus; Corpus A in hoc incurrit directè, Velocitate quacunque; duo Corpora B, B, æqualia, æqualibus Velocitatibus, diversis à primâ, ita incurrunt, ut Actiones simul pro directâ haberi possint. Superficies Corporis C plana est; Corpora A, & B, B, Cylindricè terminantur, & extremitates sunt Cylindri recti, & juxta horum Axium directiones moventur Corpora.

Tria hæc Corpora eodem momento accedunt ad C in *a, b, b*; Actionesque eodem momento inchoantur. In casu autem hujus Figuræ, Velocitas Corporum B, B, quæ minuitur, dum ex omnibus Actionibus continuò augetur Velocitas Corporis C, ad æqualitatem reducitur cum hac ultimâ Velocitate, eo Tempore, quo Velocitas Corporis A hanc, communem Corporibus C, & B, B, Velocitatem, superat. Hoc momento cessat Actio Corporum B, B, & horum Velocitas non amplius minuitur; sed A continuat Actionem

nem in A, quo Velocitas hujus adhuc augetur; quare C separatur à B & B; & omnis Actio cessat, ubi Velocitates Corporum C, & A, ad æqualitatem pervenire, quæ hac eadem Velocitate Motum continuant.

Computatio Velocitatum, in similibus casibus, est paulò intricatior; Constructio Geometrica, quâ easdem determinamus, magis plana est; ipsam hîc dabo, demonstratio in sequenti Scholio 3. reperietur.

Ductis Lineis DX, DE, quæ Angulum rectum efficiant; pono, determinato puncto E ad libitum, Lineam DE Corporis A Velocitatem exhibere, & determinatur DF, ut repræsentet Velocitatem Corporum B, B.

1197.  
TAB.  
XLII.  
Fig. 2.

Ad distantiam ad libitum sumtam, ducitur GO parallela FD; & determinantur puncta O & M, Lineis, per E & F, parallelis ipsi DX.

Sumtâ GH ad libitum, sequentibus proportionibus alia puncta in Lineâ GO determinamus.

GH ad HI, ut Basis Cylindri *d*, quo terminatur Corpus A, ad summam Basium Cylindrorum *e*, *e* (Fig. 1.).

GH ad ON, ut Massa Corporis A ad Massam Corporis C.

HI ad ML, ut summa Massarum Corporum B, B, ad Massam Corporis C.

Ductis nunc Lineis DH, DI, FLT, ENX, duæ mediæ sese mutuò interfecant in Q; & QP, perpendicularis ad DX, repræsentat Velocitatem communem Corporum B, B, & Corporis C, in momento in quo hæc separantur.

Si PQ sursum continuetur ut secet EX in R, Linea PR Corporis A Velocitatem exhibebit, eodem illo momento.

Ducuntur tunc  $QS$ , parallela  $DH$ , & secans  $EX$  in  $S$ ; ut &  $SV$ , parallela  $ED$ , aut  $QP$ ; &  $SV$  indicat Corporum  $A$  &  $C$  Velocitatem communem, post cessatam omnem Actionem.

1198. Aliquando, Linea  $EX$  secat  $DI$  inter  $D$  &  $Q$ , & tunc hæc ipsa  $EX$ , intersectione hac suâ cum  $DI$  determinat punctum  $Q$ .

TAB. XLII. Sumtâ  $Gi$  æquali  $HI$ , ducitur  $Di$ , cui parallela ducitur  $QS$ , & determinatur punctum  $S$  in Lineâ  $FT$ . In hoc casu  $QP$  repræsentat Velocitatem Corporis  $A$  post Impactum, &  $SV$  Velocitatem, quâ Corpora  $B, B$ , &  $C$ , simul in Motu perseverant.

Quomodo duo Corpora, directionibus diversis mota, in tertium eodem momento directè incurrentia, hoc agitent, etiam explicabimus.

1199. Dentur Corpora  $A, B$ ; directè, eodem momento, TAB. XLI. Velocitatibus quibuscunque, incurrentia in Corpus quiescens  $C$ , directionibus  $AK, BK$ . Productis hisce directionibus, sint  $KD$  Velocitas Corporis  $A$ , &  $KE$  Corporis  $B$  Celeritas; erigantur  $DF$  ad  $KD$  normalis, &  $EG$  cum  $KE$  Angulum rectum efficiens; dividatur  $KD$  in  $H$  ita, ut  $KH$  se habeat ad  $HD$ , ut Massa Corporis  $A$  ad Massam  $C$ ; eodem modo dividenda est  $KE$  in  $L$ , ut  $KL$  sit ad  $LE$ , ut Massa  $B$  ad Massam  $C$ . Ductis nunc  $FH, GL$ , sese mutuò intersecantibus in  $N$ , Linea  $KN$  situ directionem, & longitudine Velocitatem, demonstrabit Corporis  $C$  post ictum.

1200. Corpora autem  $A, B$ , in Lineis  $KD, KE$ , Motum continuant, cum nullâ Actione horum directio mutari possit. Velocitates verò determinantur demissis



sis ex N, ad KD & KE, perpendicularibus NI, NM; estque KI Corporis A, & KM Corporis B, Velocitas post Ictum.

Nulla datur Actio, quâ Corpora A & C, in Ictu di- 1201.  
recto, cum non sint Elastica, separari possint \*; & li- \* 931.  
cet Actione Corporis B moveatur Corpus C, eo qui-  
dem minuitur Actio Corporis A, sed non C ab A, jux-  
ta directionem KD, separatur; tunc enim C ab Actione  
ipsius A subduceret; ergo post Ictum A & C eadem  
Velocitate moventur juxta directionem KD: idcirco  
si C percurrat AN Velocitate, quam hac Lineâ ex-  
primimus, movebitur A Velocitate KI; Motus enim  
per KN, juxta directionem KD, nil continet præ-  
ter Velocitatem KI \*; & Corpus A amittet Velocita- \* 1154.  
tem DI.

Ulterius ad hoc debemus attendere, ductis Lineis  
NO, NP, parallelis KE & KD, Corpus C, Impa-  
ctu Corporum A & B, eodem Tempore juxta dire-  
ctiones KO & KP propelli, & quidem Velocitatibus  
hisce Lineis proportionalibus, si per KN, Velocitate  
KN, moveatur \*; mutatio autem Velocitatis Corporis \* 360.  
quiescentis C, ex Actione Corporis A, erit KO; er-  
go KO ad ID, si N ritè sit determinatum, ut Massa  
A ad Massam C \*; id est, ut KH ad HD; quod tan- \* 1186.  
tùm obtinet si punctum N detur in FH: productâ  
enim PN donec secet FD in Q, habemus PN ad NQ,  
ut KH ad HD; sed PN æqualis est KO, & NQ  
ipsi ID \*. Eodem modo demonstramus quæsitum pun- \* 34. EL. II.  
ctum N dari in Lineâ GL; ideoque in intersectione  
hujus Lineæ cum Lineâ FH. Quod demonstrandum  
erat.

Si



1202. Si Corpora sint Elastica, mutationes Velocitatum duplicæ sunt \* : ergò si producat, & duplicetur  $KN$ , habebimus Motum Corporis  $C$  per  $Kn$ , Velocitate  $Kn$ ; & sumtis, Ii ipsi  $ID$ , &  $Mm$  Lineæ  $ME$ , æqualibus, habebimus  $Ki$  &  $Km$  Corporum  $A$  &  $B$  Velocitates. *In hoc casu summa Virium ante & post*  
 \* 1188. *ictum sunt æquales* \*; quod etiam ex hac Velocitatum determinatione sequi, in Scholio 4. demonstrabimus.
1203. Quando Angulus  $EKG$  est obtusus, cum Corporum  $A$  &  $B$  Motus pro parte contrarii sint, & hinc referri debent, quæ in N. 1189. notata fuere.
1205. In hisce, Velocitatum Mutationes in utraque Collisione æquali Tempore fieri, posuimus; id est, Actiones ambas eodem momento cessare: hoc ita se habet si superficies Corporis  $C$  plana sit in locis, in quibus impactio datur, & Corpora  $A$  &  $B$  terminentur figuris Paraboloidæis, de quibus supra diximus \*, positis Parabolarum Parametris directè ut  $A$  ad  $B$ , & inversè ut summa  $A$  &  $C$  ad summam  $B$  &  $C$ , ut in Scholio 5. demonstramus.  
 \* 862.
1206. Si Actionum Tempora sint inæqualia, primum determinandæ sunt Velocitates singulorum Corporum, in momento in quò Actio una cessat, ut vidimus in N. 1196, detectâ quoque directione Corporis  $C$ , in hoc momento. Inquirendum tunc in secundam mutationem, ex solâ Actione superstiti oriundam. Determinatio autem momenti, in quo Actio una cessat, inter difficillima Problemata referri debet, si quosdam peculiare casus excipiamus.
1207. Difficile admodum foret demonstrata de duplici Collisione

lisione Experimentis confirmare. Experimenta circa Corpora mollia institui non possunt, quia omnia talia Corpora, quæ à nobis in his adhiberi possent, si omni Elastio destituantur, quod in Experimentis desideratur, post lctum cohærent inter se; & præterea, quod etiam in Corporibus Elasticis locum habet, nunquam an exactissimè eodem momento ambo Corpora ad tertium accesserint, nisi ex Viâ quam sequitur Corpus C, detegere possumus; quæ Via ergò Experimento determinari nequit. In eo solo casu, in quo Corpora A & B sunt æqualia, & æqualibus Velocitatibus mota, primo intuitu patet, Corpora hæc eodem momento in C impacta fuisse, si hujus Via Angulum DKE in duas partes æquales dividat: de hoc casu sequens institui potest Experimentum.

EXPERIMENTUM 3.

Seçtio horizontalis Machinæ, in N. 1168. descri- 1208.  
ptæ, hîc repræsentatur. Applicatis huic Machinæ tri- TAB.  
bus Globis Lburneis, in descriptione memoratis, si XXXIX.  
Corpora Q, Q, eodem momento demittantur ab Fig. 4. 5.  
æqualibus altitudinibus, & formetur Parallelogrammum  
*abcf*, cujus latera *ab*, *ac*, sunt directiones Corpo-  
rum Q, Q, continuatæ, & æqualia subtenfis Arcuum,  
per quos Corpora Q, Q, descendunt; Corpus P, si  
Angulus QPQ sit acutus, minori adscendit Veloci-  
tate, quàm quâ adscendendo posset percurrere Arcum,  
cujus subtensa memorati Parallelogrammi foret diag-  
nalis.

Posito autem Angulo obtuso, ad majorem adscen- 1209.  
dit altitudinem, quàm quæ Diagonali Parallelogrammi  
determinatur.

Quæ cum Explicatis in N. 1199. 1202. conveniunt:

1210. Posuimus in his omnibus, ambo Corpora, quæ in  
TAB. XLI. Corpus quiescens impinguntur, in hoc directè impingi;  
Fig. 6. 7. sed si obliquæ impactiones essent, hæ ad directas redu-  
\* 1165. cerentur, ut de duobus Corporibus demonstratum\*, &  
1171. sepositis Motibus lateralibus, mutationes ex impactionibus solis directis deducerentur, quasi hisce solis Corpora agitantur; postea Velocitates laterales iterum considerandæ forent, ut in impactionibus duorum Corporum.

1211. Si Corpus C etiam agitatum foret, Problema eodem modo solveretur, considerando Navem, in quâ Corpus hoc quiesceret, & determinando Motus in Nave; quibus datis Motus extra Navem facillè habentur.

Non magis difficile foret, directam in hisce adhibere solutionem; sed Methodos multiplicare, non magnam haberet utilitatem.

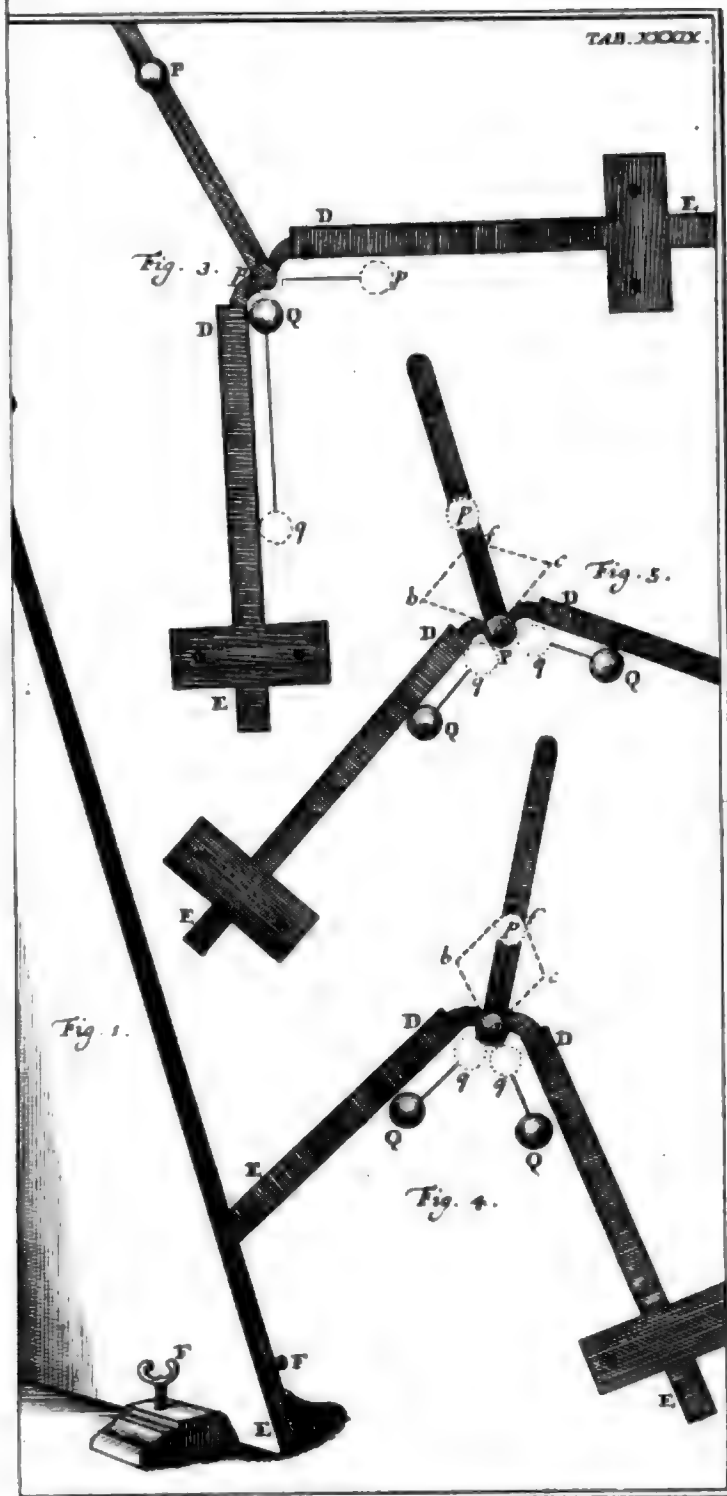


# S C H O L I U M I.

*Demonstrationes. N. 1181. 1183. 1184. 1186.*

1212. **D**Entur tria Corpora A, B, C, directè in se mutuò incurrentia; posita primi Velocitate  $a$ , secundi  $b$ , tertii  $c$ : summa Virium est  $Aaa + Bbb + Ccc$  \*. Si A & B ad eandem partem, & C in contrariam, tendant, diximus in N. 1181. summam hanc fore, datis Velocitatibus respectivis, omnium minimam, si  $Aa + Bb = Cc$ ; quod ex quiete Corporum post Ictum, in N. 1182. demonstratâ, quidem sequitur; sed directè etiam probatur, si Velocitatem quamcunque concipiamus auctam, aut imminutam, quantitate quacunque ut  $x$ , & computatio ineatur de summâ Virium.

Sit ex. gr. Corporis A Velocitas  $a + x$ ; ut serventur Velocitates respectivæ, movetur B Velocitate  $b + x$ ; & Corporis C Velocitas erit  $c - x$ . Summa Virium est  $Aaa + 2Aax + Axx + Bbb + 2Bbx + Bxx + Ccc - 2Ccx + Cxx$ , quæ excedit primam, quantitate  $Axx + Bxx + Cxx$ , sublatiis  $2Aax + 2Bbx - 2Ccx$ , quæ sese mutuò destruant; cum autem excessus detur quomodocunque





cunque Velocitates mutatas, servatis Velocitatibus respectivis, concipiamus, sequitur summam in casu memorato fuisse minimam.

Iisdem positis, Velocitas respectiva Corporum A & B est  $a-b$  \*; Corporum A & C est  $a+c$  \*; & tandem Velocitas respectiva Corporum B & C valet  $b+c$  \*. Vis amissa, datis hisce Velocitatibus respectivis, valet in omni casu summam Virium in hoc casu peculiari, in quo summa hæc est minima \*, & in quo  $Aa+Bb=Cc$ . Vim hanc amissam diximus æqualem esse. \* 1179.

$\frac{AB \times a-b + AC \times a+c + BC \times b+c}{A+B+C}$  \*. Quod ut demonstremus, proban- \* 1183.

dum, quantitatem hanc æqualem esse  $Aaa+Bbb+Ccc$ ; aut

$$AB \times a-b + AC \times a+c + BC \times b+c = Aaa+Bbb+Ccc \times A+B+C.$$

Quia  $Aa+Bb=Cc$ , etiam  $AAa+2ABab+BBbb=CCc=ACc+BCbc$ ; unde deducimus  $AAa+Bbb+CCc=2ACc+2BCbc-2ABab$ . Sed multiplicatis  $Aaa+Bbb+Ccc$  per  $A+B+C$ , habemus  $AAa+BAa+CAa+ABbb+BBbb+CBbb+ACcc+BCcc+CCc$ , & substituendo pro  $AAa+Bbb+CCc$  valorem detectum, habemus  $Aaa+Bbb+Ccc \times A+B+C = ABaa-2ABab+ABbb+ACaa+2ACac+ACcc+BCbb+2BCbc+BCcc = AB \times a-b + AC \times a+c + BC \times b+c$ . Quod demonstrandum erat.

Sint iterum tria Corpora A, B, C; Velocitas primi  $m$ ; secundi  $n$ ; & tertii  $p$ . Ut Regulam N. 1184. demonstremus, dicimus  $x$  Velocitatem Navis ibi memoratæ; & Velocitates Corporum A & B in Nave, si concipiamus hæc ipsâ Nave celerius ferri, erunt  $m-x$  &  $n-x$ ; C verò, si hoc Nave lentius moveatur, in hac in contrariam partem fertur Velocitate  $x-p$ . Cum agatur de casu, in quo post Ictum Corpora quiescunt, habemus  $Am-Ax+Bn-Bx=Cx-Cp$  \*. \* 1180.

Unde deducimus  $x = \frac{Am+Bn+Cp}{A+B+C}$ . Quod demonstrandum erat. \* 1181. 1212.

Si non omnia Corpora ad eandem partem tendant, illorum quæ in contrariam partem feruntur Velocitates sunt negativæ, & producta in Numeratore negativa. \* 1215.

Ponamus, ut in præcedentibus Demonstrationibus, Corpora A, B, & C; & concipiamus hæc ad eandem partem ferri ita, ut in Nave, quæ movetur eâ Velocitate, quâ Corpora post Ictum agitantur, Velocitates Corporum A & B, à puppi ad proram, sint  $fb$ ,  $gi$ , Corporis C Velocitas à prorâ ad puppim,  $li$ . In hoc casu Corpus solum C lentius Nave movetur, & Actione amborum aliorum acceleratur. Cum in Nave Corpora post Ictum quiescant, summa productorum A per  $fb$ , & B per  $gi$ , valet C per  $li$  \*. \* 1180.

Diviso C in duas partes D & E, ut supra \*, quæ sint inter se, ut A per  $fb$  ad B per  $gi$ ; si A agat in D, & B in E, etiam Corpora in Nave quiescunt \*; id est, considerando Motus absolutos, non attendendo ad Navem, agitatis D & E, ante Ictum, æqualibus Velocitatibus, & æqualiter accelerantur hæc \* 1181. \* 1182.

X x 2

Actio-

1216.  
TAB. XLI.  
Fig. 4.

\* 1180.  
1181. 1212.  
TAB. XLI.  
Fig. 5.

- \* 748. Actionibus Corporum A & B, quantitate nempe  $il$ ; & Vires iis communicantur, quæ sunt inter se, ut Massæ D & E \*; id est, ut producta A per  $fb$  & B per  $gi$ . Unde sequitur, in Collisione trium horum Corporum, TAB. XLI. Actiones Corporum A & B in C, dum simul accelerant Motum hujus Corporis, esse inter se, ut A per  $fb$  & B per  $gi$ ; in quâ ratione sunt etiam Fig. 4. Velocitates, quæ hisce Actionibus Corpori C communicantur \*.

Divisâ integrâ Velocitate communicatâ  $il$  in duas partes  $im$ ,  $ml$ ; quæ sint inter se, ut A per  $fb$  ad B per  $gi$ , erit  $im$  Velocitas communicata Actione Corporis A.

Multiplicando  $im$  &  $ml$  per C, quo ratio non mutatur, habemus  $im$  per C ad  $ml$  per C, ut A per  $fb$  ad B per  $gi$ ; unde deducimus  $im$  per C plus  $ml$  per C, id est, C per  $il$ , ad  $im$  per C, ut A per  $fb$  plus B per  $gi$  ad A per  $fb$ ; antecedentia autem sunt æqualia, ergo & consequentia.

Idcirco A ad C, ut  $im$ , mutatio Velocitatis Corporis C ex Actione Corporis A, ad  $fb$ , mutationem Velocitatis Corporis A: Id est, mutationes in Velocitatibus horum Corporum, oriundæ ex Actione mutuâ in Collisione, sunt inversæ ut Massæ, ut hoc notavimus in Num. 1186.

## S C H O L I U M. II.

*Investigatio Motûs memorati in N. 1194.*

- \* 1217. C Oncipiamus tria Corpora A, B, C, perfectè Elastica; sit primi Velocitas  $m$ ; secundi  $n$ ; tertii  $p$ ; tendant hæc ad eandem partem: Post Ictum, ante instauratam Figuram, Velocitas est  $\frac{Am+Bn+Cp}{A+B+C}$  \*; dicatur hæc  $v$ .

- \* 1184. 1214. Vis Ictu destructa est  $\frac{AB \times m - n^2 + AC \times m - p^2 + BC \times n - p^2}{A+B+C}$  \*. Sit hæc æqualis  $2Aff + 2Bff + 2Cff$ .

Si non omnia Corpora ad eandem partem tenderent, Velocitas post Ictum, & Vis destructa, iisdem Regulis determinari possent.

Sepositis Elasteriis, post Ictum Corpora in Nave, Velocitate  $v$  motâ, quiescerent; solis ergo Elasteriis in hac post Ictum moventur, & iisdem Velocitatibus in Nave moventur, quibus iisdem Elasteriis Corpora, si revera quiescerent, agerentur; determinatis ergo Motibus in hoc ultimo casu, habebimus Motus in Nave, unde Motus absoluti facillè deducuntur.

- \* 1218. Ponimus igitur Corpora quiescentia A, B, C, & inter hæc Elasteria flexa, Viribus, quibus in Ictu partes fuere compressæ, quæ valent  $2Aff + 2Bff + 2Cff$ . Cum agatur de casu, in quo inter A & B, & inter B & C, partes æqualiter inflectuntur, Vis, quâ Elasterium utrumque comprimitur, est  $Aff + Bff + Cff$ ; talemque Vim Elasterium, dum sese expandit, Corporibus communicat \*.

- \* 1087. Elasterium, inter A & B sese expandens, Corpori A communicat Vim \* 1089.  $Bff + Cff$ , & in Corpus B Actionem exercit, quæ valet Vim  $Aff$  \*. Eodem modo



modo Elastrium aliud Corpori C communicat Vim  $Aff + Bff$ , & in B exerit Actionem quæ valet Vim  $Cff$  \*. \* 1089.

Corpus B premitur ergò duabus Actionibus in partes oppositas; si A superet C, magis hoc Corpus versùs premitur Corpus B, Actione quæ valet differentiam Actionum  $Aff$  &  $Cff$ ; de cætero Actiones in utramque partem sunt æquales inter se, & valent  $Cff$ .

Dum Elastria Actionibus æqualibus in se mutuò premunt, utrumque agit quasi Obstaculo immobili insisteret; & integram suam Vim in partem oppositam exerit \*; id est, Elastria agunt in Corpora A & C ita, ut singulis, præter memoratas Vires, communicent Vim  $Cff$ ; quare Vis Corpori A communicata valet  $Bff + 2Cff$ , & C movetur Vi  $Aff + Bff + Cff$ , dum B ad partem C pellitur Actione quæ valet  $Aff - Cff$ . \* 1089.

Sed B non potest moveri, quin eadem Velocitate propellatur Elastrium inter B & C; & ab Elastrio, ita agitato, accipit Corpus C Vim statim memoratam; eodem modo ac in Nave, in quâ Elastrium Obstaculo, quod cedere non posset, insisteret, Actione Elastrii moveretur; id est, Velocitas, quâ Corpus C à B recedit, aut B celerius movetur, illa est, quæ competit

Impressioni statim memoratæ; quæ Velocitas est  $f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$  \*. Si Corporis \* 757.

B Velocitas dicatur  $x$ , erit  $x + f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$  Velocitas Corporis C. Summa

Virium Corporum A & B, est  $Aff + Bff + Cff$  & præterea  $Aff - Cff$ , id est, valet summa hæc  $2Aff + Bff$ ; Unde deducimus  $Bxx + Cxx + 2fx\sqrt{AC + BC + CC} + Aff + Bff + Cff = 2Aff + Bff$  \*; aut

$$xx + \frac{2fx\sqrt{AC + BC + CC}}{B + C} = \frac{Aff - Cff}{B + C}; \&$$

$$x = \frac{f\sqrt{AB + 2AC} - f\sqrt{AC + BC + CC}}{B + C}; \text{ additâ Velocitate } f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}},$$

quâ C recedit à B, habemus ipsius C Velocitatem.

$$\frac{fC\sqrt{AB + 2AC} + fB\sqrt{AC + BC + CC}}{BC + CC}.$$

Corporis autem A Velocitas, ex ipsius Vi ante determinata, detegitur; estque Velocitas hæc  $\frac{f\sqrt{AB + 2AC}}{A}$ .

Velocitates hæc ex Velocitate  $v$  sunt subtrahendæ, aut ipsi sunt addendæ, 1219. prout cum Motu Navis conspirant, aut contrariè agunt.

Si in primo Motu A celerius B feratur, id est,  $m$  superet  $n$ , Velocitas Corporis A, post Ictum, erit  $v - \frac{f\sqrt{AB + 2AC}}{A}$ ; reliquæ Velocitates detectæ Corporum B & C ipsi  $v$  addendæ sunt.

In Scholio 2. Capituli sequentis demonstrabimus summam Virium post Ictum æqualem esse  $Am + Bn + Cpp$ ; quod cum ante demonstratis congruit \*. \* 1085.

## S C H O L I U M III.

*Demonstratio N. 1197.*

1229. **P**ositis quæ in N. 1196. 1197. fuere explicata, cum de Corporibus agatur Cylindricè terminatis, clarum est, singula Corpora, quæ simul in TAB. C agunt, hujus Velocitatem mutare, ut si sola agerent; nam mutatio XLII. eadem est, quomodocunque moveatur C \*. Mutationes Velocitatum Corporis C, ex Actionibus Corporum A, & B, B, sunt inter se ut GH, ad Fig. 2. HI \*: ita ut GI exprimat integram Velocitatem quam C, certo Tempore, acquisivit. Mutatio Velocitatis Corporis ex Actione Corporis A, ad \* 1034. mutationem Velocitatis Corporis A, eodem Tempore, ut GH ad ON \*: & mutatio Velocitatis Corporis C, ex Actionibus Corporum B, B, ad \* 1036. mutationem Velocitatis horum Corporum, eodem Tempore, ut HI ad ML. Ergo eo momento quo Corporis C Velocitas est GI, reliquorum Corporum diminutiones Velocitatum sunt ON, ML; & Corporis A Velocitas est GN; Corporum B, B, Velocitas est GL. Mutationes hæ Velocitatum constantem inter se rationem servant; ergo Lineæ DI, EN, FL, secundo Lineam quamcumque parallelam ipsi ED, determinabunt Corporum singulorum Velocitates eodem momento. Unde patet Corporum C, & B, B, Velocitates ad æqualitatem reduci, ubi C acquisivit Velocitatem PQ; tumque inter hæ Corpora omnem Actionem cessare. Corporis autem A, hoc ipso momento, Velocitas est PR, & Actio hujus in C continuatur, cujus Velocitas nunc tantum augetur Actione ipsius A; hac de causâ QS, parallela DH, augmentum hoc Velocitatis indicat, & ubi Velocitas hæc est VS, eadem Velocitate etiam movetur A, & nulla Corporum Actio ulterius datur; Motuque communi C, & A, separata à B, B, in Motu perseverant.

## S C H O L I U M IV.

*Demonstratio N. 1203.*

1221. **D**iximus summam Virium post Ictum, æqualem esse summæ Virium, TAB. XLI. ante Ictum, in Collisione in N. 1203. explicatâ: Positâ igitur Velocitatum determinatione ibi traditâ, demonstrandum Corpus C tantum Virium acquirere, quantum amittunt A & B.

Quadratum Lineæ KN æquale est Quadratis Linearum KO & ON, aut \* 12. El. II. KP, & bis Rectangulo IOK \*: etiam æquale est idem Quadratum Quadratis \* 11. El. II. KO & KP & bis Rectangulo MPK \*: unde sequitur æqualia esse Rectangula hæc; & Quadratum KN valere Quadratum KO, & Rectangulum IOK, ut & Quadratum KP cum Rectangulo MPK; ergo Quadratum KN æquale est Rectangulis IKO & MKP; & Quadratum KN, duplæ ipsius KN, quod Quadruplum est Quadrati KN, valebit quater summam Rectangulorum IKO & MKP. Multiplicatis his per C, habemus Vim \* 757. Corporis C, Ictu acquisitam, æqualem  $4C \times KO \times KI + 4C \times KP \times KM$  \*. Vis,

Vis, quam Ictu amisit Corpus A; habetur multiplicando A per differentiam Quadratorum KD, Ki, Velocitatum ante & post Ictum \*: Differentia autem hæc, propter æquales DI, Ii, valet quater Rectangulum KID \*: & Vis amissa est  $4A \times ID \times KI$ : Sed in N. 1201. vidimus A, C :: KO, ID; ergo  $A \times ID = C \times KO$ , & Vis quam amittit A est  $4C \times KO \times KI$ .

Eodem modo demonstramus, Vim quam amittit B, æqualem esse  $4C \times KP \times KM$ ; ideoque summam Virium amissarum valere Vim, quam C acquisivit.

Q. D. E.

Vix differt demonstratio, quando agitur de casu Fig. 7.

### S C H O L I U M V.

*Demonstratio N. 1205.*

IN N. 1205. casum indicavimus, in quo, datâ duplici Collisione, amba æqualiter durant.

Agitur de Corporibus, quæ terminantur figuris, revolutione Parabolarum, effectis; in quibus Tempus Actionis à Velocitate non pendet \*: quare singulas Collisiones separatim considerare possumus; cum mutatio Velocitatis ex unâ Actione non possit mutare durationem alius, quæ à Velocitate non pendet.

Collisio datur inter Corpora A & C; ut & inter B & C. Sit a Parameter Parabolæ, quæ determinavit Figuram Corporis A; b Parameter Figuræ Corporis B. Si Corpora in obstacula plana, & fixa, incurrerent, Tempora forent  $\frac{A}{a}$ , &  $\frac{B}{b}$  \*: sed, propter Collisionem, nunc sunt  $\frac{AC}{aA+aC}$ , &  $\frac{BC}{bB+bC}$  \*.

In Casu in quo Tempora hæc sunt æqualia, est a, b ::  $\frac{A}{A+C}$ ,  $\frac{B}{B+C}$ .

Q. D. E.



## C A P U T X.

### *De Motu Centri Gravitatis.*

Sint A, & B, Centra Gravitatis duorum Corporum; si ad C, Centrum Gravitatis commune, accedant ambo; Velocitatibus, quæ sunt inter se ut distantia suæ ab hoc Centro; nempe ut AC ad BC, id est, inversè ut Massæ ipsorum Corporum \*, quiescit in hoc Motu Centrum

Grav-

TAB. XLI.  
Fig. 8.  
1223.

\* 191. 199.

*Gravitatis* ; nam dum , eodem Tempore , percurrunt  $Aa$  ,  $Bb$  , quæ sunt ut  $AC$  ,  $BC$  , restant  $aC$  ,  $bC$  , in eâdem ratione inversâ Massarum ; quare , & in hoc  
 \* 192. situ ,  $C$  est commune Gravitatis Centrum \* , quod in Motu hoc non fuit translatum.

1224. Eadem demonstratio potest applicari ad Motum *Corporum à commune Gravitatis Centro recedentium* , *Velocitatibus* , quæ sunt inversè ut *Massæ* ; in quo casu ergo etiam Centrum hoc quiescit.

1225. Si juxta directiones diversas , & non per Centrum Gravitatis transeuntes , Corpora moveantur ; talibus poterunt transferri Velocitatibus , ut augmenta , aut diminutiones , distantiarum à Centro Gravitatis sint in ratione inversâ Massarum , in quo casu quoque quiescet Centrum Gravitatis.

1226. *Si plura dentur Corpora* , ut  $A$  ,  $B$  ,  $D$  , & hæc in eâdem lineâ mota , accedant omnia ad  $C$  commune Gravitatis Centrum , aut recedant ab hoc , Velocitatibus , quæ in singulis Corporibus sunt ut distantie ab hoc Centro , quiescit etiam hoc ipsum. Nam , cum in situ  $A$  ,  $B$  ,  $D$  , summa Productorum Massarum per distantias à  $C$  , ad unam partem hujus Puncti , æqualis sit simili summæ ad  
 TAB. XLI. Fig. 9. \* 199. 203. aliam partem \* , & hoc locum habebit mutatis omnibus distantis , ut hic fit , in eâdem ratione ; quare  
 \* 199.  $C$  manet Centrum commune Gravitatis \* ; quod ergo quiescit.

In hoc casu , multiplicatis singulis Massis per suas Velocitates , summa Productorum , ab unâ parte Centri Gravitatis , æqualis est simili summæ ad aliam partem ; ponimus  
 1227. enim Velocitates ut distantias à Centro hoc. Quæ Productorum æqualitas , ut § indicata ratio inter Velocitates ,

*ex Quiete Centri Gravitatis*, si hanc dari ponamus, eodem modo *deducitur*.

Ex hisce sequitur, in Nave, Velocitate quacunque, uniformiter, motu rectilineo, translata, Corpora duo, per Lineas quascunque rectas, uniformiter ita posse moveri, ut horum commune Centrum Gravitatis in hac ipsa Nave quiescat: & in hoc casu, si Corporis 1228. unius, servata directione, mutetur Velocitas, non in Nave Centrum commune Gravitatis duorum Corporum quiescet: si vero per momentum Temporis quiescat hoc, manentibus Velocitatibus, & directionibus Corporum, Centrum Gravitatis in quiete perseverabit; quia uniformiter ab ipso hoc Centro recedunt, aut ad hoc accedunt, Corpora in Lineis, quæ situm servant respectu ejusdem Centri.

Tunc autem extra Navem habemus duo Corpora, 1229. in Lineis rectis uniformiter mota, quorum Centrum Gravitatis commune quoque uniformiter progreditur in Lineam rectam.

Relictis nunc his, ponamus duo alia Corpora quæ 1230. cumque, utcumque uniformiter, in lineis rectis, ad libitum dispositis, mota, patet commune Centrum Gravitatis quoque uniformiter progredi, si moveatur. Concipiamus enim Navem, quæ per momentum Temporis, quantumvis exiguum, cum ipso Centro hocce moveatur, in hac Centrum quiescet, per hoc momentum; & in quiete continuabit, si Navis uniformiter, servata directione, in motu perseveret\*; id est, cum \* 1231. Nave Centrum progredietur.

Si tertium Corpus concipiamus, quod etiam uniformiter, juxta directionem quamcunque, moveatur,

- commune trium Corporum Centrum Gravitatis movebitur, quasi duo prima in horum commune Gravitatis
- \* 212. Centro darentur \*, & cum hoc Centro progredierentur; ita ut Centrum Gravitatis trium Corporum moveatur eodem modo, ac si de duobus ageretur, id est, uniformiter \* : cum verò demonstratio hæc ad quatuor, &
1232. plura Corpora, possit referri, sequitur *Corporum quorumcumque, per Lineas rectas utcumque uniformiter motorum, Centrum Gravitatis, aut quiescere, aut uniformiter per Lineam rectam progredi.*
1233. In Collisione Corporum, Motus respectivos, à Motibus absolutis distingui, in variis occasionibus jam notavimus; his nunc ulterius addendum, Corporum ipsorum Motus absolutos cum Motu absoluto omnium Corporum, simul consideratorum, non debere confundi.

## DEFINITIO.

1234. *Motum absolutum Corporum quorumcumque, simul consideratorum, vocamus Motum Centri Gravitatis communis.*  
In singulis Corporibus Motum determinamus ex Motu Centri Gravitatis, & hoc ad plura simul considerata applicari posse clarum est.
1235. Circa Motum hunc Centri Gravitatis observamus, quod in Scholio sequenti i. demonstramus: *summam Virium Corporum quorumcumque, equalem esse summa Vis, quam haberent omnia Corpora simul agitata eâ Velocitate, quâ fertur commune Gravitatis Centrum, & omnium Virium, quibus Corpora respectu Centri hujus moventur.* Id est, si summa Massarum per Quadratum Velocitatis Centri Gravitatis multiplicetur, & singulæ Massæ multiplicentur per Quadrata Velocitatum, quibus, respectu Gra-
1236. vitatis Centri, moventur, aut quibus *in Nave, in quâ*



*quâ Centrum Gravitatis quiesceret, agitata forent, summa omnium Productorum æqualis erit summæ Productorum singularum Massarum ductarum in Quadrata Velocitarum suarum. Idcirco si, mutatis Motibus, summa Virium in hac Nave non mutetur, neque mutabitur summa Virium absolutarum.*

Quædam alia quoque de hoc ipso Motu Centri communis Gravitatis demonstrabimus.

Dentur Corpora duo quæcumque mota, quorum Centrum Gravitatis, aut quiescit, aut uniformiter progreditur; manifestum est in singulis momentis, Lineam, quæ transit per singulorum Centra Gravitatis, etiam transire per commune Gravitatis Centrum; & dictorum Centrorum distantias, ab hoc ultimo, esse in ratione inversâ Massarum Corporum \*. 1237.

In hoc quoque casu, si Corporum mutantur Motus, & mutationes sint in eadem directione, sed oppositæ, & sint in hac directione Velocitatum mutationes in ratione inversâ Massarum, eo Motus Centri Gravitatis non mutabitur. \* 192. 203. 1238.

Sint Corpora in H & I; commune Gravitatis Centrum G; moveantur hæc, primum per HD, secundum, eodem Tempore, per IE; communis Gravitatis Centri via erit GF. Concipiamus nunc mutari Motus in ipsis punctis D, & E; mutationesque fieri per D d, E e, quas parallelas concipimus, & in ratione inversâ Massarum; & illas ipsas indicare Spatia, quæ, novis his impressionibus, potuissent à Corporibus percurri, eo Tempore, quo primis Motibus DB, EA, percurrissent. Corporum Motus nunc sunt per Db, & Ea\*; \* 360. sed via Centri Gravitatis est eadem. Ductâ enim AB, transit hæc per Centrum Gravitatis C, posito

Y y 2

hujus

TAB. XL.  
Fig. 5.



\* 1233. hujus Motu non mutato \*; hunc autem Motum non fuisse mutatum constabit, ubi demonstratum erit idem hoc Punctum C, esse Centrum commune Gravitatis Corporum, positis his in  $b$  &  $a$ .

Ductis  $Ca$ ,  $Cb$ , in Triangulis  $ACa$ , &  $BCb$ ,  
 \* 19. El. I. habemus angulos  $CAa$ ,  $CBb$ , æquales \*; & latera proportionalia  $AC$ ,  $BC$ ::  $Aa$ ,  $Bb$ ; quia utraque ratio est inversa Massarum. Alternando  $AC$ ,  $Aa$ ::  $BC$ ,  
 \* 6. El. VI.  $Bb$ ; & Triangula sunt similia \*; ergo Anguli  $ACa$ , &  $BCb$ , æquales; &  $aC$ ,  $Cb$ , unicam efficiunt Lineam rectam \*.  
 \* 15. El. I. Sunt quoque inter se  $AC$ ,  $aC$ , ut  
 \* 4. El. VI.  $BC$ ,  $bC$ , \*; ideoque ut  $AC$ ,  $CB$ , ita  $aC$ ,  $Cb$ ; quæ ergo sunt in ratione inversâ Massarum; & est C quoque Centrum Gravitatis Corporum, ubi ad  $a$  &  $b$  pervenire. Quod demonstrandum supererat.

1239. Si plura dentur Corpora, horum omnium non mutatur commune Gravitatis Centrum, quamvis duo Corpora situm mutant, si modò horum duorum commune

\* 212. Gravitatis Centrum maneat \*. Ergo Motus Centri Gravitatis plurimorum Corporum, uniformiter agitatorum, non turbatur, mutatis motibus duorum quorumcunque

\* 1238. ex his, juxta conditiones supra memoratas \*; neque repetitis ad libitum talibus mutationibus. Omnes autem Actiones Corporum mutuz, sunt in eadem Li-

\* 361. neâ, & oppositæ \*, sunt quoque Velocitatum mutationes, inde oriundæ, in ratione inversâ Massarum \*; ergo

\* 967. 1186. *nunquam ex mutuis Corporum Actionibus communis Centri Gravitatis Motus turbari potest.*

1240. Constat ergo *Motum absolutum plurimorum Corporum, simul consideratorum, in Collisione quacumque, non mutari;*

1242. ideoque *Centrum Gravitatis commune variorum Corporum*

in

- in eâdem Lineâ, eâdem Velocitate, ante & post lctum, moveri. Quod in singulis Collisionibus ante explicatis, ex iis quæ de his exposuimus, quoque deduci potest.

Hoc nunc demonſtrabo, ut eo magis illuſtrentur quæ ad hanc materiam pertinent.

*Corporum duorum, aut trium, in ſe mutuò directè incur-* 1243.  
*rentium ita, ut poſt lctum, ſi non ſint Elastica, quieſcant,*  
*ante lctum quieſcit Centrum Gravitatis \*. In hoc eodem* 1244.  
*Concurſu, etiam poſt lctum quieſcit Centrum hoc, ſi Corpora* \* 962. 1227.  
*ſint Elastica \*.* 1180. 1181.  
1226.  
\* 1100.

*Si Corpora duo, aut tria, directè in ſe mutuò incurrant,*  
*& Navis concipiatur ita agitata, ut Corpora, poſitis*  
*his non Elasticis, in hac poſt lctum quieſcant, in hac* 1245.  
*ipſâ ante lctum quieſcit Centrum Gravitatis \*: & in* \* 1243.  
*tali Conſlictu poſt lctum etiam quieſcit idem hoc Cen-*  
*trum, ſi Corpora ſint Elastica \*. Unde ſequitur Na-* \* 1244.  
*vem hanc moveri, eâ Velocitate, quâ ante, & poſt*  
*lctum, commune Corporum Gravitatis Centrum fer-*  
*tur, cujus ergo Centri Motus non mutatur.*

Eodem modo, in caſu explicato in N. 1196. & 1246.  
1197., concipere debemus Navem, eâdem Velocitate TAB.  
translatam cum Centro Gravitatis commune omnium XLII.  
Corporum. In hac Nave omnia Corpora ad hoc Cen- Fig. 1.2.  
trum Gravitatis tendunt Velocitatibus, quæ ſunt ut  
distantiæ ab hoc Centro\*; & productum Corporis C, per \* 1227.  
ſuam Velocitatem in Nave, valet producta aliorum Cor-  
porum, etiam multiplicatorum per Velocitates, quas in  
Nave habent \*. In hac ipſâ Nave, durante Percuſſio- \* 1227.  
ne, minuuntur Corporum omnium Velocitates, dum C  
amittit GI, A amittit ON, & Corporum B, B, Velocitas  
minuitur quantitate ML. Sed productum C per GI valet  
producta A per GN, & B, B, per ML; diminutiones ergo

- sunt ut primæ Velocitates, & Velocitates superstites  
 \* 19. El. V. in eadem ratione \*; & in quiete perseverat Centrum  
 Gravitatis, quamdiu mutux durant trium Corporum  
 \* 1226. Actiones \*. Cessante unà ex his, duo Corpora in se  
 mutuò tantum agunt, quorum Centri Gravitatis non  
 \* 1245. mutatur Motus \*; quare trium Corporum Centri Gra-  
 vitatis quies in Nave non turbatur.  
 1247. Propositionem, de quâ agitur, quoque locum ha-  
 bere in Motibus memoratis in N<sup>o</sup>. 1194. 1199. 1202.  
 demonstrabimus in Scholio sequenti secundo.  
 1248. *In Concurſu obliquo duorum Corporum* duos considera-  
 vimus Motus, unum quo directè in se mutuò incurrunt,  
 \* 1171. alterum lateralem \*, qui in Impactu non mutatur;  
 quare neque mutatur Centri Gravitatis Motus latera-  
 lis; sed neque juxta aliam directionem Centri Gra-  
 vitatis Motus mutari potest, quia Impactu directo non  
 \* 1245. mutatur \*. Idcirco nullo respectu Motus hic variat, &  
*Velocitatem directionemque suam servat commune Cor-  
 porum Gravitatis Centrum.*



## S C H O L I U M I.

*Demonstratio N. 1235.*

1249. **Q**uamdiu Corpora moventur in eadem Lineâ, Propositio, in N. 1235,  
 memorata, simplici algebraicâ computatione patet.  
 Sint Corpora A, B, C; primi Velocitas  $m$ ; secundi  $n$ ; tertii  $p$ ; Centri  
 Gravitatis Velocitas  $d$ . Tendunt Corpora ad eandem partem; & sint  $m$  &  $n$  ma-  
 jores ipsâ  $d$ ;  $p$  verò minor: Ergo Velocitates, quibus Corpora ad Centrum Gra-  
 vitatis tendunt, sunt  $m-d$ ,  $n-d$ ,  $d-p$ ; &  $A \times m-d + B \times n-d = C \times d-p$ ;  
 quare  $2 A m d - 2 A d d + 2 B n d - 2 B d d = 2 C d d - 2 C d p$ , multiplicando  
 integram æquationem per  $2d$ . Demonstrandum autem  $A m m + B n n + C p p =$   
 $A + B + C \times d d + A \times m - d^2 + B \times n - d^2 + C \times d - p^2$ . Ultima hæc quantitas  
 sic

sic potest exprimi  $Amm - 2Amd + 2Add + Bnn - 2Bnd + 2Bdd + Cpp - 2Cpd + 2Cdd$ . Sed  $-2Amd + 2Add - 2Bnd + 2Bdd$  &  $-2Cpd + 2Cdd$  se se mutuò destruant, & quantitas hæc tantum valet  $Amm + Bnn + Cpp$ . Quod demonstrandum erat.

Sint iterum tria Corpora A, B, C, quorum tantum Gravitatis Centra consideramus; sit commune Gravitatis Centrum D; ponamus Corpora ita moveri per AE, BE, CE, Velocitatibus, hisce Lineis proportionalibus, ut in unum punctum concurrant. Directio & Celeritas Centri Gravitatis D est DE. Velocitates, quibus Corpora ad Centrum commune Gravitatis tendunt, sunt AD, BD, CD; hæc enim essent Corporum Velocitates in Nave, in quâ Centrum Gravitatis quiesceret. Idcirco demonstrandum  $A \times AE^2 + B \times BE^2 + C \times CE^2 = A + B + C \times DE^2 + A \times AD^2 + B \times BD^2 + C \times CD^2$ .

Ad DE ducantur perpendiculares AF, BG, CH, LDL. Distantiæ Corporum A, B, C à Lineâ LDL sunt FD, GD, HD; ergo, quia D est Centrum commune Gravitatis,  $A \times FD + B \times GD = C \times HD^*$ ; unde patet Deorum Corporum esse commune Gravitatis Centrum, positis his in F, G & H\*. Si in hoc situ concipiamus Corpora moveri, A Velocitate FE, B Velocitate GE, & tandem C Velocitate HE; Centri Gravitatis Velocitas erit DE; Ergo  $A \times FE^2 + B \times GE^2 + C \times HE^2 = A + B + C \times DE^2 + A \times FD^2 + B \times GD^2 + C \times HD^2$ ; addendo utrimque  $A \times AF^2 + B \times BG^2 + C \times CH^2$ , & substituendo Triangulorum rectangulorum AFD, BGD, CHD, AFE, BGE, CHE, Quadrata Hypotenusarum pro Quadratis laterum\*, habebimus propositum.

Demonstratio similis esset, si ex uno puncto exirent Corpora.

Ponamus tandem Corpora utcumque moveri; A per Aa, B per Bb, D per Dd; hæcque, eodem Tempore, percurrere hæc Lineas, dum Centrum Gravitatis percurrit Cc: demonstrabimus & in hoc casu Propositionem locum habere.

Ex C, Centro Gravitatis Corporum in A, B, & D, positorum, concipio Lineas ductas, CE parallelam & æqualem Bb; CF parallelam & æqualem Aa; tandem CG parallelam & æqualem Dd. Si Corpora agitata forent, A per CF, B per CE, & D per CG, eodem modo hæc recederent a Lineis, ad libitum ductis, HI & IL, aut ad has accederent, quàm in motibus per Aa, Bb, & Dd: Ergo, in utroque casu, eodem modo mutantur communis Centri Gravitatis distantia ab hisce Lineis\*. Idcirco, cum in primo casu Centrum hoc translatum sit à C in e, & in secundo casu eodem modo erit translatum; & e quoque est Centrum Gravitatis commune Corporum positorum in F, E, G.

Propositio, de quâ agitur, Corporibus his applicari poterit, si Motus dentur per CF, CE, CG\*; ideo quoque his applicari poterit dum moventur per Aa, Bb, Dd; nam, in utroque casu, iidem sunt ipsi Motus Corporum, eadem translatio Centri Gravitatis, & iidem Motus respectu Centri Gravitatis; propter parallelas & æquales vias Corporum in utroque casu.

## Demonstrationes N. 1247.

1252. **D**iximus \* in casu N. 1194., quem in N. 1217. peculiarius explicavimus, etiam Motum Centri Gravitatis non mutari; quod ut demonstretur, probandum Corpora ita à se invicem separari, ut, consideratis solis Motibus, quibus separantur, quiescat Centrum Gravitatis; tunc enim, si concipiamus Corpora separari in Nave, eâ Velocitate motâ, quâ Corpora conjunctim ante separationem moventur, commune Gravitatis Centrum in Motu perseverabit, eâ Velocitate, quâ Navis fertur.

1253. Positis quæ in N. 1218. fuere explicata, demonstrandum A multiplicatum per Velocitatem ibi determinatam, quod productum est  $f\sqrt{AB+2AC}$ , valere summam productorum Corporum B & C, singulorum multiplicatorum per Velocitates ibi detectas. Producta hæc sunt

$$\frac{fB\sqrt{AB+2AC}}{B+C} - \frac{fB\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C} \text{ \& }$$

$$\frac{fC\sqrt{AB+2AC}}{B+C} + \frac{fB\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C} \text{ quorum summa est}$$

$$\frac{fB\sqrt{AB+2AC} + fC\sqrt{AB+2AC}}{B+C}, \text{ id est, } f\sqrt{AB+2AC}. \text{ Quod demonstrandum erat.}$$

1254. Hisce demonstratis facile patet, quod in fine N. 1219. indicavimus, summam Virium, ante & post Ictum, in Motu in N. 1217. & seq. memorato, esse eandem. Vires, quibus partes Elasticas inflexas posuimus, sunt Vires,

\* 1213. quibus ad Centrum commune Gravitatis accessere Corpora\*; servatâ eâdem Virium summâ à se invicem, uti ex computatione ipsâ sequitur, fuere separata: id est, illa ipsa fuit summa Virium quibus à Centro Gravitatis recessere, cum hujus Centri Velocitas Ictu non fuerit mutata\*: unde sequitur, summam Virium absolutarum etiam eandem esse ante & post Ictum\*.

1255. In N. 1247. diximus, etiam Centrum commune Gravitatis Corporum, in Collisionibus compositis in N. 1199. 1202. memoratis, eâdem Directiōne & Velocitate, Motum post Corporum Concursum continuare.

TAB. XLI. Si concipiamus Corpora A & B ultra K, eâdem Velocitate, quâ ante Fig. 6. 7. Ictum movebantur, Motum continuare, quiescente eodem modo Corpore C, neque directio neque Velocitas Centri Gravitatis communis mutata erit\*. Constat ergo propositum, si demonstremus, in eodem puncto versari Centrum Gravitatis, positis Corporibus, C in K, A in D, & B in E; aut positis his, C in N, A in I, & B in M; aut tandem positis, C in n, A in i, & B in m. Patebit autem, in hisce tribus occasionibus, idem esse Gravitatis Centrum, si demonstremus hujus distantias à Lineis {KF & KG non mutari.

Respectu Lineæ utriusque demonstratio eadem est, quare de KF tantum agam.

Di-



•  
•





Distantiâ puncti N ab hac Lineâ est NM; puncti  $\pi$  est  $2NM$ ; puncto-  
rum D, I, & i, distantia ab eadem KF deteguntur hisce proportionibus,

$$PN, NM :: \begin{cases} KD, \frac{NM \times KD}{PN} \\ KI, \frac{NM \times KI}{PN} \\ Ki, \frac{NM \times Ki}{PN} \end{cases}$$

Quibus detectis, distantia Centri Gravitatis communis Corporum, à memo-  
ratâ Lineâ KF, in tribus memoratis Corporum dispositionibus, deteguntur  
 $\frac{NM \times KD \times A}{PN \times A + B + C} + \frac{NM \times C}{A + B + C} + \frac{NM \times KI \times A}{PN \times A + B + C}$ , &  $\frac{2NM \times C}{A + B + C} + \frac{NM \times Ki \times A}{PN \times A + B + C}$ ;  
quas æquales demonstramus.

Ex constructione sequitur  $PN, NQ :: A, C$ ; ergo  $PN \times C = NQ \times A$ .  
Sed NQ æqualis est ID, & valet  $KD - KI$ ; ergo  $PN \times C = KD \times A - KI \times A$ ; &  $PN \times C + KI \times A = KD \times A$ .

Eodem modo  $2NQ$  valet  $2ID$ , id est,  $2ID$ , & æqualis est  $KD - Ki$ ;  
unde deducimus  $2PN \times C + Ki \times A = KD \times A$ .

Multiplicatis hisce tribus quantitatibus æqualibus  $KD \times A$ ,  $PN \times C + KI \times A$ , &  $2PN \times C + Ki \times A$ , per NM, & divis productis per  $PN \times A + B + C$ , habebimus quotientes æquales, à distantis detectis non diversos, Q. D. E.

### S C H O L I U M III.

*Investigatio Motuum post Concursum in N. 1004. memoratum.*

SI demonstratam in hoc Capite propositionem \*, ante, & post mutua  
Corporum Actionem, Centrum Gravitatis eadem Velocitate ferri, ap-  
plicemus ad Actionem in N. 1004. memoratam, Corporum post Concur-  
sum Velocitates determinare possumus.

Tria Corpora, post Ictum, juxta directionem primi Motus, feruntur  
Velocitate, quâ ante Ictum Centrum Gravitatis fertur \*; nam nulla datur  
Actio, quâ directè separari possint; Velocitas hæc detegitur Regulâ in N.  
992. traditâ. Itaque moventur ut Corpora mollia post Impactionem dire-  
ctam; sed, quæ in hac Corporum mollium Impactione destruitur, Corpora  
impacta Vim servant, in casu quem examinamus; & hac idcirco lateraliter  
feruntur \*: hæc Vis datur \*; quare lateralis Velocitas, quæ nempe cum  
primâ directione angulum efficit rectum, detegi potest: ideoque directio-  
nes & Velocitates absolutas, quibus Corpora impacta post Ictum moventur,  
facile determinamus.

Dicatur Q massa Corporis quiescentis; sint aliorum massæ P, P; & ho-  
rum Velocitas  $v$ .

TAB.  
XXXV.  
Fig. 1.

Zz

Post

- \* 991. Post Ictum Corpus  $Q$  movetur Velocitate  $\frac{2Pv}{2P+Q}$  \*; eadem Velocitate, juxta eandem directionem, feruntur Corpora  $P, P$ ; sed hæc præterea
- \* 985. 1010. lateraliter feruntur Viribus quæ valent  $\frac{2PQvv}{2P+Q}$  \*; quare utriusque lateralis
- \* 757. Velocitas est  $\frac{v\sqrt{Q}}{\sqrt{2P+Q}}$  \*, & Velocitas absoluta  $\frac{v\sqrt{4PP+2PQ+QQ}}{2P+Q}$  \*.
- \* 1151. Exemp. Sit  $Q=6$ ;  $2P=10$ ;  $v=8$ ; tunc Velocitas ipsius  $Q$  post Impactionem erit 5; Corporum  $P$  erit 7.

~~~~~~~~~

C A P U T XI.

De trium Corporum Collisione triplici.

1257. **C**orpora in Motibus obliquis concurrere posse, sine ullâ mutua Actione, ex iis, quæ supra de Collisione obliquâ duorum Corporum explicavimus *, deducitur facile. In hunc casum semper incidimus, quando, reductis
- * 1170. Motibus ambobus, Methodo ibi explicatâ *, ad eandem Lineam, transeuntem per amborum Centra Gravitatis in situ concursus, consequens Motus non antecedentem Velocitate superat.
1258. Agimus nunc de tribus Impactionibus; si ergo dentur Corpora tria concurrentia ita, ut tres dentur Concursus, ante omnia separatim hi sunt examinandi, juxta hanc ipsam Regulam *, ut constet, ubique Impactionem dari. Si enim tres non darentur, referenda esset Collisione ad unam, aut alteram, ex ante explicatis *.
- * 1210. 1211. Sint tria Corpora A, B, D ; horum commune Gravitatis Centrum C ; sint hæc mota per Aa, Bb, Dd , Velocitatibus, hisce Lineis proportionalibus, ita ut Concursus detur in a, b, d . Examinatis separatim solis Motibus Corporum $A \& B$; deinde solis Motibus Corporum $B \& C$; ut & solis Motibus Corporum $A \& C$; detegimus tres dari Collisiones, quas ponimus æqualiter durare.

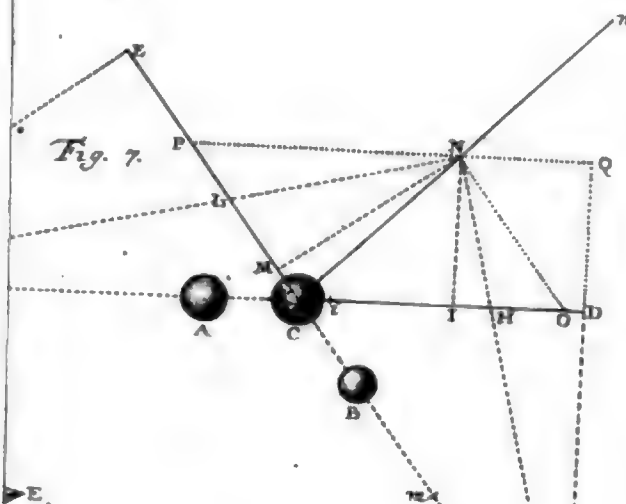
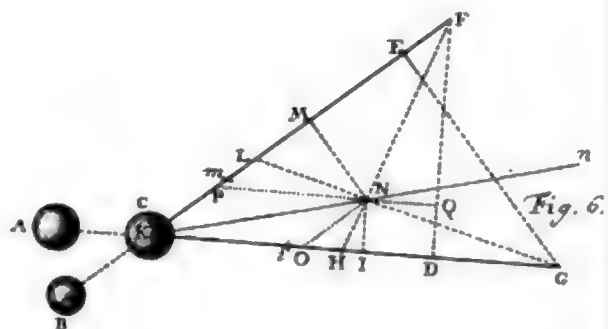
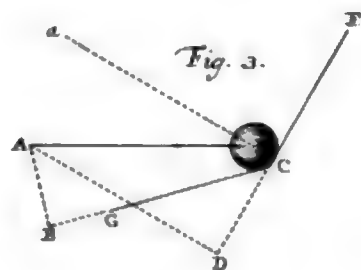
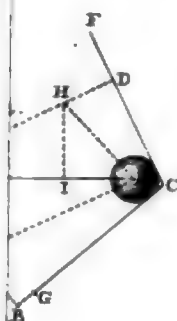
1259.

TAB.

XLII.

Fig. 4.

Ur.



Ut nunc Motus post Impactum determinemus, quæ- 1260.
rimus commune Centrum Gravitatis *, ubi Corpora * 222.
sele mutuò tangunt; sit hoc c . Per C & c ducitur
Linea, quæ continuatur ad c ita, ut æquales sint Cc ,
 $c.c$.

Ducendæ Lineæ sunt, in quibus Impactiones sunt di- 1261.
rectæ; & unius cujusque Corporis Motus resolvendus
est in duos in ipsis Lineis, in quibus Corpus hoc di-
rectè incurrit in duo alia. Motus per Aa resolvitur
in duos per AI & AL *, aut La & Ia ; Motus per Bb * 360.
in duos per Eb , Fb ; tandem Motus per Dd in duos
per Gd , Hd ; Velocitates verò horum omnium Mo-
tum ipsi hisce Lineis proportionales sunt.

Per c Lineæ ducuntur perpendiculares ad dictas Li- 1262.
neas, in quibus Impactiones dantur, continuatas si
requiratur. Hæ sunt ei perpendicularis ad EI ; hl nor-
malis ad HL ; & tandem fg cum FG Angulum effi-
ciens rectum.

Uni ex hisce, ut ei , ad distantiam ad libitum deter-
minatam, ducitur parallela mo , quæ secat reliquas duas
in x & z .

In hac ipsâ parallelâ determinamus puncta o & m ita, 1263.
ut ox , xz , zm , sint inter se ut Massæ B , D , A . In
quâ determinatione hanc observamus Legem; Linea om
parallela est ie , perpendiculari ad ba , relationemque
peculiarem habet ad Corpora A & B ; & ponitur zx ,
quæ jam determinata est, proportionalis tertio Corpo-
ri D . Linea lh , perpendicularis Lineæ da , & quæ
ergo peculiarem ad Corpora D & A relationem ha-
bet, determinat punctum x ; & tertio Corpori B pro-
portionalem quærimus Lineam xo : id est, ut D ad B ,

ita $z x$ se habet ad $x o$. Eodem modo $z m$ detegitur proportionalis alii Corpori A.

1264. Massa B determinavit punctum o , per hoc ducimus $o p$, parallelam $d a$, transeunti per Centra aliorum Corporum. Et per m , quod ope Massæ A fuit determinatum, duco $m p$ parallelam $d b$, eodem modo transeunti per Centra aliorum Corporum; & hæ novæ Lineæ sese mutuò secant in p : ducimusque Lineas $c o$, $c p$, $c m$, quas indeterminate producimur.
1265. Per Centrum Gravitatis c ducimus $c V$, parallelam $E a$, cui perpendicularis est $o m$; & in hac notamus puncta Q & V ita, ut $c Q$ æqualis sit $I a$; & $c V$ æqualis sit $E b$. Per hoc punctum V ducimus $V T$ parallelam ipsi $b d$; & per Q ducimus $Q T$ parallelam $a d$; hæ mutuâ interfectione determinant punctum T .
1266. Partem $Q V$, Lineæ $c V$, dividimus in R ita, ut $Q R$ sit ad $R V$, ut Massa Corporis B ad Massam Corporis A; à T per R ducitur Linea, quæ continuata Lineam $c p$ continuatam secat in P . Per hoc punctum ducitur $P O$, parallela $p o$ & $a d$, quæ secat in O , Lineam $c o$ continuatam; eodem modo $P M$, parallela $p m$ & $b d$, in Lineâ $c m$ continuatâ, determinat punctum M . Junctis punctis O & M , Linea hæc parallela erit Lineis $o m$, $i e$; per O & M quoque Lineæ ducuntur $O N$, $M N$, parallelæ respectivè Lineis $l b$, $f g$. Ita ducendæ hæ sunt; ut Triangulum $O N M$ punctum c includat; hac de causâ, in hac Figurâ $O N$ parallela ducitur $l b$, non ipsi $f g$.
1267. Ductis nunc $c O$, $c M$, $c N$, hæ Morus trium Corporum post Percussionem indicant, sepositis Corporum magnitudinibus; Veri autem Morus demonstrandi sunt.
- Pun-

Punctum O commune est Lineis OM , ON , perpendicularibus ba , da ; punctum a his ultimis Lineis commune est, & cO motum indicat Corporis A ; ductâque aA , parallelâ, & æquali, cO , habemus veram Viam Corporis A , cujus Velocitatem hæc ipsa Linea exprimit.

Eodem modo M spectat ad Corpus B ; ductâque bB , parallelâ, & æquali cM , habemus Viam, & Velocitatem, Corporis B , post Percussionem.

Sic etiam dD , parallela & æqualis cN , indicat Viam & Velocitatem Corporis D post Impactum.

Hæc ita se habent, quando Corpora non sunt Elastica. Positis his Elasticis, continuandæ sunt Corporum Viæ ante Concursum, & ipsis Viis continuationes æquales ponendæ sunt. Aa continuatur ita ut aa æqualis sit ipsi Aa ; ductâque aA , producitur hæc in a ; ut aA & Aa æquales sint: Motus Corporis A , si Elasticitas sit perfecta, erit per aa , Velocitate huic Lineæ proportionali.

Eodem modo deregimus reliquorum Corporum Motus per bb , & dd .

S C H O L I U M.

Demonstratio præcedentis Constructionis.

Ponimus primum Corpora esse mollia; ergo mutuâ Actione non separantur; & cum agatur de casu, in quo Actiones omnes æqualiter durant, neque aliis Actionibus separantur. Idcirco, in hisce tribus Collisionibus, Corpora concurrentia, post Impactum, eâdem Velocitate feruntur in Lineis, in quibus directè concurrunt: id est, sepositis Corporum magnitudinibus, continuò ambo manent in eâdem perpendiculari ad dictam Lineam, in quâ concurrunt*. Ergo Corpora A & B , quæ in Lineâ EI concurrunt, respectu

1270.

1271.

TAB.

XLII.

Fig. 4.

* 1274.

respectu hujus, ut & respectu cV , non separantur, quamvis ab his lateraliter recedant.

1273. Corpora hæc ultima, positis horum Motuum resolutionibus ante memoratis*,
 * 1266. concurrunt Velocitatibus, la , Eb , quæ istu mutantur; factâ autem simili resolutione post Impactum, mutationes sunt in ratione inversâ Massarum*, quamvis & alia Actio, eodem Tempore, in Corpus detur*.

Hæc omnia locum habent in tribus Collisionibus; si verò non tres hæc darentur, ratiocinia, quæ hac nituntur Hypothesi, ipsas tres Collisiones dari, falsa essent; hæc de causâ, in antecessum examinandum diximus, an revera dentur*.

1273. Quæ diximus de Velocitatum mutationibus in ratione inversâ Massarum*,
 * 1272. locum habent, quæcumque sit Motuum solutio*; hæc verò talis concipi potest,
 * 1272. ut Impactio sit impossibilis; ut in hoc nostro casu respectu Motuum per Fb , Gd ; sed, si modò de Impactione verâ agatur, demonstratio N. 1175. universalis est, quæcumque fuerint resolutiones Motuum.

* 1271. Dux, quas indicavimus Conditiones*, pro Solutione Problematis, de quo
 1272. agitur, sufficiunt; si enim ita Motus post Concursum sint determinati, ut hæc ipsis tribus Collisionibus conveniant, habemus quod querimus; nam Solutio talis unica est.

1274. Cum autem hac Methodo Constructio difficilis admodum fiat, melius est
 * 1240. tertiam quoque addere Conditionem; nempe Centrum Gravitatis ante, & post Occursum, eadem Velocitate moveri*.

1275. Motus hujus Centri ante Percussionem est per Cc , quæ Linea quoque illius Velocitatem exprimit. Motus ergo post Impactionem est per cc ; nam æqualis est hæc Linea ipsi Cc .

Per o ducatur parallela ad ON , & per m parallela ad MN ; concurrunt hæc in puncto n , quod datur in Lineâ quæ à c ad N ducenda est; ut hoc facile patet ex triangulis similibus, quæ in hac Figurâ occurrunt.

- Concipiamus nunc Corpora posita esse, A in o , B in m , D in n ; Corpora hæc habebunt commune Gravitatis Centrum c ; nam 1^o. sunt hæc in æquilibrio circa Lineam lb ; Corporum enim A & D distantia ab hac Lineâ se habet ad Corporis B distantiam ab hac eadem, ut xo ad xm ; sed xo ad xm , ut Massa B ad summam Massarum A & D *; unde dictum æquilibrium deducitur* 2^{do}. Distantia Corporum B & D , in m & n positum, à Lineâ fg , se habet ad distantiam Corporis A , in o positi, ab eadem Lineâ, ut mz ad zo ; id est, ut Massa A ad summam Massarum B & D *; Ergo Corpora quoque in æquilibrio sunt circa Lineam fg *.
 * 1263. Unde sequitur in intersectione Linearum fg , lb , id est, in c , dari commune Gravitatis Centrum trium Corporum.

Triangulum OMN simile est Triangulo omn , & punctum c respectu utriusque eodem modo se habet; ergo hoc quoque est commune trium Corporum Gravitatis Centrum, si disposita sint A in O , B in M , D in N .

1276. Si nunc ponamus, sepositis magnitudinibus Corporum, hæc post Impactionem moveri, A per cO , B per cM , D per cN , ut in Solutione diximus*,
 * 1267. Conditioni tertiæ satisfactum erit*; ut & etiam Conditioni primæ*; si nunc
 * 1274. demonstramus, Conditionem secundam* in unâ Collisione locum habere, de-
 * 1271. ter-

terminata erit Solutio; id est, non in aliâ Solutione hæc omnia concurrere poterunt; unde constabit Solutionem esse veram, & secundam Conditionem in aliis quoque Impactionibus locum habere.

Consideramus Corpora A & B; post motuum resolutiones *, Velocitates, in Lineâ in quâ Impactio fit, sunt Ia, Eb; prima est æqualis c Q, & est Velocitas Corporis A; secunda, quæ est Velocitas Corporis B, æqualis est c V. 1277.
* 1261.

Post Impactionem Motus sunt solvendi ut ante Impactionem; id est, per O. ducenda est parallela Lineæ AI, aut a d, id est, OP continuanda est in S*; & Velocitas in Lineâ c V, parallelâ Lineæ b a, in quâ Impactio datur, erit c S; & Corporis A mutatio Velocitatis in hac Lineâ est QS. Motus Corporis B resolvitur ductâ parallelâ Lineis BE, b d; est hæc MP*, quæ secut c V in X; & mutatio Motus in Lineâ c V est XV. Triangula PRS, QRT sunt similia, propter parallelas PS, QT*. Eodem modo, propter parallelas PX, TV*, similia sunt Triangula PXR, TVR. Unde deducimus, * 1266.
* 1266.
* 1265.
1266.
* 1265.
1266.

$$RS, QR :: RP, RT :: XR, RV.$$

$$\text{Comp. } RS + QR = QS, QR :: XR + RV = XV, RV.$$

$$\text{Altern. } QS, XV :: QR, RV :: B, A *$$

id est, Velocitatum mutationes QS & XV, prima Corporis A, secunda Corporis B, sunt inverse ut hæc Corpora: Quod demonstrandum supererat. * 1266.

Unicam autem esse hancce Problematis Solutionem ex hoc patet, quod Demonstratio hæc ultima non procedat, nisi Lineæ OS, MX, sese mutuò secant in communi intersectione Linearum cp, TR, id est, in P.



LIBER II.

Pars IV. De Legibus Elasticitatis.



CAPUT XII.

De Fibris Elasticis.

Quid sit Elasticitas, & unde oriatur, jam vidimus*; etiam quid ex hac in Congressu Corporum, sive directè, sive obliquè, in se mutuò impactorum, sequatur; superest ut ipsius Elasticitatis Leges examinemus, illudque ex Phænomenis. 1278.
* 96.

Omnia

Omnia Corpora, in quibus Elasticitatem observamus, constant ex Filamentis tenuibus, aut saltem quasi ex talibus constantia considerari possunt; Corpus enim in Fila divisum concipi potest; illaque Fila, inter se lateraliter juncta, Corpus efficere. Ut ergo, in casu omnium minimè composito, Elasticitas examinetur, Chordæ considerandæ sunt, & quidem Metallicæ; Chordæ enim ex intestinis Ovium Spiram formant, quæ circumdat Filum rectum in medio, cum quo pars externa contorta certo modo cohæret; quare hæ Chordæ non ut fibræ, ex quibus Corpora formantur, considerari queunt.

1279. *Fibrarum Elasticitas in eo sita est, quod extendi possint; & sublatâ Vi, quâ producuntur, iterum ad pristinam Longitudinem redeant.*

1280. *Fibra nullam habent Elasticitatem, nisi certâ Vi tensæ sint; hoc patet in Chordis parum tensis, & quarum extremitates fixæ sunt; hæ si à situ paululum removeantur, ad illum sponte non redeunt: quisnam verò sit gradus Tensionis, in quo Elasticitas inchoetur, Experimentis nondum fuit determinatum.*

1281. *Quando nimia Vi fibra tenditur, Elasticitatem amittit; & neque gradus hicce Tensionis notus est; illud constat, Tensionem Fibrarum, quæ Elasticitatem constituit, certis limitibus terminari.*

1282. *Ex hisce patet differentia inter Corpora Elastica & Corpora non Elastica; quare Corpus Elasticum Elasticitatem amittat; & quomodo Elasticitate destitutum proprietatem hanc acquirat. Lamina Metallica, repetitis mallei ictibus, quibus Fibræ tenduntur, fit Elastica; calefacta Vim hanc amittit; dum Actione Ignis situs partium turbatur.*

In-

Inter limites Tensionis, quibus Elasticitas terminatur, quæritur Vis, quæ, pro vario Tensionis gradu, requiritur, ad Chordam certâ quantitate producendam; proportio quæ hic locum habet Experimentis determinari debet; quæ, ut jam dictum, cum Chordis Metallicis instituenda sunt. Cum verò hæ Chordæ vix sensibilibiter producantur, directè Productionum proportionem mensurari nequeunt; aliâ methodo hæ determinantur.

Sit Chorda horizontalis A B, certâ Vi tensa; cujus extremitates in A & B fixæ sunt; pondere in medio Chordæ appenso inflectatur Chorda, ut situm A C B acquirat.

TAB.
XLIII.
Fig. 1.

DEFINITIO.

Linea, ut Cc, à puncto medio Chordæ, post inflexionem, ad punctum medium, in situ naturali, vocatur Chordæ Sagitta. 1283.

Sit *ce* Circuli portio; centro B, & radio Bc, descripti. Inflexione dimidia pars Chordæ producta fuit quantitate Ce, quæ quantitas cum Sagittâ Cc certam relationem habet, quam suo loco indicabimus. 1284.

Pondus etiam, quo Chorda inflectitur, certam cum Vi, quâ fibra tenditur, id est, per B C trahitur, relationem habet; & ita in variis Experimentis ex comparisonibus Sagittarum, & Ponderum, quibus Chordæ inflectuntur, Productionum proportionem determinari possunt, ut in sequentibus patebit. 1285.

Antequam autem distinctius hæc proportionem determinemus, generalia quædam explicanda sunt Phænomena, quæ ab Elasticitate pendent; & quæ eodem modo locum habent, quæcumque sint Elasticitatis Leges.

Aaa

Quâ

Quâ de causâ eodem modo observantur, sive Chordæ sint Metallicæ, sive ex intestinis Ovium effectæ.

1286. Sit Chorda tensa AB : & variis vicibus inflexa, in
TAB.
 XLIII.
 Fig. 2. $A \epsilon B$, $A \epsilon B$, ACB ; sed ita semper, ut Sagitta sit admodum exigua. Ponamus ϵB Tensionem repræsentare; cum in his agatur de Sagittis minimis Lineæ, ϵB , ϵB , CB , vix superant ϵB , & Productiones sunt insensibiles; quare positâ Lege Elasticitatis quacumque, exiguæ admodum Vires hæc dabunt Productiones: Error ergo non erit sensibilis, si in hisce dicamus ϵB , ϵB , CB , repræsentare respectivè Tensiones Fibræ, in hisce singulis Inflectionibus. Tensio autem Fibræ, in situ ut ACB , est Vis quæ punctum C per CB & CA trahit; & duplicata Sagitta repræsentat Vim, quæ
 1287. idem punctum deorsum trahit *; quæ est *Vis inflectens*.
 * 332. Hæc igitur, *quamdiu Sagitta est exigua, ad Vim tendentem, ante inflectionem, illam habebit rationem, quæ datur inter Sagittam duplicatam & dimidiatam Chordam*. Ex quâ Propositione sequentes deducimus conclusiones.
1288. *Pondere ad libitum tendatur Chorda, & minori quocumque inflectatur; mutatis hisce Ponderibus utcumque, si in eadem ratione mutantur, non variatur Sagitta; si nempe hæc sit exigua, de hoc enim casu in his omnibus agitur.*
1289. *Etiam, manente eadem Tensione, Sagitta minima sunt inter se, ut Vires inflectentes.*
1290. *Chordæ etiam, quæ utcumque differunt, si sint ejusdem Longitudinis, & equaliter tendantur, equalibus Viribus equaliter inflectuntur.*
1291. *Si Chordæ plures diversas habeant Longitudines, sed æquè tense sint, & equalibus Ponderibus flectantur, erunt in sin-*
 * 1287. *gulis Sagittæ duplicatæ ut Chordæ dimidiatæ *; ideo*
 &

& ipsæ Sagittæ, ut Chordarum Longitudines.

Si Chorda utcumque tensa AB flectatur, ut Figuram 1292. ACB acquirat, & sibi relinquatur, Elasticitate ad pri-^{TAB.} mam Figuram redit; & in hoc casu Motus puncti C ^{XLIII.} est acceleratus: nam in situ ACB Chordæ, Punctum hoc propellitur Vi, quâ in illo situ retineri potest; Motus hicce non destruitur, & ei superadditur, in singulis punctis Sagittæ, Velocitas communicata Vi, quâ Punctum C in illis retineri posset. Celeritas omnium maxima est in c; & eâ Punctum C ulterius fertur, deinde redit, variasque *Vibrationes* peragit; in quibus Punctum C, nisi parva Spatia non excurret: quâ de causâ Vis, qua in omnibus distantis à c agitur Punctum C, est ut hæc distantia *. Et quia causa movens est *Ela-* * 1289. *sticitas Chorda*, transfertur causa hæc cum ipsâ Fibrâ ita, ut hanc, licet agitatam, premat, quasi quiesceret; quare Vis hæc est *eiusdem generis cum Gravitate* *. * 371. Congruit ergo Motus hicce cum motu Corporis in Cycloïde vibrati *, & *Vibrationes, licet inæquales, sunt æquæ* * 414. *diuturnæ.*

Positis duabus Chordis similibus, & æqualibus, sed inæ- 1293. qualiter tensis; Vires inæquales requiruntur, ut æqualiter inflectantur; ergo *Vibrationes* Temporibus inæqualibus peragunt.

Motus Chordarum harum conferri possunt cum Motibus Pendulorum in Cycloïdibus vibratorum *, & si- * 1292. miles Cycloïdes, Viribus diversis, describentium; quæ Vires sunt inversè ut Quadrata Temporum *Vibrationum* *: in Chordis ergo etiam *Quadrata Temporum Vi-* * 432. *brationum sunt inter se inversè*, ut vires quibus æqualiter inflectuntur; quæ sunt ut *Vires quibus Chorda tenduntur* *. * 1288.

1294. *Quando Chordæ sunt similes, æquè tensæ, sed diversæ Longitudinis, harum Motus cum Motu Pendulorum etiam confertur. Quando de diversis Gravitatibus in Motu Pendulorum agimus, attendimus ad Velocitates in similibus circumstantiis Corporibus communicatas; & quia Velocitates hæ sunt ut ipsæ Vires, ideo proportionem Virium memoramus; quod etiam ad præcedentis numeri demonstrationem referri potest.*

In præsentī autem casu debemus ad Velocitates, in similibus circumstantiis generatas, attendere, & rationem Velocitatum cum ratione diversarum Gravitatum conferre.

TAB.
XLIII.
Fig. 1. 3.

- Chordæ, ACB, *adb*, quæ Ponderibus æqualibus inflectuntur, agitantur ut Corpora in quibus Gravitates agerent, quæ forent inter se ut *ab*, ad AB; in hac enim ratione sunt Velocitates infinitè exiguæ, quæ, Viribus æqualibus, hisce Corporibus communicantur * : Chordæ etiam hæ moventur ut Pendula, quorum Longitudines sunt ut *cB* ad *Db*, aut AB ad *ab* * : ergo Quadrata Durationum Vibrationum, quæ sunt inversè ut Vires, & directè ut Longitudines Pendulorum *, sunt in ratione compositâ ex inversâ ratione *ab* ad AB, id est, AB ad *ab*, & directâ ipsius AB ad *ab*; quæ ratio composita est ratio Quadratorum Longitudinum. *Chordarum igitur Longitudines sunt, ut Vibrationum Tempora.*

1295. Simili ratiocinio comparantur *Tempora Vibrationum Chordarum diversæ crassitie, positis Chordis æqualibus, & æqualibus Viribus tensis*; hæ æqualibus Viribus æqualiter inflectuntur *; & ideo agitantur ut Pendula æqualia, in quæ agunt Gravitates, quæ sunt inversè, ut quantitates

tates materiæ in Chordis *; id est, inversè ut Qua- * 138.
drata Diametrorum; quæ ratio iterum invertenda est
ad habendam proportionem Quadratorum Durationum
Vibrationum *; Ideo *Diametri* ipsæ sunt ut Duratio- * 432.
nes.

Datis Chordis ejusdem generis quibuscunque, Vibratio. 1296.
num Durationes inter se possunt comparari; *sunt enim in*
ratione compositâ ex ratione inversâ Radicum Quadrata-
*rum Virium, quibus Chorda tenduntur **, *ratione Longi-* * 1293.
*tudinum Chordarum **, & *ratione Diametrorum **. Mul- * 1294.
tiplicando Diametrum per Longitudinem, dividendo pro- * 1295.
ductum per Radicem Quadratam Vis, quâ Chorda ten-
ditur, & pro variis Chordis operationem hanc ineundo,
quotientes divisionum erunt inter se ut Vibrationum
Tempora.

De ipsis Legibus Elasticitatis nunc agam.

M A C H I N A,

Quâ Experimentis Leges Elasticitatis explorantur.

Pars hujus Machinæ præcipua est Assis AB, longus 1297.
circiter Pedes tres; latitudinem habens unius Pedis, & T A B.
crassitiem fere unius Pollicis Pedibus insistit. XLIII.
Fig. 4.

Cum hoc Assē conjungitur Lignum crassius EF, cui
inferitur Vectis ferreus, tres partes quartas Pollicis la-
tus, & crassus; Hujus extremitates sunt inflexæ ita, ut
ad angulos rectos ipsi Vecti insistant, & efficiant Bra-
chiola duos Pollices longa. Vectis longitudo post in-
flexionem est trium Pedum. Hic in ligno EF abscon-
ditur; sola Brachiola D, D, apparent, non tamen in-
tegra. Ipsum Lignum EF cum Assē conjungitur Co-
chleis, quarum capita apparent in c, c.

Unicuique Brachio imponitur Lamella, qualem sepa- 1298.

A a a 3

ratim.

ratim exhibemus in GG; caudata hæc est in K; Cauda hæc Brachio inferitur, & Cochleâ M, auxilio Manubrii S, ita firmatur, ut omnino immobilis sit.

Cum hac ipsâ Lamellâ ansa cohæret H, per quam trajicit Cochlea I, cujus ope secunda Lamella L, prior minor, ipsi primæ GG conjungitur.

Lamella L, in medio superficiei superioris, ad exiguum profunditatem excavata est, ut Cochlea I, quæ in hanc Cavitationem penetrat, semper in eodem loco premat. Lamellæ ambæ chalibæ sunt, & superficies contiguas asperas habent.

1299. Fibra, aut Lamina, cujus Elasticitas exploratur, tenditur, & ipsius extremitates, ab utraque parte, inter indicatas Lamellas firmantur, ipsas comprimendo Cochleis *i*, *i*.

Fibra ita tensa parallela est superficiei EF, & trajicit Laminam cupream *n*, quam separatim in N exhibemus; & quæ in medio Fibræ suspenditur.

1300. Lamina major cuprea P cum ipsâ Machinâ conjuncta ita est, ut parallela sit plano EF, & superficies anterior paulò minus distet ab hoc plano quàm ipsa Fibra.

1301. Super hac Laminâ liberrimè rotatur Index QR; hujus Motus mensuratur divisionibus portionis Circuli, cujus Diameter est unius Pedis. In hujus circumferentiâ centum divisiones occupant Pollices sedecim; quæ divisiones in minores subdividi possunt.

Axis Indicis ad partem posticam Laminæ P retinetur, ne motus Indicis impediatur; nam hic caudatus desideratur, ut in omni situ sit in æquilibrio.

1302. Inter Laminæ P superficiem & ipsum Indicem, cum
eodem

eodem axe cohæret Trochlea tenuior, quæ cum Indice movetur : si tamen illa retineatur, hujus situs mutari potest ; ut in Horologio, manentibus Rotis, Indicis situs mutatur.

Duobus fulcis angustis circumdatur Trochlea ; qui superficiæ proximus est, recipit Catenam, illis similem, quæ in Horologiis portatilibus adhibentur ; Diameter, in fundo sulci mensurata, additâ latitudine Catenæ, est trium partium quartarum Pollicis. Sulcus alter recipit Filum sericum, & Diameter Trochleæ in fundo hujus sulci mensurata, additâ Diametro Fili, quoque est trium partium quartarum Pollicis.

Catenæ extremitas una in sulco firmata est, & ipsa 1303. pro parte Trochleam circumit ; pars Catenæ reliqua verticaliter deorsum tensa, ipsi Laminæ N, suspensæ in medio Fibræ, respondet. In Laminæ hujus N superiori parte prominentia datur o ; in quâ juxta crassitiem incisio datur ; hanc trajicit Fibula tenuissima, quam amplectitur Uncus, in extremitate Catenæ cum hac cohærens. Filo, quod juxta contrariam Directionem circumdat Trochleam, conjungitur Cylindrus cupreus T, exactissimè ejusdem ponderis cum Laminâ N & adhærente Unco V. Duplicem usum Cylindrus hic habet ; tensam semper servat Catenam, & sustinet Laminam N cum Unco V ; quibus ergo non gravatur Fibra.

Adhibitâ hac Machinâ Leges Elasticitatis explorari 1304. posse, ex ante explicatis * sequitur.

Si Fibra, aut Chorda, metallica tensa sit, applicatis in medio successivè variis Ponderibus, Sagittæ notari poterunt. Lamina N trahit Catenam ; hæc circumdat

Tro-

* 1284.

1285.

Trochleam, cujus Diameter decimam sextam partem valet Diametri Circuli divisi, quem Indicis extremitas percurrit *; singulae autem Divisiones hujus Circuli, respondēt centesimis partibus Pollicis in Sagittā.

* 1301.
1302.

Datis autem Sagittis, inter se Productiones conferri possunt; & Tensionum augmenta, quibus illae debentur, determinari poterunt; sed maximis incommodis obnoxia est haec Methodus. Hac ipsa, mutatis Ponderibus juxta progressionem Arithmeticam, ad regularem seriem Productionum, & Tensionum, pervenire non potui, nisi adhibitis correctionibus in Sagittis, minoribus quidem, & millesimam Pollicis partem vix superantibus. Cum tamen, neglectis his correctionibus, quae difficulter deteguntur, & tamen investigandae sunt, quia minimi hi errores vix evitari possunt, nihil regulare detegamus, aliam Methodum quaesivi; hoc ipsum eo magis necessarium duxi, quod, ubi Sagittae sunt majores, id est, ad Pollicem unum accedentes, aut hunc superantes, & alia irregularitas detegatur, quam nimiae inflexioni in medio tribuendam credo.

1305. Hisce de causis mediam quandam Sagittam selegi; juxta quam in omnibus Experimentis inflexi Fibram; nullasque alias desiderari inflexiones, in ipsis Experimentis patebit.

1306. Minores autem Sagittas usu venire, ubi de ipsa Tensione, ante inflexionem, determinanda agitur, ex ante dictis sequitur *.

* 1287.

1307. Sagitta media quam adhibeo, est 0, 4. Pollicis. Productio Ce, partis CB, in hoc situ detegitur, dividendo Quadratum Sagittae Cc per Diametrum Circuli, cujus Arcus est ce, id est, per AB *; quae longitudo in nostrā

T A B.
XLIII.
Fig. 1.

* 36. El. III.

nostrâ Machinâ est 34, 5 Poll. Est ergo Ce æqualis 0,0046. Poll.; id est, non attingit ducentessimam Pollicis partem, & totius Fibræ Productio parum deficit à centesimâ Poll. parte; valet 0,0092. Pollicis.

Hanc autem detegimus Elasticitatis generalem Legem, *Productionem Fibra, utcumque tensæ, ceteris paribus, sequi proportionem Vis producentis.* 1308.

Fibra, ut vidimus, non habet Elasticitatem, nisi certâ Vi tensa sit *; dum ita tenditur, producitur; * 1280. sed de hac Productione non agitur.

Ponimus Fibram ita tensam ut sit Elastica; superadditâ Vi quacumque, dicimus Productionem, ex hac oriundam, sequi proportionem hujus ipsius Vis.

EXPERIMENTUM.

Utimur Chordâ æneâ, quales in quibusdam Instrumentis Musicis adhibentur. In Experimento, quod nunc exponam, talem adhibui, quæ ponderabat Grana 24. 1309. TAB. XLIII. Fig. 4. Erat hoc pondus partis tensæ inter Lamellas quæ ipsam retinent; hujusque partis Longitudo est, ut diximus, triginta quatuor Pollicum cum semisse *. * 1307.

Chorda Machinæ applicatur *; primùm firmatur extremitas una, Forficibus trahitur extremitas altera, quæ * 1310. * 1299. inter Lamellas, ut GG, & L, transit, tenditurque Chorda, cujus tunc extremitas hæc altera quoque firmatur, conversione Cochleæ i.

Transit Chorda per aperturam O, ut diximus; in hujus parte superiori levis datur incisio, ut eidem puncto Laminæ semper respondeat Chorda.

Pondere, quod Drachmam valet, aut hanc paulò 1311. excedit, gravatur Uncus V Laminæ N; notatur divisio cui Index respondet; & duabus, tribus, aut quatuor

Drachmis gravatur ulterius Lamina, & spatium ab Indice percursum notatur. Eo determinamus augmentum Sagittæ minoris, ex additione unius Drachmæ; variisque tentaminibus inter se collatis omne dubium removetur. Quamdiu Sagitta decem divisiones non excedit, id est, minor est decimâ parte Pollicis, crescit, & minuitur, hæc juxta rationem Ponderis inflectentis; unde sequitur Tensionem in hisce Inflexionibus non mutari*.

Augmentum Sagittæ detectum valet ipsam Sagittam, ubi integrum Pondus inflectens valet Drachmam unam.

1312. Hac detectâ, determinandum augmentum Sagittæ ex pondere ipsius Chordæ. Hæc, sibi permessa, incurvatur pondere suo; sed, quando in medio gravatur, haberi potest pro constante ex duabus Lineis rectis; quæ, cum in extremitatibus aliis sustineantur, dimidiato suo pondere in Medio agunt; neglectâ nempe exiguâ inclinatione ad Horizontem.

1313. Tentaminibus indicatis detexi, tres Drachmas dare Sagittam, quæ valet 4; appendo hoc Pondus trium Drachmarum, & habeo Pondus inflectens trium Drachmarum, cum duodecim Granis, aut quintâ Drachmæ parte, propter Chordæ pondus. Huic respondens Sagitta est 4½, si huic divisioni respondeat Index, ipsæ divisiones veras magnitudines indicant Sagittarum. Si cum aliâ divisione Index conveniat, situs ipsius mutari potest*; sed, cum difficulter hoc ita fiat, ut exactè desiderato puncto respondeat, satis in hisce est observare, in hoc Experimento, initium divisionum removeri à puncto, cui nunc Index respondet, quatuor divisionibus cum quartâ parte; & habebimus detectum

* 1302.

rectum situm Indicis, quando Sagitta valebit quadraginta, aut quatuor decimas Pollicis partes. Situm hunc habuimus, quando Pondus inflectens valuit Uncias quatuor cum semisse; id est, Drachmas triginta sex.

Repetitum eodem modo fuit Experimentum, aucta ¹³¹⁴ Chordæ Tensione ita, ut, appenso Pondere unius Unciæ, Sagitta esset quinque; hanc habuimus quadraginta, appenso Pondere octo unciarum cum Drachmis sex.

Iterum Tensio fuit ita aucta, ut, appensa Unciâ unâ, ¹³¹⁵ Sagitta esset quatuor; fuit hæc quadraginta, appenso Pondere decem Unciarum cum Drachmis sex.

Inita computatione cum Sagittis minoribus *, de ¹³¹⁶ tegimus Tensiones ante ullam inflexionem, hisce pro- ^{* 1287.} portionibus. In primo Casu *,

$0,04 : 8,625 :: 3 \text{ Dr.} : 646, 8 \text{ Dr.} = 5 \text{ Lib. \& } 7 \text{ Drach.fere.}$
In secundo casu;

$0,05 : 8,625 :: 8 \text{ Dr.} : 1380 \text{ Dr.} = 11 \text{ Lib. demta dimidiata Unc.}$
In tertio casu.

$0,04 : 8,625 :: 8 \text{ Dr.} : 1725 \text{ Dr.} = 13 \frac{1}{2} \text{ Lib. demtis Dr tribus.}$
Si in hisce tribus occasionibus, aucta inflexione, Tensio non augeretur, cresceret Sagitta ut Pondus inflectens *. Tunc Sagitta valeret 0, 40, in primo casu, ^{* 1287.} appenso Pondere Drachmarum triginta. In secundo casu Pondere semi Libræ. In tertio Pondere decem Unciarum. In his autem tribus casibus, augenda fuisse hæc Pondera æqualiter, sex nempe Drachmis. Augmentum autem Tensionis ex his sex Drachmis detegimus, hac Proportione *,

$0,40 : 8,625 :: 6 \text{ Dr.} : 129, 4 \text{ Dr.} = 1 \text{ Lib. cum } 1 \frac{1}{2} \text{ Dr.fere.}$

B b b 2

Ex-

1317. Experimentum eodem modo procedit datâ aliâ Tensione quacumque; unde sequitur, auctâ Tensione quantitate, quæ valet Libram unam cum sesqui Drachmâ, semper Productionem Fibræ valere 0, 0092. Poll.; si æquale Pondus iterum superaddatur, Productio nova quoque priori æqualis erit, duplumque Pondus duplicatam dat Productionem; & Experimentum evincit, hanc illius

* 1308. Proportionem sequi; ut supra diximus *.

1318. *In Chordis ejusdem generis, crassitie, & æqualiter tensis, sed diversæ Longitudinis, Productiones, quæ ex superadditis æqualibus Ponderibus oriuntur, sunt inter se ut Chordarum Longitudines.* Chorda enim in omnibus punctis est æquè tensa: Productio ergo integræ Chordæ est dupla Productionis hujus partis dimidiæ, aut Chordæ dimidiæ Longitudinis.

1319. *Productiones Fibrarum ejusdem generis, & crassitie, sunt ergo in ratione compositâ Longitudinum, & Ponderum quibus producuntur *.*

* 1308.

Si crassitie Fibræ differant, quamvis sint ex eâdem

1320. *Materiâ, Vires, quæ æqualiter producunt Fibras, Longitudine æquales, non sunt inter se, ut Materie quantitates in Fibris; & in Experimentis, quæ adhibitis diversis Chordis tentavi, hanc rationem aliquando majorem, aliquan-*

1321. *do illâ minorem, detexi. Unde sequitur majorem, aut minorem, Elasticitatem, in Corporibus ejusdem generis, ceteris paribus, pendere à peculiari quâdam partium dispositione. Quod etiam deducitur ex iis quæ de Elasticita-*

* 1282. *te, in initio hujus Capitis, observavimus *.*

CAPUT XIII

De Laminarum Elasticitate.

EX iis, quæ de Fibrarum Elasticitate diximus, deducimus quæ ad Laminas pertinent. Lamina enim potest haberi pro congerie Fibrarum, quamvis ex harum conjunctione singularum Elasticitas mutetur *; si * 1321. Laminam tenuem, non admodum latam, consideremus, de ipsius Productionibus, appensis Ponderibus, Experimenta instituere poterimus, eodem modo, ut cum Fibris. Experimenta hæc demonstrabunt eandem legem Elasticitatis, quam superius indicavimus *, & * 1308. hic locum habere; nempe, *Productionem Lamina sequi* 1323. *rationem Vis quâ producitur.*

EXPERIMENTUM I.

Experimentum hoc eodem modo instituitur ut illud, 1324. quod in præcedenti Capite fuit explicatum *; loco TAB. XLIII. Chordæ Elasticæ Lamina adhibetur. Fig. 4. * 1309.

Duobus usus sum Elasteriis ex iis, quibus motus communicatur Horologiis portatilibus; resectis extremitatibus perforatis, unum ex his in partes duas æquales fuit divisum; quæ junctæ fuere extremitatibus aliis, firmiter admodum.

Junctæ hæc Elasteria Laminam effecerunt longam Pollices triginta & octo cum quartâ parte; & quæ ponderat grana octoginta quatuor; duplicata autem Lamina est in locis conjunctionum; quare Pondus hoc tribuendum est Laminæ triginta novem Pollices longæ. Pars, quæ inflexione producitur, longa est Pollices triginta quatuor cum semisse; additis partibus duplicatis,

tis, longitudo est triginta quinque Pollicum cum quartâ parte, & ponderat hæc Grana septuaginta & septem; & Pondus inflectens quodcumque augetur Granis triginta tribus *, id est, Pondus hoc addendum fuit Ponderi applicato, ut Pondus inflectens determinaretur. Nos tria Grana negleximus.

1325. Lamina hæc Machinæ applicatur, tenditur, & firmatur, ut de Chordâ dictum *; sed Forfices, Cochleâ instructæ, adhibendæ sunt. Transmittitur Lamina per foramen O; cujus latitudinem, Laminæ latitudo occupat; dum tamen liberè per foramen transit.

Hæc nunc sunt diversa Tentamina.

1326. Duæ Unciæ cum semisse dabant Sagittam decem; & octodecim Unciæ Sagittam quadraginta.

1327. Quatuor Unciæ Sagittam decem; viginti quatuor Unciæ Sagittam quadraginta.

Hæc habuimus in Tensionibus minoribus; inutile est medias memorare, transeo ad majores.

1328. Octo Unciæ dabant Sagittam septem; quinquaginta & tres Unciæ, cum tribus partibus quartis, dedere Sagittam quadraginta.

1329. Octo Unciæ dabant Sagittam septem; sexaginta & una Uncia cum semisse dabant Sagittam quadraginta.

1330. Computationes incuntur, ut de Chordis dictum *.

* 1316. In hoc autem Experimento Pondus inflectens, datâ Sagittâ quadraginta, semper octo Unciis superavit Pondus, quo seposito augmento Tensionis, hæc Sagitta haberetur.

Ipsæ autem Tensiones fuere.

* 1326. In primo Tentamine *, fere tredecim Librarum cum semisse.

In

In secundo * paulò superavit viginti & unam Libram * 1317.
& octo Uncias cum semisse.

In tertio * fuit Librarum sexaginta & unius cum * 1318.
Unciis novem cum semisse.

Et tandem in ultimo * duabus Unciis deficiebat * 1319.
à Libris septuaginta duabus.

Singuli que in Tensionibus hisce, admodum differentibus inter se, habuimus Productionem eandem, nempe 0,0092. Poll., auctâ Tensione Libris decem cum Unciis duodecim cum semisse.

In omnibus aliis Tensionibus à nobis examinatis idem habuimus.

Ergo conclusiones, quas ex Experimento Capitis 1331.
præcedentis deduximus *, & ex hoc sequuntur. * 1317.
1318. 1319.

Laminæ Elasticæ pleræque se ipsas sustinere possunt; 1332.
id est, firmatâ unâ extremitate, Lamina, pondere suo,
parum flectitur; si Vi extraneâ flectatur, sibi permis-
sa movebitur variasque Vibrationes peraget, ut de
Fibrâ tensâ antea demonstratum *. * 1292.

In tali Inflexione Lamina, in punctis diversis,
diversâ Vi producitur; id est, si concipiamus Lami-
nam, in innumeras partes infinitè exiguas & æquales,
divisam, in inflexione partes hæ inæqualiter produ-
cuntur.

*Si unius tantum particula Productio daretur, cùm hæc 1333.
sequeretur rationem Vis producentis *, sibi permissa, * 1308.
Tempore æquali, semper rediret ad pristinum situm; hîc
enim applicare possumus demonstrationem de Motu Fi-
brarum *. * 1292.*

Diversæ verò particule, separatim productæ, non 1334.
æqualibus Temporibus redirent; quia diversitas Materiæ
quan-

quantitates secum traherent; non enim agitur de partibus separatis.

Ubi verò Elasterium flectitur, & sibi permittitur, eodem Tempore partes omnes Vibrationem peragunt; accelerato quarundam Motu, dum aliarum retardatur;

* 414. ut in Pendulo composito *.

In diversis autem totius Laminæ Inflexionibus accelerationes hæ, & retardationes, ab eadem causâ pendent; nempe à materiâ movendâ Actionibus diversarum particularum Laminæ.

Ex his deducimus, cum Actiones hæ separatim agentes, in Inflexionibus quibuscumque, æquali semper Tempore Motus absolverent *; has & nunc, ubi semper ab iisdem causis mutantur, æquali Tempore quoque Motus absolvere; ideòque *omnes Vibrationes ejusdem Laminæ, utcumque inequales, esse æquæ diuturnas; Laminamque agitari juxta Leges Penduli in Cycloide oscillati*; ita enim Pendulum hoc agitari post N.^m 414. demonstravimus.

Leges hæ sunt, ut Actio in Corpus, in singulis punctis Viæ percurrentæ, sit ut distantia puncti à loco in quo Corpus quiescere potest *; & ut Vis talis sit, quæ agat in Corpus motum ut in Corpus quiescens*; qualem esse Vim Elasticitatis in Capite præcedenti vidimus*.

1336. Unde deducimus, *varias ejusdem Laminæ Inflexiones proportionales esse Viribus quibus Lamina in his inflexionibus retinetur*. Sit Lamina AB, cujus extremitas A fixa est, duabus retineatur Viribus, in situ A b & A b; si una fuerit alterius dupla, b b & b B erunt æquales.

1337.
TAB.
XLIV.
Fig. 8.

EXPERIMENTUM 2.

Lamina A ex variis Laminis Elasticis junctis constat;
The-

Thecæ B inferitur; ibique ad latus utrumque movetur inter Regulas ut cd , cd ; Fila duo supremæ parti Laminæ annectuntur, & per foramina, in fundo Thecæ, immittuntur, jungunturque Lamellæ cupreæ E; cum quâ etiam in medio Filum aliud cohæret, cui appenditur Pondus P Semi-libræ. Descendit Lamella per spatium Semi-pollicis; superaddito æquali Pondere, descensus iterum est Semi-pollicis; & sic ulterius, donec non amplius comprimi possit Lamina.

Unaquæque Lamina minor proportionaliter ad Pondus inflectitur *, & Motus Ponderis, ex omnibus Inflexionibus junctis, eandem proportionem sequitur. Cum pluribus Laminis junctis Experimentum instituitur, quia in variis Inflexionibus directio Actionis Ponderis in Laminas sensibilibiter non mutatur.

Quæ de Inflexione Laminarum dicta sunt, ad Laminam curvam ACB transferri possunt; si hæc duobus Ponderibus gravetur ut situs acb , acb , acquirat, & Pondera sint inter se, ut unum ad duo, distantia cc & cC erunt æquales *; Introcessioniones igitur puncti C sunt, ut Pondera quibus Lamina gravatur: quod etiam referri potest ad Introcessioniones plurimarum Laminarum junctarum.

Integram Actionem, quâ Elastrium flectitur, determinabimus colligendo in unam summam omnes Actiones minimas, quibus successivè Inflexio augetur.

Sit AB Spatium in Inflexione percursum; & BC Vis, quæ in eo situ retinet Laminam flexam; ductis AC, ut & DE parallelâ BC, erit DE proportionalis Actioni, quæ, in Inflexione AD, retineret Laminam *. Dum hæc flectitur, transit per omnes Inflexio-

nes intermedias, inter minimam Inflexionem & maximam AB; & Actio integra, quâ ita Lamina fuit flexa, valet omnes Actiones simul, quibus in singulis Inflexionibus minoribus, per quas transit, retineri potuisset. Summa hæc exhibetur per superficiem Trianguli ABC; ut patet, si hîc referamus quæ in N°. 373. & N°. 750. & seq. continentur.

Vis, ergo, integra in Inflexione AD ad Vim integram in Inflexione AB, ut Triangulum ADE ad Triangulum ABC; Unde patet *Vires Integrae Inflexientes esse in ratione duplicatâ ipsarum Inflexionum* *.

1341. *19. El. VI. 1342. Ponamus appenso, aut applicato, Pondere Inflexionem fieri; sitque BC Pondus, quo in Inflexione AB retinetur Lamina. Integra Actio Ponderis, dum hoc descendit per AB, quæ sequitur rationem Ponderis ipsius, & rationem Spatii descendendo percurfi, proportionalis est, integræ superficiæ ABCG *, quæ duplo major est Triangulo ABC *; & Productum Ponderis BC, quod inflexam retinet Laminam, per ipsam Inflexionem AB, quæ æqualis est Spatio descendendo à Pondere percurso, duplum valet integræ Vis flectentis, 1343. id est, *integra Actio, quâ Elastrium fuit flexum, valet Vim, quam acquirit Pondus memoratum, cadendo ab altitudine quæ valet dimidiatam Inflexionem.*

Elastrium, dum relaxatur, Actionem præstat æqualem illi, quâ fuit flexum, si perfecta sit Elasticitas *; 1344. ergo *Vires, Relaxationibus Elastrii communicatae, sunt ut Quadrata Inflexionum* *: Et *Velocitates sunt ut Inflexiones* *; 1345. *quæ sunt ut Vires, quibus in situ Elastrium retinetur* *.

* 1341. * 1083. * 753. * 1336. EXPERIMENTUM 3.

1346. Omnia fere quæ, in Exp. 2. Capitis II. hujus Libri,

bri *, indicata fuere, & hîc usu veniunt; positis ergo *778. quæ in N. 778. habentur; observandum Retinacula $p q$, $p q$, (TAB. XXVI. Fig. 3.) à Laminâ cui applicantur, esse removenda, antequam hæc suo loco firmetur.

Axis quoque $t s$ (TAB. XXVI. Fig. 2.), cum Mallo m cohærens, removetur. Hæc omnia facilè, relaxatis cochleis minoribus, tolluntur. Orbiculus R sustentaculis p, p , imponitur, & liberrimè rotatur.

Suspenso, ut dictum, Rectangulo A, ipsi inferitur TAB. XLIV. Fig. 1. Cylindrus, quo Massa sit 4; ut in casu secundo Exp. memorati secundi Cap. 2. hujus Libri. Lingula Elastarii responderet foramini in Laminâ $g f$, à quâ Retinacula fuere remota. Filum tenue transmittitur per foramen in anteriori parte Lingulæ *: & trajicit filum duplicatum Laminam $f g$, ut & sequentem $b c$, & circumponitur orbiculo r . *739.

Appenditur Pondus P trium Librarum; junctis primum nodo Fili extremitatibus. Filum Forficibus subito rescinditur inter Orbiculum r & Laminam $b c$; duplicatum autem est Filum, sed unum ex his tantum rescinditur; Corpusque liberatum adscendit ad divisionem 5, 2. 1347.

Si pro tribus Libris quinque appendamus, Corpus adscendit ultra divisionem 8, 6. 1348.

Velocitates ergo sunt, ut 52. ad 86. cum semisse, aut ut 3. ad 5.; id est, ut Pondera appensa.

Hoc ipso Experimento defectum Elasticitatis ipsius Elastarii determinare possumus; conferendo adscensum Ponderis projecti, cum descensu Ponderis Insectentis, ut in Scholio sequenti demonstramus; in quo etiam 1349.

videbimus, quomodo Tempus ipsum, in quo Elast-
erium fuit relaxatum, determinetur.

1350. In Elastério, quo, in hoc & aliis Experimentis, usi
fuimus, Elasticitas se habet ad Elasticitatem perfectam,
ut 11. ad 12. proximè, attendendo ad Vires commu-
nicatas; Velocitas autem quam communicat Elastrium
hoc, ad Velocitatem, positâ perfectâ Elasticitate, ut
22. ad 23. proximè, & in hoc nostro Experimento,
datâ hac perfectâ Elasticitate, Velocitates fuissent
5, 43. & 9, 03.
1351. Tempus, quo hoc ipsum, quo utimur, relaxatur
Elastrium, quod Tempus idem est sive Elastrium mi-
* 1335. nus sive magis flectatur *, vix superat duas centesimas
vigesimalas nonas partes unius minuti secundi, quando
1352. propellit Corpus, quo in hoc Exp. usi fuimus. Si Cor-
pus motum differat, Tempus est inversè ut Velocitas
communicata, aut directè in ratione subduplicatâ
Massæ.
1353. In ultimo Experimento Filum trajicit duas Laminas
fg, bc; quia usus sum eâdem Machinâ, quam in Expe-
* 778. rimento 2^{do}. Cap. 11. hujus Libri adhibui *, æquè tamen
exactè simpliciiori Machinâ demonstrari potest; sed
inutile est duas adhibere Machinas, ubi una sufficit.
Non tamen inutile credo & hanc simpliciorem indi-
care.
1354. Lamina cuprea DBC, ita flectitur, ut ambæ hujus
partes DB, BC, Angulum contineant rectum. Parti
TAB. XLIV. DB adhæret, & huic ad Angulos rectos insistit, La-
Fig. 2. 3. mina E, cum quâ cohæret Cochlea *b*. Pars hæc DB
* 760. Tabulæ * applicatur, ut in Fig. 4. & 5. videmus; per
scissuram horizontalem in Tabulâ penetrat memorata
Lami-

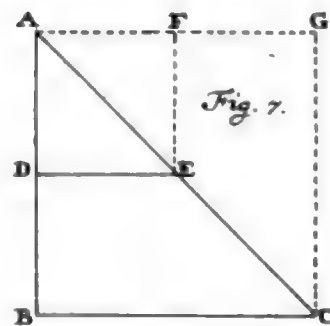
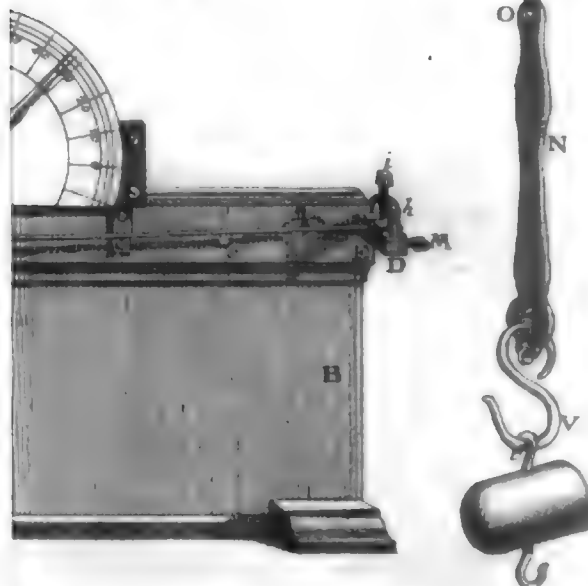


Fig. 4



Lamina E, quæ in ipsâ hac scissurâ paululùm moveri potest, quod in Experimento desideratur * ; firmatur * 778. 743. autem cochleâ *h q*, interpositâ Laminâ cupreâ *l*, ne Lignum lædatur.

Hiscæ positis, Lamina BC ad angulos rectos ipsi Tabulæ * insistit; verticalis est, & perforata in * 760. L. Orbiculus R, circa axem liberrimè volubilis, huic ipsi Laminæ BC adhæret, axeos extremitatibus in sustentacula *p*, & *p*, penetrantibus, & versationes habentibus.

Circa ipsum Experimentum difficultatem nullam dari 1355. Figura ipsa satis demonstrat.

Adhibitâ hac eâdem Laminâ, etiam facile institui- TAB. XLIV. Fig. 4. mus ipsum Experimentum 2. Cap. II. hujus Libri; 1356. supra indicatum; sed in hoc non dentata ad latera, TAB. XLIV. Fig. 5. sed perforata desideratur Elastarii Lingula *. Remo- * 739. vetur Orbiculus R, cum sustentaculis: Rectangulum suspenditur, ut in dicto Experimento; Lingula Elastarii in foramen L intruditur ita, ut unum aut alterum foramen ipsius Lingulæ ad posticam Laminæ BC partem perveniat; Foramini huic inseritur Fibula M, ex filo æneo effecta: Elastarium nunc flexum est, potestque, propter diversa in Lingulâ foramina, Inflexio variari; relaxatur Elastarium, subitò deorsum trahendo Fibulam M; cui, ut hoc magis commodè fiat, alligatur Funiculus T. Reliqua non differunt ab iis, quæ in memorato Experimento *, indicantur. * 778.

Hac Methodo, quamvis rudiori, satis tamen accu- 1357. ratè Experimenta procedunt, ut dubium circa conclusionem dari nequeat; quia facile patet aliquid defectui Machinæ tribuendum esse.

1358. Si in Experimento 1. Cap. vi. hujus Libri *, quo-
 * 1095. que velimus recedere à Methodo perfectiori, ibi me-
 moratâ, poterimus uti Methodo, illi simili quam nunc
 dedimus.

Loco Machinæ, quam cum Rectangulo conjungi-
 mus, & cujus descriptio habetur in N°. 1090. & seq.,
 TAB. XLIV. utimur Laminâ cupreâ, flexâ, ut in *g f*, exhibe-
 Fig. 6. mus; quam etiam cum Rectangulo * conjungimus, ope
 * 773. duarum Cochlearum, per foramina, quorum unum vi-
 demus in *o*, penetrantium. Laminæ pars anterior *fg* in
 medio perforata est in *L*.

TAB. XLIV. Laminam hanc cum Rectangulo conjunctam in Fig. 7.
 Fig. 7. in *B* exhibemus. Rectangulum *A* Elastrium conjunctum
 habet, ut in præcedentibus Experimentis. Corpora
 hæc suspenduntur, ut diximus in Experimento de quo
 * 1095. nunc agitur *; Lingula Elastrii in foramen Laminæ
fg intruditur, & Elastrium flectitur, retineturque
 * 1356. Fibulâ *M*, ut supra vidimus *.

Ut Corpora separentur, Funiculo *T*, ex foramine
 Lingulæ Elastrii, Fibula *M* extrahenda est; sed Fi-
 la, quibus Rectangula suspenduntur, ita producuntur,
 ut, separatis Rectangulis, agitatio admodum irregula-
 ris sit. Incommodum hoc removemus si clavum, ex
 crassiori Filo æneo, in Tabulam juxta quam Corpora
 moventur, perpendiculariter ad superficiem, indera-
 mus, ut in *S* exhibemus; tunc, trahendo Funiculum
T, parum admodum descendet Lamina *fg*, ita enim
 clavus positus est, & motus satis regularis erit.

1359. Reliqua, in ipso indicato Experimento *, videri
 * 1095. possunt. Si hac Methodo Experimentum hoc institua-
 mus, expensæ admodum minuuntur; sed non in omni-
 bus

bus cum demonstratis Experimenta conveniunt; errores autem ipsi Machinæ tribuendos esse, distinctius patet, si singula tentamina, transpositis Massis, repetantur. Si ex. gr. Massa B sit quatuor, & A tria; repetendum erit Experimentum, positis Massis, A quatuor, & B tria.

Cum hæ ultimæ Methodi *, quibus ipse olim usus sum, admodum simplices sint, non inutile credidi has hic indicare; non autem antea harum mentionem feci; quia omnia, de quibus hic agitur, Experimenta ad hoc Caput propriè pertinent; ordo tamen Demonstrationum postulavit, ut ipsa Experimenta antea exponerentur; quare pro singulis unicam tantum Methodum, & quidem maximè perfectam, explicavimus.



S C H O L I U M.

Explicatio Notarum. 1350. 1351. 1351.

Superius vidimus, in nostrâ Machinâ Corpus elevari ad altitudinem unius Pollicis, quando agitur Velocitate 14, 6. *; sed in illis Longitudo Filorum, quibus Corpus fuit suspensum, diversa fuit ab eâ, quæ obtinuit in Experimentis, de quibus nunc agitur, ut & iis, quæ antea cum Elastério fuere instituta *; in his Adscensus est unius Pollicis, quando Velocitas est 14, 2.

Altitudines sunt ut Quadrata Velocitatum *; ergo

$$\frac{14, 2^2}{14, 6^2} :: 15, 0, 1341,$$

estque hæc Altitudo, ad quam in Experimento * Corpus pervenit; quam si multiplicemus per Pondus ipsius Corporis, Productum exprimet Actionem Elastarii.

Rectangulum cum adjectis * ponderat Uncias quatuor cum parte quartâ; quadruplum fuit Pondus in Experimento, & valuit Libr. $1\frac{1}{4}$; Actio Elastarii valuit ergo 0, 1361.

Actio, quâ Elastrium fuit flexum, quæ valet Actionem, quâ, positâ perfectâ Elasticitate, relaxatur, habetur multiplicando dimidiatam Inflexionem per Pondus trium librarum *.

In- 1347.

- * 778. Inflexio Elasterii, in Exp. 2. Cap. 11. *, fuit 0, 16. Pol.; & relaxatum,
 * 780. Corpori, eidem de quo nunc agitur, communicavit Velocitatem 8, 4 *; Ve-
 * 1345. locitates autem, quando agitur de eodem Corpore, sunt ut Inflexiones*; Ergo
 $84; 52 :: 0, 16; 0, 099 =$ Inflexioni quæsitæ.
 Multiplicatâ hac Inflexione per tria, dimidium Producti 0, 279, id est,
 0, 1485, dat Vim quæsitam.
1363. Habemus igitur perfectam Elasticitatem, ad veram, ut 1425, ad 1362*,
 * 1361. id est, ut 495 ad 454; proximè ut 12 ad 11.
1364. Cum autem Vires sint ut quadrata Velocitatum *, Velocitas, quam Elaste-
 * 753. rium communicavit, se habet ad Velocitatem, positâ perfectâ Elasticitate, ut
 12. ad 23. proximè.
- * 1147. Et in Experimento, de quo nunc agimus, Velocitates, quæ in primo *
 * 1348. & secundo * tentamine fuere 5, 2., & 8, 05., datâ perfectâ Elasticitate,
 fuissent 5, 43. & 9, 01.; ut hæc omnia in N. 1350. indicavimus.
1365. Tempus, in quo, Elasterium de quo agitur, relaxatur, semper idem
 * 1335. est, quamdiu idem Corpus propellitur*; examinabimus nunc casum, antea
 * 1362. memoratum in No. 780. Inflexio fuit 0, 16 *, & Velocitas 8, 4.
- In Experimentis, de quibus agitur, Longitudo Penduli agitati est Poll.
 50, 5; & dum Corpus suspensum movetur, describit hoc arcum Circuli,
 cujus Diameter est Poll. 101, & quando Velocitas est 14, 2 Sinus arcus
 descripti est decem Pollicum; cui respondet Arcus 11. gr. 25". Arcus
 in Experimento descriptus hac proportionem detegitur,
 $142; 84 :: 11^{\circ}, 25'; 6^{\circ}, 45'.$
 cujus longitudo est 5, 949. Poll.
- Duratio Vibrationis Penduli, cujus Longitudo est Poll. 50, 5., est 1",
 1534; & in dimidio hujus Temporis, id est in 0", 5767 Corpus, percurrit
 Arcum 5, 949. Pollicum; Elasterium, dum relaxatur, movetur juxta Legem
 * 1335. Penduli in Cycloide oscillati *, & potest considerari, quasi Arcum per-
 * 449. curreret similem illi, quem Corpus ipsum percurrit; quare Spatia percur-
 sa sunt ut Tempora*; ideo
 $5, 949; 0, 16 :: 0'', 5767., 0'', 0155. =$ Tempori quæsito.
- Hoc Tempus vix superat $\frac{2}{139}$ unius Minuti secundi; ut in N°. 1351. di-
 ximus.
1366. Tempus hoc, ceteris manentibus, sequi rationem inversam Longitudinis Ar-
 cus percursi, ipsa computatio demonstrat; dum hic ipse Arcus sequitur ra-
 * 441. tionem Velocitatis *. Qui casus, si manente Inflexione mutetur Elasticitas,
 existat.
1367. In eandem durationem incidimus aliâ Methodo; in quâ usu veniunt quæ
 * 1362. in initio hujus Scholii habuimus; nempe Inflexionem Elasterii esse 0, 099 *,
 * 1360. quando adscensus Verticalis Corporis Elasterio projecti est, 0, 1341. Poll. *
1368. Si nunc aliundè notum sit, Corpus in 1". cadere ab altitudine 187,
 * 415. 470. 6644. Poll. *; detegimus Tempus casus ab altitudine 0, 1331. Poll.; estque
 * 374. 0'', 0167 *.
1369. Inflexio Elasterii sit juxta easdem Leges, juxta quas movetur Corpus, quod
 Motum amittit imprimendo in Corpore molli Cavitatem Parabolicam, de quâ
 * 891. 893. supra egimus*; quare & hic in Relaxatione Elasterii locum habet Regula
 1335. N¹,

N^o. 897, si pro Profunditate Cavitatis ponamus Elastri Inflexionem 0,099; & pro Altitudine, ibi memoratâ, ipsam, ad quam Corpus fuit projectum 0,1341. Poll.

Positâ Diametro ad circumferentiam, ut 113. ad 355; hanc habemus 1370. Proportionem

$$0,1341 \times 113; 0,099 \times 88,71::0'',0167,0'',0155.$$

Detegimusque iterum 0'',0155.

Est hoc Tempus, quo Elastrium relaxatur: si de hujus Inflexione ageretur, Tempus minus esset; quia ubi inflectendum est Elastrium, eâ Velocitate est projiciendum Corpus, quâ hoc repelleretur si perfecta esset Elasticitas; & Tempus minuitur, quando de eâdem Inflexione agitur, in ratione in quâ Velocitas augetur *.

Si Massa mutetur, reliquis manentibus, Velocitas sequitur rationem inversam subduplicatam Massæ *; cujus inversa est ipsa hæc ratio directâ, quam Tempus sequitur *; ut in N^o. 1352. diximus.

* 1366.
1371.
* 731. 758.
* 1366.



C A P U T XIV.

De Solidis Elasticis.

IN duobus Capitibus præcedentibus de Fibris, & 1372. Laminis, egimus; primùm solam Longitudinem consideravimus, postea Longitudinem cum Latitudine; nunc autem tres dimensiones simul considerandæ veniunt. In hoc ultimo casu, non agitur de totius Corporis Inflexione, aut Productione, ut in duobus præcedentibus; sed partium Inflexio convenientiam quandam habet cum Introcessione partium in Corporibus mollibus.

Corpus omne Elasticum potest haberi pro congerie Laminarum, & dum illud percutitur hæc cedunt; omniumque Inflexiones simul sumtæ valent Vim integram, quæ in Corporis Percussione destruitur *. Si aliâ Vi Corporis partes intropremuntur, singularum Laminarum Inflexiones diversæ sunt, & in singulis Inflexio sequi-

1373.
TAB.
XLIV.
Fig. 9.
* 934.

Ddd

tur

*1341. tur rationem subduplicatam Vis agentis in Laminam *;
agitur autem de iisdem Laminis, & Actio integra, sive
major sive minor sit, eodem modo per has ipsas disper-
gitur, quare singularum Inflexio fit juxta eandem ra-
tionem; & *externa Lamina Introcessio*, quam mensurare
sæpe possumus, *est in ratione subduplicatâ totius Vis partes*
introprementis.

Lamina quæcumque ex his, si separatim relaxaretur,
æquali Tempore ad pristinum situm rediret, sive ma-
gis sive minus flexa foret *; unde deducimus, junctis.
1374. his omnibus, *Relaxationem partium flexarum etiam sem-*
per fieri æquali Tempore, quando idem Corpus hac Relaxa-
tione movetur. Hoc constabit si, mutatis mutandis, huc
referamus, quæ de Laminâ flexâ in N^o. 1334. diximus.

Si hæc velimus ad Sphæras Elasticas referre, & inde
conclusiones deducere, quædam præmittenda sunt.

1375. Sit ACBE Sphæra; ponamus punctum C usque ad D.
T A. B. intropremi; id est, superficiem ACB. sese applicare su-
XLIV. perferiei alius Corporis; tunc, si Maculam ibi imprimat, Ma-
Fig. 10. culæ diameter erit æqualis arcui ACB Arcus autem hic
1376. semper exiguus admodum est, potestque haberi pro summâ
Subtensarum AC, CB; & etiam pro æquali ipsi Lineæ AB.

1377. Ductâ AE, Triangulum CAE est Rectangulum *;
*31. El. III. quare Triangula CAD, CAE sunt similia *; &
*8. El. VI. DC, CA, CE, proportionales *; unde sequitur Qua-
*4. El. VI. dratum Subtensæ æquale esse Rectangulo ex Abscissâ
*17. El. VI. 1378. CD & Diametro CE *. Ergo *Quadrata Subtensarum*

*1. El. VI. AC, aC, sunt inter se, ut Abscissæ respondentes CD,

1379. C d *. Subtensæ hæc sunt ut Diametri Macularum, quan-
do Introcessionis Abscissis æquales sunt: Ideò quoque sunt
hæ Abscissæ, ut quadrata Diametrorum Macularum, id
est,

est, sunt ut ipse *Macula* *; quas æquales esse vidimus *2.El.XII.
 Basibus Segmentorum ABC , abC *. *1376.

In hoc eodem casu Abscissæ mensurant Inflexiones ex- 1380.
 ternæ Laminæ Corporis; sunt ergo Quadrata Abscissa-
 rum, ut *Vires quibus partes fuere compressæ* *; quæ Vires *1378.
 ideo etiam sunt ut *Quadrata Macularum*.

In Triangulo ACB , AB se habet ad nn , ut CD , 1381.
 ad Ca ; idcirco dictæ segmentorum Bases sunt quoque,
 ut AB ad nn *. *1379.

Si nunc integrum Segmentum ACB concipiamus 1382.
 divisum in innumeros orbes, planis ut ab , ab , ipsi
 Basi AB parallelis, singuli orbes proportionales erunt
 Lineis respondentibus nn , ee ; si autem Lineæ singu-
 læ latitudinem habeant æqualem crassitie orbis respon-
 dentis, partes Trianguli ACB , proportionales erunt,
 partibus respondentibus ipsius Segmenti; & Segmenta
 ipsa ACB , aCb , aCb , erunt inter se, ut Triangu-
 la ACB , nCn , eCe . Triangula ipsa sunt, ut Qua-
 drata Basium AB , nn , ee *, quæ Bases sunt ut ipsæ Ba- *19.El.VI.
 ses Segmentorum *. Ergo ipsa Segmenta sunt, ut Qua- *1381.
 drata horum Basium, id est, ut Quadrata Macularum; 1383.
 aut ut *Vires quibus partes intropremuntur* *. *1380.

Si eadem Sphæra Elastica, diversis Velocitatibus, in- 1384.
 currat in Obstaculum fixum Elasticum, Quadrata Macu-
 larum erunt, ut Quadrata Velocitatum *, id est, Ma- *1380. 755.
 cule erunt ut Velocitates.

EXPERIMENTUM I.

Ut in Exper. 1. Capitis 3. hujus Libri hîc quoque 1385.
 utimur Plano graviori marmoreo, cæruleo, paululum
 madefacto, ut Color magis sit intensus.

Globus eburneus demittitur, & cadendo in Pla-

- T A B. num impingitur, Maculamque circinatam in hujus superficie relinquit. Cadat Globus ab altitudine novem Pollicum, & fit Macula E; cadat deinde ab altitudine trium Pedum, prioris quadruplâ, & fit Macula F; tandem cadat ab altitudine sex Pedum & novem Pollicum, noncuplâ prioris, & fit Macula G. In hoc Experimento Velocitates Corporis sunt inter se, ut unum,
 * 374. duo, & tria *; in quâ etiam ratione sunt Maculæ E, F, & G; nam, formando Triangula rectangula DAB, DBC, in quibus latera DA, AB, BC sunt æqualia inter se, & Diametro Maculæ E, Linea BD, exactissimè æqualis erit Diametro Maculæ F, & Linea CD Diametro Maculæ G. Maculæ autem sunt ut
 1286. Quadrata Diametrorum *; & Quadratum Lineæ BD æquale est Quadratis Linearum æqualium AB, AD; & Quadratum Lineæ CD valet Quadrata linearum BC, BD; aut trium Linearum æqualium DA, AB, BC. Si ope Circini proportionum Macularum Diametros conferamus sunt hæc inter se, ut 72, 102, 123, quorum Quadrata sunt proximè, ut 1, 2, 3.
 1387. Si agatur de diversis Corporibus, sed quæ equalium Sphærarum portionibus terminantur, ut in dicto Experimento
 * 820. 1^o. Capitis 3^o., Quadrata Macularum, aut Quadratorum Quadrata Diametrorum Macularum, sunt ut Masse
 1380. 717. per Quadrata Velocitatum *.
 1388. Si Sphæræ differant, sive ipsa Corpora sint Sphærica, sive tantum Sphæricè terminentur, quamdiu de Materia equaliter Elasticâ agitur, Segmenta intropressa sunt inter se, ut Vires quibus intropremuntur. In utraque enim Sphærâ hæc Regula obtinet; quare & ad diversas applicari poterit, si in unico casu locum habeat in conferendis.

dis duarum Sphærarum Segmentis. Hic autem casus datur, quando Abscissæ sunt æquales; partium enim respondentium Introcessionibus sunt æquales, & diversa resistentia tantum diversæ quantitatis Materiæ tribui potest.

Sint Sphæræ duæ M & N; harum Segmenta AFB, 1389.
ACB, æquales Bases habentia, inæquales habent altitudines FD, DC. Concipiamus has altitudines dividi ^{TAB.} ^{XLIV.} Fig. 13.

in partes æquales infinitè exiguas, eundemque esse numerum partium in utraque altitudine. Concipiamus ulterius per singulas divisiones Segmenta secari, planis parallelis ad Basim; habebimus Segmenta divisa in Orbes tenuissimos ita, ut crassities singulorum, in primo Segmento, se habeat ad crassitiem in alio, ut FD ad DC; propter æqualem numerum partium in utraque altitudine. In utroque Segmento Orbes, recedendo à Basi, minuuntur juxta eandem Legem *, ita ut respondentes Orbes æquales sint. * 1378.

Unde sequitur Orbem quemcumque, in primo Segmento, se habere ad respondentem in alio, ut crassities ad crassitiem, id est, ut FD ad DC; & summa omnium Orbium ad summam omnium, id est, ipsum Segmentum AFB ad Segmentum ACB, quoque ut FD, ad DC *. * 12. El. V.

Agimus in omnibus hisce de Segmentis exiguis; ideo 1390.
FD, DA, FG sunt proportionales *; ut & DC, DA, * 1377.
CE. Ergo utrumque Rectangulum FD per FG, & DC 1376.
per CE, æquale est Quadrato Lineæ DA*; suntque * 17. El. VI.
Rectangula æqualia inter se; unde deducimus FD, DC: : * 16. El. VI.
CE, FG*; & Segmenta, quorum Diametri sunt æqua- 1391.
les, sunt inversè, ut Sphærarum Diametri; & in eadem
ratione Vires, quibus intropremuntur *. * 1388.

Ex his, collatis inter se, deducimus universalem Regulam hanc, Vires, quibus Corpora percutiuntur, esse dire-

- * 1380. *Est ut Quadrata Macularum* *, & *inverse ut Globorum*
 * 1391. *Diametri* *. Quod ita potest exprimi, Productum Massæ
 * 757. per Quadratum Velocitatis * est, ut Quadratum Ma-
 culæ divisum per Diametrum Globi; & multiplicatis
 ambabus hisce quantitatibus per Diametrum Globi, in
 hanc aliam Regulam ultimam mutamus.
1393. *Quadratum Macule sequitur rationem Producti Masse*
per Diametrum Globi, & per Quadratum Velocitatis.
1394. *In Corporibus Sphericis Massa sequitur rationem tripli-*
 *18. EL. XII. *catam Diametri* *; id est, est ut Cubus Diametri; &
 pro his Corporibus Regula ita potest exprimi; *ipsa*
Macula, aut Quadratum Diametri Macule, sequitur ra-
tionem Producti Quadrati Diametri Globi per Velocitatem
Corporis.
1395. *In hoc casu si Velocitates sint æquales, Globorum Diame-*
tri erunt inter se, ut Diametri Macularum.
- Agitur in his omnibus de eâdem Elasticitate; hanc
 habemus in Corporibus ex eodem Ebore. Omne autem
 Ebur æqualem habere Elasticitatem affirmare non ausim;
 quamvis nullam potuerim detegere differentiam in pau-
 cis Experimentis, quæ à me circa hanc fuere tentata.

EXPERIMENTUM 2.

1396. *In hoc Experimento, Globi demittuntur in Planum*
 * 1385. *marmoreum, eodem modo ac in præcedenti* *; utimur
 Globis eburneis, quorum Diametri utcumque diffe-
 runt. Demittuntur hi ab æqualibus altitudinibus, &
 Maculæ exactissimè mensurantur. Mensuratis quoque,
 ope Circini, cruribus incurvatis instructi, Diametris
 Globorum, inter has & illas eandem habebimus Pro-
 portionem; ut auxilio Circini Proportionum facillime
 detegimus.



S C H O L I U M.

De Temporibus in quibus Inflexiones Corporum Elasticorum absolvuntur.

Inflexio partium Corporis fit juxta easdem Leges, juxta quas flectitur Lamina Elastica; si pro Inflexione Elastarii ponamus altitudinem Segmenti intropressi *. Ergo conferendo inter se quæ in N^o. 1369. & 897. dicta fuere in hanc incidimus Regulam. 1397. * 1335. 1374.

Si Corpus, cadendo, in Obicem firmum impingatur; Tempus Casus se habebit ad Tempus, quo partes introcedunt, in ratione composita ex ratione altitudinis, à quâ Corpus cecidit, ad altitudinem Segmenti intropressi, & ex ratione Diametri Circuli ad Quadrantem Circumferentia. 1398.

Si de Globo agatur, Quadratum Semi-Diametri Maculae, æquale est producto altitudinis Segmenti per Globi Diametrum *. 1377.

Si ergo de Globo agatur, dicta Tempora sunt inter se in ratione composita producti Altitudinis, à quâ Corpus cecidit per Diametrum Globi, ad Quadratum Semi-Diametri Maculae, & ratione Diametri Circuli ad Quadrantem circumferentia. 1399.

Globum cujus Diameter erat 1, 585. Pol. demissimus ab altitudine Sefqui-Pedis; & Diameter Maculae fuit 0, 15. Pol. Ponimus nunc Tempus Casus ab altitudine Sefqui-Pedis dari 0'', 31; initâ computatione detegimus Inflexionis Tempus fuisse 0'', 000048, quod valet decem Minura quinta cum semisse, aut $\frac{1}{208572}$ unius Minuti secundi. 1400. * 1368. 883.

Eodem modo fuit determinatum Tempus in N^o. 1133. memoratum; Hæmisphærii etiam fuit demissum ab altitudine Sefqui-Pedis; Diameter Sphærae erat 2, 17, Poll. & tandem Semi-Diameter Maculae 0, 0825. Poll. 1401.

Unicum Experimentum sufficit, ad Tempora determinanda, quamdiu de eâdem Elasticitate agitur, & de Figuris Sphæricis. 1402.

Sit a Altitudo à quâ Corpus demittitur; M Corporis Massa; D Diameter Sphærae; d Diameter Maculae; m ad n ratio Diametri Circuli ad Circumferentiam; T Tempus Casus ab Altitudine a ; & tandem t Tempus quo partes Elasticæ inflectuntur.

Regula ultima hanc nobis dat Proportionem.

$$T, t :: D a m, \frac{1}{16} d d n;$$

unde $t = \frac{T d d n}{16 D a m}$. & $t t = \frac{T^2 d^4 n^2}{256 D^2 a^2 m^2}$. Cum nunc tantum agatur de proportionem detegenda, rejicimus omnes constantes quantitates, & $t t$ proportionem sequitur $\frac{T^2 d^4}{D^2 a^2}$. pro T^2 pono a , quia proportionales sunt hæ quantitates *; & cum d^4 sequatur proportionem Quadrati Maculae, pro hac Quantitate hanc aliam scribo $M D a^*$; ponendo a pro Quadrato Velocitatis *; & habeo $\frac{M D a a}{D^2 a a} = \frac{M}{D}$, & patet Quadratum Temporis Inflexionis partium Elasticarum

* 374.
* 1393.
* 374.
1403.

carum

earum sequi rationem directam Massæ, & Inversam Diametri Globi, quæcum-

1404. *que sit Velocitas. Si de Sphericis Corporibus agatur, Massæ est ut Cubus Dia-*
 18. El. XII. *metri *, & Tempus ut ipsa Diameter.*

1405. In huc usque explicatis Inflexionem tantum consideravimus unius Corporis; & posuimus hoc in superficiem planam Corporis immobilis impingi; in omni tamen Impactione Corpora ambo introcedunt, nisi cohesio partium in uno admodum superet cohesionem in alio; Posuimus ita plani Corporis partes coherere, & hac de causâ adhibuimus in Experimentis Lapidem admodum durum, si cum Ebore conferatur.

Demonstrata quoque locum haberent, si Obstaculum planum eandem haberet Elasticitatem cum Globo; tam summa Inflexionum æqualis esset Segmento Sphæræ cujus Basis esset ipsa Macula.

1406. Si autem ponamus *Obstaculum fixum etiam Figurâ Sphericâ terminari*, non major erit difficultas. Inflexio fiet juxta easdem Leges; duo Segmenta in tali casu intropremuntur; quæ durante integrâ Actione æquales continuò habent Diametros; altitudinesque in hoc augmento eandem rationem servant, inversam Diametrorum *; & hæc Introcessio respectu solius Altitudinis Segmenti differt ab Introcessione unius Sphæræ; poteruntque demonstrata de Tempore * huc referri, si pro Altitudine Segmenti adhibeamus summam Altitudinum, id est, FC.

* 1391.

* 1397.

T A B.
X L I V.

Fig. 12.

* 1399.

Vidimus, propter Segmenta admodum exigua, $\frac{AD^2}{FG} = FD$, & $\frac{AD^2}{CE} = DC$;

ergo $FC^2 = \frac{AD^2 \times FG + CE}{FG \times CE}$; unde sequitur, Tempus Introcessionis partium

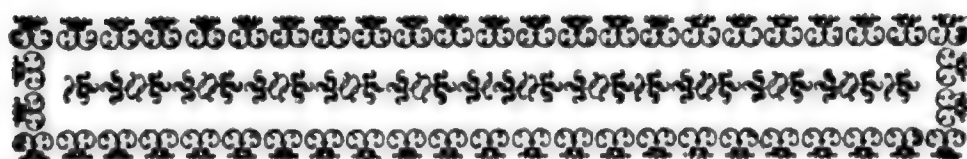
determinari, si in Regulâ N°. 1398. pro Altitudine Segmenti, hunc hujus valorem ponamus; incidimus tunc in Regulam, quæ hoc solo differt cum N°. 1399., quod pro Diametro Globi nos nunc adhibeamus Productum Diametrorum divisum per harum summam. Ex quibus quoque sequitur eandem quoque desiderari mutationem in N°. 1403. qui nobis Regulam hanc dabit. *Quadrata Temporum Inflexionum sequi Rationem directam Massarum & summa Diametrorum, & inversam Producti Diametrorum.*

1407. Possumus hac referre ad Collisionem duorum Corporum, in se mutuò impactionem, & Figuris Sphericis terminatorum; pro Massâ tantum debemus substituere

* 1027. *Productum Massarum divisum per harum summam *.*

1408. In hoc casu ipsum quoque Tempus Inflexionis, cujus duplum est integrum Collisionis Tempus, determinamus; nam Quadratum Temporis in N°. 1400. detecti, se habet ad Quadratum Temporis quæsiti, ut Pondus Globi ibi adhibiti, divisum per Diametrum, se habet ad summam Diametrorum Corporum concurrentium, multiplicatam per Productum Massarum, & divisam per Productum summæ Massarum, multiplicatæ per Productum Diametrorum.

FINIS LIBRI SECUNDI.



PHYSICS

ELEMENTA MATHEMATICA, EXPERIMENTIS CONFIRMATA.



L I B E R III.

Pars I. De Gravitate, & Pressione Fluidorum.



C A P U T I

*De Gravitate partium Fluidorum, & illius Effectus
in ipsis Fluidis.*



Fluidum vocatur Corpus, cujus partes impressioni cuicunque cedunt, & cedendo facillimè moventur inter se *. Unde sequitur, ^{* 68.}
Fluiditatem ex eo oriri, quod Partes non ar- 1409.
etè inter se cohereant, & quod motus non im-
pediatur inaequalitatibus in Partium superficiebus, ut fit in
Pulveribus.

Particula autem, ex quibus Fluida constant, ejusdem 1410.
sunt Natura cum aliorum Corporum Particulis, easdem-
que proprietates habent; Fluida enim sæpe in Solida con-
vertuntur, quando magis arcta inter Partes cohesio da-
tur, ut Glacies; Metalla contra liquefacta exemplum
Solidi in Fluidum mutati præbent.

Ecc

Fluida

1411. *Fluida & eo cum Corporibus solidis congruunt, quod consistant ex Particulis gravibus, Gravitationem Materia quantitati proportionalem, ubicunque posita, habentibus. Si in ipso Fluido Gravitas sensibilis non sit, ex eo hoc oritur, quod Partes inferiores superiores sustineant, hasque descensu arceant: ipsam verò Gravitationem eo non destrui liquet; nam Vase contentum Fluidum pro sua quantitate gravat Libram, cui Vas appenditur. Sequenti Experimento, ubique in Fluido Particulas Gravitationem servare, ad sensum demonstratur.*

EXPERIMENTUM I.

1412. *Phiala A clausa, capillo equino juncta, aquâ immergitur, & manu sustinetur; si Phiala, manente hac immersâ, aperiatur, Aqua, quæ Phialam intrat, admodum hujus auget Pondus; quamvis cum Aquâ exteriori communicationem illa habeat.*
1413. *Ex hac Gravitate sequitur, Superficiem Fluidi, Vase inclusi ne effluat, si superne illud non prematur, aut equaliter prematur, planam fieri, & horisonti parallelam. Cùm enim impressioni cuicunque Particulæ cedant, tam diu Gravitate moventur, donec descensui locus non amplius detur.*
1414. *Particula inferiores superiores sustinent, & hisce premuntur; Pressioque hæc sequitur proportionem Materia incumbentis, id est, altitudinis Fluidi supra Particulam pressam; cùm vero Superficies suprema Fluidi sit ad horizon-*
1415. *tem parallela*, omnia puncta Superficie cujuscunque, quæ concipitur in Fluido ad horizontem parallela, equaliter premuntur.*
1416. *Si ergo, in aliquo loco talis Superficie, Pressio detur minor, quam in cæteris punctis, Fluidum, quod impressioni cuicunque*

cunque cedit, *ibi* movebitur, id est, *adscendet*, donec *Pressio fuerit equalis*.

EXPERIMENTUM 2.

Tubi vitrei A, ab utraque parte aperti, cujus ex- 1417.
tremitas una digito clauditur, extremitas altera Aquâ TAB.
immergitur; cum Tubus aëre repleatur, Aqua in hunc XLV.
ad parvam admodum altitudinem adscendit; si digitus Fig. 2.
tollatur, ut aër pressus exeat, Superficies, quæ in Aquâ
concepitur horizonti parallela juxta inferius orificium
Tubi, minus premitur in loco, qui aperturæ Tubi
respondet; Aqua tunc in Tubum adscendit, & non
quiescit, nisi in hoc elevetur ad eandem altitudinem
cum Aquâ exteriori.

Pressio in Particulas inferiores, quæ oritur ex Gravi- 1418.
tate Fluidi superioris, *Actionem suam exserit omnes par-*
tes versùs, & quidem equaliter.

Hoc ex naturâ Fluiditatis sequitur; nam Fluidi par- 1419.
tes Impressioni cuicunque cedunt, & facillimè moventur;
Gutta ergo quæcumque locum, quem occupat, non ser-
vabit, si, dum à Fluido superiori premitur, ab omni par-
te non retineatur; moveri autem non potest, propter
Guttas vicinas, quæ eodem modo, & eâdem cum Vi à
Fluido supereminenti premuntur; quiescit idcirco Gutta
prima, & ab omni parte, id est, juxta directionem quam-
cunque, premitur. Dicimus quoque, ipsam æqualiter
premi; Lateralis enim Pressio se habet respectu verti-
calis, ut hæc respectu illius; ideo, si ut detur æquili-
brium, verticalis Pressio à Laterali differre possit, ex gr.
hanc superare, ex quacumque causâ, ex hac eâdem
ultima Pressio quoque primam superare debebit, pro-
pter reciprocâ & omnino similem, relationem; cum

hoc quoque in directionibus quibuscumque obtineat, sequitur inæqualitatem inter Pressiones dari non posse.

EXPERIMENTUM 3.

1420. TAB. XLV. Fig. 2. Tubi vitrei B, C, D, eodem modo, ac de Tubo A in præcedenti Experimento dictum, Aquâ immerguntur; & Aqua in omnes, sublato digito, ad eandem altitudinem adscendit, quàm in tubo A; in hoc Pressio sursum dirigitur; in tubo B deorsum; in tubo C est lateralis; in tubo D obliqua; in unoquoque tamen Pressio æqualis est. Si major Fluidi quantitas Vase infundatur, æqualiter etiam Aqua in singulis tubis elevatur.

1421. Ex hisce sequitur, *Fluidorum Particulas singulas* ab omni parte æqualiter premi, & ideo *quiescere*; illasque non continuo inter se moveri, ut a multis statuitur. Si in quibusdam occasionibus talis motus detur, hic causæ peculiari tribuendus erit.

1422. *In Tubis communicantibus, sive equalibus, sive inæqualibus, sive rectis, sive obliquis, Fluidum eandem adipiscitur altitudinem*; id est, omnes Superficies supremæ sunt in eodem plano horizonti parallelo; quod faciliè ex dictis deducitur.

1423. TAB. XLVII. Fig. 1. Sit vas A, Tubus verticalis B, & Tubus inclinat D; communicationem habeant per Tubum C E; detur in his Fluidum, & concipiatur superficies horizonti parallela $f h g$; si altitudines $f i$ & $h k$ fuerint inæquales, Fluidum adscendet ubi minor est. * Ex eadem ratione, nisi Pressiones in g & h fuerint æquales, Fluidum non quiescet; has verò æquales esse, quando k & p sunt in eodem plano horizontali, demonstramus.

Sint

Sint vp, pl, so, rn, qm , horizontales, & verticales ps , xor , tnq , $lm g$; in singulis his horizontalibus superficiebus ubique Pressio æqualis est *. Punctum s sustinet columnam Fluidi ps , æqualiter premitur o , & r sustinet Pressionem xr ; eodem modo patet in q Pressionem esse qr ; & punctum g premi, quasi sustineret columnam gl . Sunt ergo Pressiones æquales, quando k est in eodem plano horizontali in quo sunt l & v . * 1415.

EXPERIMENTUM 4.

Machinæ, hîc delineatæ, Aqua infunditur; post agitationem quamcunque non quiescit, nisi omnes superficies sint in eodem plano horizonti parallelo. Vas vitreum A cum Tubis vitreis B & D, ope Tubi ænei CE, conjungitur. 1424. TAB. XLVII. Fig. 2.

Non omnia Fluida sunt æquè gravia; id est, non eandem Materię quantitatem in spatiis æqualibus continent, in singulis tamen prædicta locum habent. 1425.

Quando Fluida, diverse Gravitatis, eodem Vase continentur, gravius locum infimum occupat, & premitur à leviori, illudque pro altitudine hujus. 1426.

EXPERIMENTUM 5.

Detur Aqua, aliquo Colore, rubro ex. gr., leviter tincta, in Vase vitreo A, ad altitudinem bc ; ei immergatur Tubus vitreus de ; Aqua in hunc adscendit ad altitudinem bc *; nunc Vase infundatur Oleum Terbinthinæ, quod Fluidum est Aquâ levius; statim Aqua in Tubo elevabitur; & eo magis, quo ad majorem altitudinem Oleum infunditur; non tamen Aqua in Tubo ad eandem pertingit altitudinem cum Oleo in Vase; quia cum Aqua gravior sit, non hujus eadem, quam Olei, altitudo requiritur, ut Pressiones sint æquales. 1427. TAB. XLV. Fig. 3. * 1416.

1418. Qui hocce Experimentum cum Mercurio & Aquâ instituire voluerit, majorem inter altitudines reperiet differentiam, propter majus inter Gravitates discrimen.

EXPERIMENTUM 6.

1419. Immergatur Tubi extremitas Aquâ; Oleumque Tubo infundatur; Aqua in Tubo deprimetur ad d ; & altitudo Olei *de* major erit altitudine Aquæ in Vase; si profundius immergatur Tubus, Aqua majori quantitate hunc ingreditur; si elevetur, Aqua iterum exit; ipsumque Oleum insequitur, si ad illam tollatur altitudinem, ut Olei Pressio Aquæ Pressionem, in parte inferiori Tubi, superet.

TAB.
XLV.
Fig. 4.

CAPUT II.

De Actione Fluidorum in Fundos, Latera, & Opercula, Vasorum, quibus continentur.

1430. **F**undus & Latera Vasis, quo Fluidum continetur, ut & Operculum, quando supra hoc in Tubo Fluidum elevatur, à partibus Fluidi illa immediate tangentibus premuntur; & propter Actioni æqualem Reactionem*, æqualem etiam Particulæ istæ Pressionem sustinent. Cum verò Pressio in Fluidis omnes Partes versùs sit æqualis, Fundus & Latera æqualiter premuntur cum Particulis Fluidi vicinis; *Actio ergo hæc ad instar altitudinis Fluidi crescit**, & ubique ad eandem profunditatem est æqualis, pendetque ab illa altitudine, & nullo modo à Fluidi quantitate. Manente igitur Fluidi altitudine, & magnitudine superficiæ quæ premitur, æqualis semper erit Actio in hanc superficiem, utcumque mutetur Vasis figura. Generalis est ergo hæc Regula,

* 361.

* 1418.

1414.

la, *Pressionem, quam patitur Superficies quaecunque, va-* 1431.
lere Pondus columna ex Fluido, cujus basis est ipsa Superfi-
cies, & altitudo, in singulis punctis, distantia verticalis su-
prema Superficie Fluidi ab his punctis.

Talem esse, in Vase prismatico verticali, *Pressionem* 1432.
in Fundum non facile in dubium quis vocabit; nam to-
tum Fluidi Pondus, & nil præterea, sustinet Fundus:
servatâ autem altitudine Fluidi, & basi Vasis, ex de-
monstratione sequitur, non mutari *Pressionem* in Fun-
dum; licet, mutatâ figurâ, Vas majorem, aut minorem,
Fluidi copiam contineat. Hoc cum Experimentis con-
gruit, & pro singulis ex Naturâ Fluiditatis deduci po-
test, ut, post exposita Experimenta, distinctius videbimus.

M A C H I N A,

Quâ Experimenta de Fluidorum Pressione instituuntur.

Cylindrus cavus A, ab utraque parte apertus, ab 1433.
interiori parte exactissimè politur; hujus diameter, ut TAB. XLV.
& altitudo, parum excedunt tres pollices cum semis- Fig. 5.
se, & Aqua in hoc Cylindro ad altitudinem trium
Pollicum ponderat Libram unam.

Ope cochleæ ei additur Annulus I, ut à Tripode 1434.
sustineatur. Pedes autem cochleis Annulo junguntur,
ut, ubi necesse est, tollantur. Separatum Pedem unum
exhibemus in L; ita in superiore parte flexus hic est, ut
ab Annulo I remotus sit ipse, quando pars *po*, superio-
ris extremi, juxta inferiorem superficiem Annulo inseri-
tur. Securiclata est pars hæc, ut sponte hæreat, ante
applicatam cochleam *n*, quæ majori firmitati inservit.

Cylindro A inferitur Fundus æneus ambulatilis; con- 1435.
stat hic ex Orbe R, cui conjuncta est Cauda *ts*, Cylin-
drica, & perpendiculariter ipsi in centro insistens. Cy-
lindrus

lindrus hic *t* s trajicit ipsum hunc Orbem R, & inferiori parte S cochleam efficit. Superfici ei inferiori Laminæ R, applicatur, interposito Corio, superior superficies Cylindri M, Semi-Pollicem alti; ne Corium hujus excedat basim cavendum. Cylindrus hic cavus est, & quidem ex tenuiori metallo ut minus ponderet. Cylindrum hunc superius apertum figura exhibet; tunc minus ponderat, & ipsius ora sulco, in inferiori superficie Laminæ R, inseritur; Corio ingressus Aquæ cohibetur; magis tamen commodum erit, ipsum hunc Cylindrum, Laminæ R, conferruminare. Cochlea S liberrimè Cylindrum trajicit, cui applicatur Laminâ O, in cujus Centro foramen datur Cochleâ instructum, ipsi interiori cochleæ S respondentem.

Conversione Cochleæ, Lamina coriacea N, inter O & M firmatur: Corium hoc ab omni parte Fundum quantitate Semi-Pollicis excedit, & tegit Cylindri M superficiem externam, quando Fundus Cylindro A intruditur; impeditque ne Aqua, dum Fundus movetur, effluat; quod melius procedit, quando Corii epidermis Cylindri mobilis superficiem tangit.

1436. Corio utor vitulino; Oleo immergitur, post aliquot dies extrahitur, ut per æquale tempus in Aquâ mace-retur; quâ adhibitâ præparatione, Corium probè Oleo & Aquâ illinitur, moveturque Fundus variis vicibus per Cylindrum; & per biduum aut triduum in hoc relinquitur. Ita præparatum Corium per multos annos Experimentis inservire potest; si, in loco sicco serve-tur. Ubi Experimenta instituenda sunt, Corium cum Fundo jungatur, Oleo & Aquâ illinatur, tuncque per

per aliquot horas, aut potius dies, in Cylindro relin-
quatur, antequam Machinâ utamur. Immediatè etiam
ante Experimenta iterum Oleo & Aquâ illiniri debet;
facilè tunc Fundus movetur, & exactè aquam retinet:
motus quoque juvatur, si etiam Cylindri A superficies
interior Oleo illita sit. Corium neque nimis tenue,
neque nimis crassum, adhibendum; quod judicio Arti-
ficis relinquitur.

Cauda *t s* motum Fundi dirigit; transit enim per fo- 1437.
ramen *m* in Laminâ B, quæ Cylindro majori A super-
imponitur, & in ejus orâ in incisionibus hæret; Cau-
da Oleo illinitur. In hujus superiori parte foramen
datur in *s*, ut cum Fundo, ope unci *v*, jungatur Ca-
tena ænea T, quæ per Tubum, statim memorandum
F, immittitur; ut, ope hujus Catenæ, Fundus cum bra-
chio Libræ conjungatur.

Cylindrus A, Operculo C, cochleâ instructo, re- 1438.
gitur, & ne Aqua effluere possit, interponitur annu-
lus coriaceus G, qui, ope cochleæ, quâ operculum jun-
gitur Cylindro, arctè comprimitur; Operculo cohæret
Lamina quadrata, & securiclata, *e*, & cum Cylindro
A conjuncta est ansa *b*, ut auxilio clavis E, & stili
H, magis commodè aperiatur, & claudatur, Cylindrus.
In medio perforatum est Operculum; & Cylindrus ca-
vus *d*, ab exteriori parte cochleâ circumdatus, cum
illo cohæret; ut Tubus F cum Machinâ conjungatur;
etiam hîc, adhibito Corio, Aquæ effluxus cohibetur,
& adhibitâ clave compressio datur arctâ.

In Experimentis Pondera ut P Cylindro A impo- 1439.
nuntur; plurima desiderantur, duo quatuor Librarum,
duo duarum Librarum, duo unius Libræ, totidem se-

Fff

mi-

mi-Libræ, ut & quartæ partis Libræ. Pondera hæc ad latus sunt incisa, ut recipiant Tubum F.

1440. Ut autem commode operculo C imponantur hæc Pondera, ipsum hoc tegimus Annulo ligneo Q; quem in situ inverso repræsentamus; incisio lateralis quoque datur in *q*, cujus ope recipit Tubum F; deprimitur tunc, estque ita excavatus, ut recipiat Cylindrum D, & Laminam *e*.

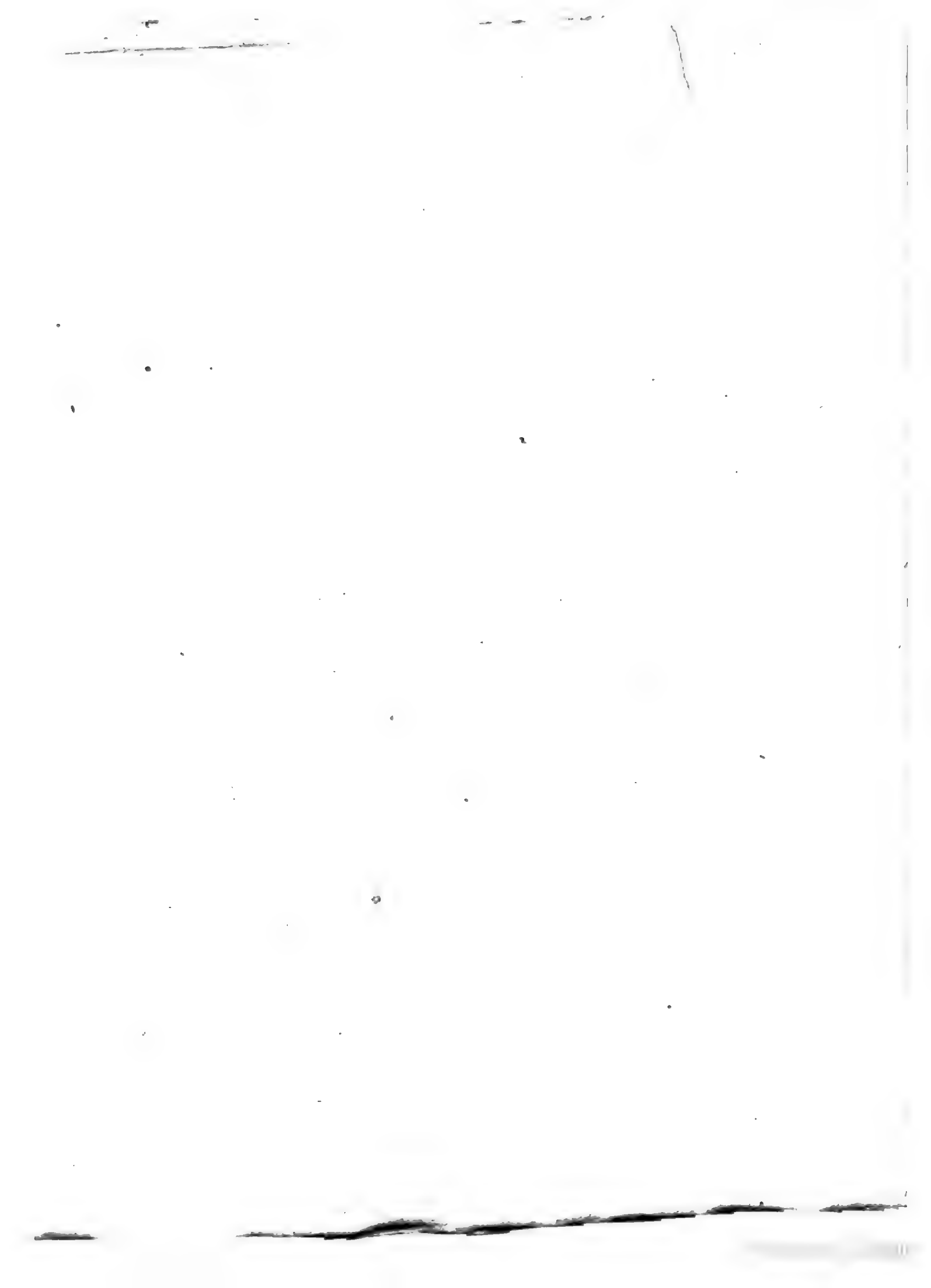
EXPERIMENTUM I.

1441. Tigna tria, in imo divaricata, sustinent Caput ligneum I. Ita hæc sunt incisa, ut dum Caput sustinent, lateraliter quoque Tignorum extrema huic applicentur; Verticulis Tigna Capiti juncta sunt, ut ubi Machina transehenda est, illa facili sibi mutuò admoveantur. Caput I ex duabus partibus, inferiori hexagona, & superiori sphaerica O, constat; Caput hoc trajicit cochlea ferrea V C, in inferiori extremo flexa, ut uncum V efficiat, cui Libra appenditur, quæ facili ad altitudinem, in Experimento requisitam, & quam Figura satis indicat, elevatur, conversione cochleæ exterioris D, quæ quoque ferrea est.

1442. Partes Machinæ, supra explicatæ *, ut dictum junguntur. Catena, quæ cum Fundo mobili cohæret *, in G brachio Libræ jungitur; mediumque altitudinis Cylindri A Fundus hic occupat, quando Libræ jugum horizontale est. Lanci E, Pondus imponitur, ut hæc in æquilibrio sit cum Pondere solius Fundi & Catenæ; quantum hoc Pondus sit antea explorandum. Cum Tubo F *, cujus longitudo est Pollicum triginta duorum, in superiori parte, ope cochleæ Infundibulum conjunctum est Cylindricum, cujus diameter est circiter novem, & altitudo quatuor, Pollicum.
- Jugo

TAB. XIV.





Jugo Libræ horizontaliter disposito, infundatur Aqua Tubo F, ut in Infundibulo pertingat; & ad altitudinem trium Pedum supra Fundum Cylindri elevetur; quæ in interiori superficie Infundibuli, colorato circulo, notanda altitudo est. Ponderi, Lanci E jam imposito, additur Pondus duodecim Librarum, & æquilibrium datur; id est, in situ horizontali manet jugum, ubi, in eo situ positum, sibi relinquitur. Diminuto, aut aucto, Pondere, adscendit, aut descendit, Fundus. Quantitate tamen ad minimum semi-Libræ, augendum, aut minuendum, est Pondus, propter attritum Fundi; sæpe major differentia desideratur; quod ab attritu pendet, qui minuitur agitando Fundum sursum & deorsum, antequam, in situ horizontali, sibi relinquatur.

Altitudo supremæ superficiæ Aquæ supra Fundum, in hoc Experimento, est, ut diximus, trium Pedum. Columnæ aquæ, cujus hæc est altitudo, & quæ basin æqualem Fundo Cylindri habet, Pondus est duodecim Librarum*; & Experimentum demonstrat tantum* 1433. etiam valere Pressionem Aquæ in Fundum, licet exigua tantum Aquæ copia hunc premat.

Cum de solo motu Fundi agatur, Machina firmanda est, ne tota elevetur, quod fit impositis Ponderibus P, P*.

EXPERIMENTUM 2.

Sublato Operculo cum Tubo, Cylindrus A conjungitur cum Cono truncato inverso N, cum quo in inferiori parte cohæret Annulus C cochleam continens, quâ hic, eodem modo, cum Cylindro A jungitur, ut de Operculo dictum*.

* 1439.
1440.

1443.
T A B.
XLVI.
Fig. 2.

* 1438.

Fff 2

Aqua

Aqua huic Machinæ infunditur ad eandem altitudinem supra Fundum, ac in præcedenti Experimento; Experimentum de cætero eodem modo peragitur, & eodem modo procedit; Pressioque, servatâ Aquæ altitudine, ex mutato Vase, & Aquæ quantitate, non mutatur. Altitudo Aquæ, in interiori superficie Vasis, notatur.

EXPERIMENTUM 3.

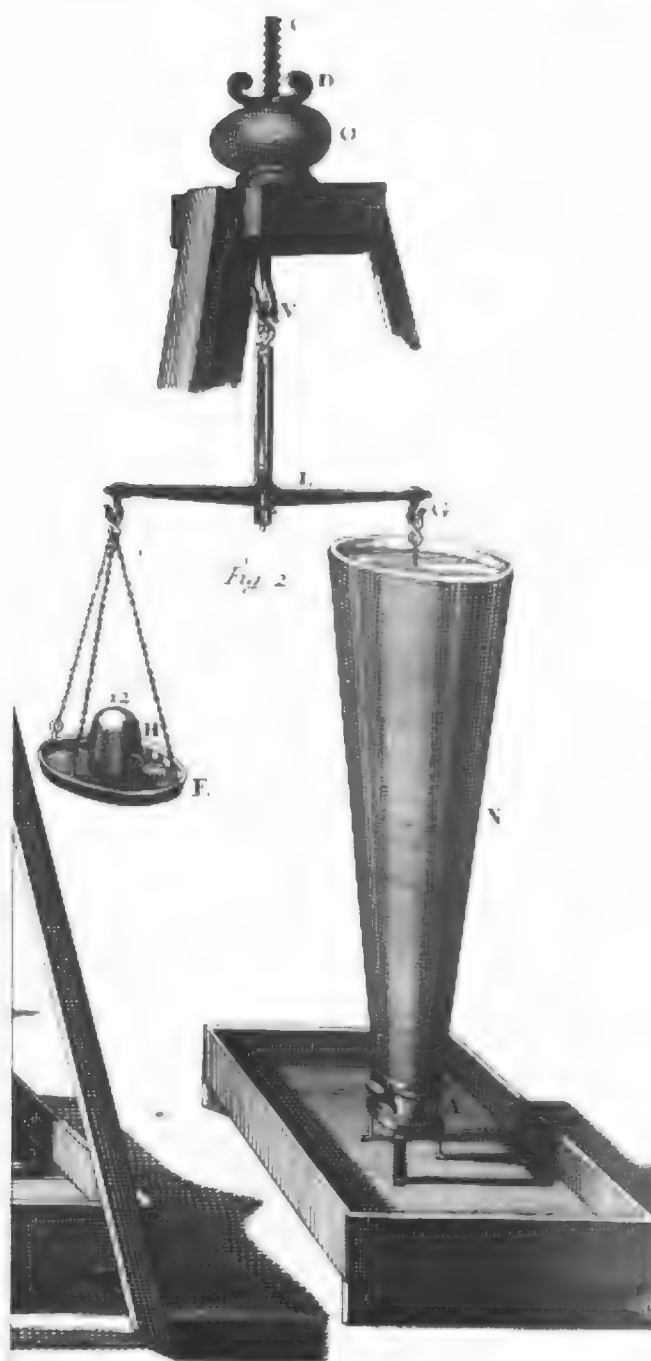
1444. Columna C *, quam sæpius jam adhibuimus, in
 TAB. Mensâ firmatur; ipsi conjungitur Brachium Q, cum
 XLVIII. unco suo v, huic Libra appenditur L; cujus Lanx
 Fig. 1. E parum à Mensâ distat, quando jugum in situ horizon-
 * 162. tali est: Brachio alteri appenditur Vas vitreum A,
 165. annulo cupreo ee cinctum, ut ipsi ansâ conjungatur B.

Columna D quoque firmata est infra ipsam Mensam, cochleâ per hanc penetrante.

Hac Columnâ, auxilio Brachii H, sustinetur Cylindrus ligneus G, qui in Vas A penetrat; sed ita, ut neque latera, neque fundum, Vasis memorati tangat, quando Libra est in æquilibrio. Si Vasi Aqua, ad quamcunque altitudinem, ita infundatur, ut cum Pondere P, lanci E imposito, æquilibrium detur; hocce erit Pondus totius Aquæ, quæ in Vase, sublato Cylindro, contineretur, positâ hac ad eandem altitudinem, quam ante sublatum Cylindrum habuit; & parva Aquæ quantitas, cujus suprema superficies elevatur, quâ Pressio in fundum augetur, magnum Pondus sustinet.

1445. Pressionem lateralem verticali æquari, adhibitâ sequenti Machinâ, ad oculum patebit.

MA.



MACHINA,

Quâ demonstratur Pressio Fluidorum lateralis.

Vas D B est Parallelopipedum ligneum, altum cir- 1446.
citer tres Pedes cum semisse; in inferiori parte, Fun- TAB.
dum versus, lateralis datur apertura, in quâ hæret XLVII.
Annulus æneus, cochleam continens, ut Cylindrus Fig. 3.
A, quem supra memoravimus *, interposito annulo * 1433.
coriaceo, firmetur; sublati in antecessum Pedibus,
qui cochleis Annulo inferiori annectuntur *. Mo. * 1434.
tus Fundi in Cylindro, in hoc casu, est horizonta-
lis. Ad latera Machinæ huic junguntur duæ Regu-
læ lignæ, quarum una videtur in G H; super his
horizontaliter movetur Regula C C, quæ in medio
F ad latus prominet; ut hujus motu intrudatur Cy-
lindri Fundus, quem Regula premit paululum infra
centrum. In C & C Funes, ut C e, C e, huic Regu-
læ alligantur; hi juxta Regulas, ut G H, protendun-
tur, transeunt super Trochleis in harum Regularum
extremitatibus, ut T, T, & iis appenduntur Pondera,
ut P, P.

EXPERIMENTUM 4.

Infundatur Aqua Vasi B D ita, ut Aquæ superficies 1447.
tribus Pedibus elevetur supra lineam, in quâ Fundus
premitur. Si Pondera P, P, singula sint sex Libra-
rum, ita ut simul sumta valeant duodecim Libras,
Pressio Aquæ Pondera sustinebit; & Fundus in hoc
casu æquè facillè intruditur, quàm extrahitur.

Vim, quâ Aqua sursum premit, æqualem esse illi 1448.
quâ deorsum, & ad latera, premit, sequenti Experi-
mento probatur.

EXPERIMENTUM 5.

1449. In medio superioris superficiei sustentaculi E, datur
 TAB. Cylindrus diametri circiter duorum Pollicum, cui im-
 IX LVI. ponitur Fundus mobilis Cylindri sæpius memorati A *;
 Fig. 4. ita ut, manente Fundo, ipse Cylindrus moveri possit;
 * 1443. hic Operculo suo tegitur, & cum eo conjungitur Tu-
 bus F longitudinis trium Pedum cum semisse; cui in
 superiori extremitate additur Infundibulum B, cujus
 diameter æqualis est diametro Cylindri A. Infundi-
 tur Aqua, tali quantitate, ut in Infundibulo ad alti-
 tudinem quamcumque detur. Manente Fundo, Machi-
 na elevatur; imponuntur Operculo Pondera P, P, P*,
 * 1439. quæ simul valent Libras novem; hæc, cum Pondere
 1440. totius Machinæ, ab Aquâ in Tubo sustentur; Pon-
 dus vero Machinæ, cum Tubis & Infundibulo, parum
 deficit à sex Libris.

Vis, quæ in Operculum agit, valet Pondus colum-
 næ aquæ, cujus basis est Operculum, demto forami-
 ne cui respondet Tubus, & cujus altitudo est, Aquæ
 altitudo supra superficiem interiorem operculi *; alti-
 tudo hæc est trium pedum cum semisse, ad Aquam e-
 nim in Infundibulo non attendimus; nam propter Cy-
 lindri A, & Infundibuli, æquales diametros, Pondus
 hujus Aquæ, valet exactè Actionem, quam in Opercu-
 lum exserit, sive major, sive minor, fuerit illius quan-
 titas.

1450. Manente Tubo si Cylindri diameter augeatur, actio
 in Operculum in eadem ratione cum Operculo cres-
 cet, ita ut minimâ Aquæ quantitate Pondus maximum
 sustineatur, ac etiam elevetur.

FOL-

FOLLIS HYDROSTATICUS.

Duo Orbes lignei A B, A B, diametri quindecim 1451.
Pollicum, Corio circumdantur, & junguntur ita, ut TAB.
formetur Vas Cylindricum, Folli aliquomodo simile, Fig. 5.
quod Aquam continere potest.

In orbe superiori datur foramen in *l*, cui respondet
Cylindrus æneus, cum Orbe cohærens, & cochleâ cir-
cumdatus, quo Tubus F, ejusdem longitudinis cum
Tubo in præcedenti Experimento, Machinæ jungitur.

EXPERIMENTUM 6.

Aqua Machinæ per Tubum infundatur, & Aqua in Tu- 1452.
bo sustinebit pondera P, P, P, P, P, quæ simul valent tre-
centas Libras. Hisce in Infundibulum adscendit Aqua; sed
exigua in Infundibulo est Aquæ altitudo. Pondera, in-
fundendo Aquam in Tubum, etiam elevari poterunt.

Hæc omnia, quantumvis paradoxa, ex Naturâ Flui- 1453.
ditatis sequuntur; Gutta quæcunque, quæ quiescit,
omnès partes versùs æquali cum Vi conatur recedere*; * 1418.
si ergo ab unâ parte prematur, illam partem versùs,
propter æqualem Actioni Reactionem, ipsa premet; &
hac eadem Vi omnes partes versùs recedere conabitur.
In primo Experimento, Aqua, quæ Fundum tangit,
& Tubo respondet, sustinet Pondus columnæ aqueæ
in Tubo contentæ, & ad Fundum usque continuatæ;
hac Vi Fundum premit, ut & Aquam vicinam, quæ
cùm effluere non possit, in Fundum, & Aquam vici-
nam, hac eadem Vi agit; quod & ad Aquam huic vi-
cinam applicari potest; quare, in omnibus Fundi pun-
ctis, datur Pressio æqualis Pressioni in loco, in quem
Aqua in Tubo agit; & ideo Fundus hic gravatur eo-
dem modo, ac si Aquæ columna, ejusdem altitudinis
cum

cum Aquâ in Tubo , & cujus basis esset ipse Fundus. huic imponeretur.

1454. Simili ratiocinio dilucidantur Experimenta 5. & 6. Patet enim singula Operculi puncta sursum premi ab Aquâ eâ Vi, quâ Aqua, quæ in aperturâ Operculi hæret, à superiori, quæ Tubum replet, deorsum premitur.

1455. In secundo Experimento concipiatur, Cylindrum A continuari ita, ut ad Aquæ superficiem perveniat; eo Aqua exterior ab Aquâ, hoc Cylindro contentâ, separatur, hæcque sola Fundum premit, Fundusque hanc totam sustinet. Aqua in Cylindro premit latera Cylindri, Aqua exterior premit superficiem anteriorem Cylindri, & superficies exterior eodem modo premittur ac interior, Pressionesque in puncta opposita sunt æquales; ita ut, si hæc superficies tollatur, Pressiones hæc sese mutuò destruunt; non interest igitur utrum talis superficies detur, an non; & eâ sublatâ, id est, sublatâ Cylindri continuatione, non mutatur Actio in Fundum.

1456. In Experimento tertio Pondus Lanci impositum, non modò sustinetur ab Aquâ in Vase, sed etiam ab Actione superficiæ inferioris Cylindri G in Aquam; quæ Actio æqualis est Actioni Aquæ in hanc superficiem, in quam eodem modo premit Aqua, ac in Exp. 5. in Operculum agit.

1457. Pressionem lateralem, qualem in Exp. 4. demonstravimus, æqualem esse illi, quæ sursum, aut deorsum, dirigitur, ex æqualitate Actionis Fluidi omnes partes versùs, facillè deducitur; clarum ergo est, ipsam nullo modo pendere ab amplitudine Vasis; & sepositâ agitatione, æquè facillè integrum Mare posse cohiberi,
ac

ac minimus rivulus, si Aquæ altitudo sit eadem.

Quamvis hæc omnia à Gravitate Fluidorum pen- 1458.
deant, hæc Actiones ab ipso Pondere distingui debent,
quod semper quantitati Materiæ est proportionale *. * 1455.

C A P U T III.

De Solidis Fluidis immersis.

Diversam Corporum Gravitationem, five Solidorum,
five Fluidorum, ex eo oriri, quod in spatio æqua-
li majorem, aut minorem, Materiæ quantitatem con-
tineant, ex ante dictis sequitur *. * 156.

D E F I N I T I O 1.

Materiæ quantitas in Corpore, considerata cum relatio- 1459.
ne ad Volumen Corporis, id est, ad spatium ab hoc occu-
patum, vocatur Corporis Densitas.

Corpus dicitur habere Densitatem duplam, aut tri-
plam, &c. Densitatis alterius Corporis, quando, po-
sitis Voluminibus æqualibus, Materiæ quantitas dupla,
aut tripla, &c. est.

D E F I N I T I O 2.

Corpus homogeneum dicitur, quod in omnibus Partibus 1460.
est ejusdem Densitatis. Hoc sensu nos vocem hanc adhibe-
mus, ad alia non attendimus, ut Corpus homogeneum
dicamus. Ideo quoque

D E F I N I T I O 3.

Heterogeneum vocamus Corpus, cujus non omnes Partes 1461.
æqualem Densitatem habent.

D E F I N I T I O 4.

Pondus Corporis, consideratum cum relatione ad Volu- 1462.
men, vocatur Corporis Gravitas specifica.

Ggg

Gra.

Gravitas specifica dicitur dupla, quando, manente Volumine, Pondus est duplum.

1463. *Gravitates ergo specifica, & Densitates, Corporum, in Corporibus homogeneis, in eâdem sunt ratione; & sunt inter se, ut Pondera Corporum equalium quantum ad Volumen.*

1464. *Si Corpora homogenea fuerint ejusdem Ponderis, Volumina eo sunt minora, quo Densitates sunt majores; &, manente Pondere, minuitur Volumen in eâdem ratione, in quâ Densitas augetur; sunt ideo in hoc casu Volumina, inversè ut Densitates.*

Ex his deducimus, quomodo in homogeneis Corporibus, si duæ dentur ex tribus rationibus, Ponderum, Voluminum, & Densitatum, tertia detegatur.

1465. *Pondera sunt in ratione compositâ Voluminum, & Densitatum.*

1466. *Volumina sunt directè, ut Pondera, & inversè ut Densitates.*

1467. *Tandem Densitates sunt directè, ut Pondera, & inversè ut Volumina.*

1468. *Quando Solidum Fluido immergitur, à Fluido ab omni parte premitur, Pressioque hac in ratione altitudinis Fluidi supra Solidum crescit. Ut hoc ex dictis in Capite præcedenti sequitur, ac etiam directo Experimento probatur.*

EXPERIMENTUM I.

1469. *Extremitati Tubi vitrei BC alligatur Saccus coriaceus S, Mercurio plenus; Vesica etiam potest adhiberi; immergitur Saccus hic Aquâ, sed ita, ut extremitas C Tubi extra Aquam maneat. Pressione Aquæ, in superficiem Sacci, adscendit Mercurius in Tubum, & pertingit ad m; adscensusque Mercurii sequitur*

TAB.
XLVIII.
Fig. 2.

tur proportionem altitudinis Aquæ supra Saccum.

Quando Solidum ad magnam profunditatem Fluido immergitur, Pressio, in superiorem partem, à Pressione, in inferiorem, vix differt; unde *Corpora, altè immersa*, 1470. *ab omni parte quasi aequaliter premuntur. Pressio autem*, 1471. *quæ ab omni parte æqualis est, à Corporibus mollibus sine figura mutatione, & ab admodum fragilibus sine disruptione, sustineri potest.*

EXPERIMENTUM 2.

Frustum Cerae mollis, figurae irregularis, & Ovum, 1472. Vesicae Aquâ repletæ includuntur; Vesica, exactè clau- TAB. XLVIII. fa, Pyxidi æneæ A inferitur; nos utimur Cylindro an- Fig. 3. tea memorato *, cum conjuncto Operculo, sed sublato * 1433. Fundo mobili, & Annulo cui Pedes adhærent, illumque, in situ inverso, Annulo ligneo * imponimus. Operculo * 1440. ligneo, quod in B (Fig. 4.) separatim exhibetur, tegitur Cylindrus, sed ita, ut illud à Vesicâ sustineatur; Pondus P, centum, aut centum & quinquaginta, Librarum, etiam majus adhiberi potest, superimponitur, quo neque Ovum frangitur, neque Cerae figura ullo modo mutatur.

Ne quidem Gutta cujuscunque Fluidi figura, Pressione 1473. *alterius Fluidi, ab omni parte æquali, mutari potest. Sit* TAB. XLVIII. Gutta figurae irregularis A, quæ alio Fluido ab omni Fig. 5. parte æqualiter prematur. *Directio Pressionis, in omni-* 1474. *bus punctis, est perpendicularis ad superficiem; quod si ne-* getur, resolvenda erit Pressio in duas *, quarum una * 319. perpendiculariter agat ad superficiem, alia juxta directionem superficiem parallelam; quæ secunda, in superficiem non agit, & premitur Gutta illâ solâ, cujus directio perpendicularis est ad superficiem. Prematur punctum B; Guttula pressa quaquaversum æquali cum

* 1418. Vi premit *, & Guttæ minores singulæ pressæ eodem modo premunt; ita ut Pressio statim per integram Guttam datam dispergatur; & particula ut D, quæ in Guttâ ab omni parte æqualiter premitur, conatur recedere per DE, cum Vi quâ premitur, id est, cum Vi quâ externè premitur particula B, sed æquali Vi ponimus per ED premi particulam D; non poterit ergo hæc moveri; eadem demonstratio poterit applicari puncto F, ut & alii puncto cuicunque superficiei; quare nullus motus in Guttâ dari poterit.

1475. *Solidum Fluido specificè gravius, ad quamcunque altitudinem Fluido immersum, deorsum pellitur Pressione, quæ valet Pondus columnæ, quæ efficitur ex ipso Corpore, & ex Fluido superincumbenti. Pondus columnæ similis, sed quæ tota ex Fluido constat, est Vis cum quâ*
 * 1431. 1468. Corpus à Fluido sursum premitur *. Cum verò Solidum ponatur Fluido specificè gravius, Vis hæc minor est illâ, & ab eadem superatur, & Corpus descendit.

1476. Simili ratiocinio, *Solidum Fluido specificè levius immersum, ad supremam Fluidi Superficiem adscendere debet, probatur.*

1477. *Positâ verò eadem Solidi cum Fluido Gravitate specificâ, neque adscendet; neque descendet, sed ad quamcunque altitudinem in Fluido suspensum illud manebit; & Fluidum integrum Corpus sustinebit; in quo casu, propter æqualitatem Gravitatum specificarum, Fluidum sustinet Pondus æquale ponderi Fluidi, quod impleret spatium à Solido occupatum. Fluidum autem eodem modo agit in omnia Solida æqualia, ad eandem profunditatem im-*

1478. *mersa, & æqualiter hæc sustinet; amittit ergo Corpus omne immersum partem Gravitatis suæ, æqualem Ponderi Fluidi, quod.*

quod spatium à Corpore occupatum posset implere.

Non quidem amittit Corpus partem Ponderis, quæ 1479,
à Fluido sustinetur; sed descendit in Fluido, aut tra-
hit funem, quo sustinetur, quasi revera Ponderis immi-
nutum foret.

BILANX HYDROSTATICA.

Columnæ C* conjungimus Columnam minorem G, 1480.
interposito Annulo E*. Huic ultimæ Columnæ appli- TAB.
camus Brachium A*, quod firmamus cochleâ F*. XLI-X.
Fig. I.

Libram l suspendimus duobus Funiculis, ut agitatio- * 162.
nem jugi horizontalem impediamus; cum quoque in fi- * 163.
nem, annulum i, ex quo ansa Libræ dependet, inse- * 170.
rimus minori regulæ lignæ BB, & clavo b, qui regu- * 164.
lam & annulum trajicit, hunc ipsum annulum sustine-
mus.

Et aliâ Methodo quoque agitatio dicti Annuli impe- 1481.
ditur; si hic appendatur, uncis duobus, cum ipsâ re-
gulâ BB, aut filò æneo, cohærentibus, ut hoc in TAB.
LII. exhibemus.

Funiculi, quibus Filum hoc æneum, aut Regula 1482.
BB, sustinetur, paralleli sunt; & circumeunt trochleas
cum Brachio A cohærentes; inde deorsum deducun-
tur, ad Trochleas quæ juxta basin cum Columnâ C
lateraliter cohærent, & quarum una apparet in S; his
quoque circumponuntur Funiculi qui horizontales fiunt
& cum minori regulâ lignâ T cohærent; quæ ipsa
conjungitur cum unco Ponderis P, sex aut octo libras
grave.

Motu hujus Ponderis ad libitum elevatur, aut depri- 1483.
mitur, Libra.

Catenis tenuioribus, loco Filorum, suspenduntur 1484.

Lances ; quibus in centro inferioris superficiei unci adhærent ; & tribus pedibus , dimidiatum Pollicem altis , insistant.

Uncis Lancium junguntur fila ænea a, a ; extrema inferiora ita sunt flexa , ut uncus efficiant c ; sed distinctius hoc apparet in Fig. 2. in quâ eadem Libra exhibetur.

1485. Cum Columnâ C jungitur Tabella H L H , repleta circumdata , quæ ad varias altitudines firmari potest ; huic Tabellæ Lances Libræ imponimus , & ubi æquilibrium est explorandum , parum elevatur Bilanx , cujus motum nimium ipsa Tabella impedit. Est hæc perforata in m & m ; foramina respondent Uncis Lancium & Fila ænea a, a , per hæc ipsa foramina penetrant.

1486. Sæpius autem obtingit , non exactè horizontalem esse Mensam , cui imposita est columna C ; in quo casu non ipsis uncis exactè foramina Tabellæ respondent ; quod incommodum ut vitari possit , in hujus constructione peculiaria quædam observanda sunt. Brachium D O , quod Tabellam sustinet , separatim repræsentamus ; hujus cauda per Columnæ aperturam transit & firmatur.
* 167. cochleâ O Q , ut de alio dictum *. Brachium hoc perforatum est , & scissura à d ad d extenditur.

Tabellam ipsam H L H , quoque separatim , hujusque inferiorem superficiem , exhibemus. Juxta hanc superficiem inter duas regulas mobilis est Lamella lignea l ; mobilis hæc tantum est per spatium quod parum Pollicem superat , & in puncto quocunque hujus spatii firmari potest ; hunc in finem cum Lamellâ ligneam juncta datur Lamella ænea q , in quâ scissura datur , quam cochlea o , ipsi Tabellæ H L H inhærens , tra-

trajicit; hac autem cochleâ firmatur Lamina lignea I. Huic in medio ad angulos rectos insistit & firmiter cohæret Lamina cuprea *n*, cochleam conjunctam habens *p*.

Quando Brachio DO applicatur Tabella, Lamella *n* aperturæ *dd* inseritur, in quâ per spatium, quod quoque parum tantum Pollicem superat, transferri potest; firmatur autem cochleâ *p*, applicatâ hujus parte exteriori *g*, interpositâ Lamellâ *b*, ne lignum lædatur.

Ubi cum Columnâ C Tabella conjuncta est, relaxatis parum cochleis *o* & *p*, Tabella potest à Columnâ removeri, aut huic admoveri, motu Laminæ *n* in scissurâ *dd*; potest quoque, motu Lamellæ lignæ I inter regulas, lateraliter agitari Tabella; cùmque, in his agitationibus, Tabella motu parallelo feratur, facile foramina disponuntur, ut cum uncis Lancium respondeant. 1487.

EXPERIMENTUM 3.

In hoc Experimento Balance Hydrostaticâ, novissimè explicatâ, utimur; præterea indigemus Cylindro cupreo, accuratè elaborato C, in cujus basis superioris, quam repræsentare non potuimus, centro uncus hæret exiguus. In centro basis inferioris foramen datur *a*, per quod globuli plumbei minores Cylindro inferuntur, quo Pondus ad libitum variari potest; clauditur foramen cochleâ *b*, cujus Caput ita basi inferitur, ut unicam cum reliquâ basi superficiem efficiat. 1488.

TAB.
XLVIII.
Fig. 6.

Cylindrus cavus E quoque cupreus est; ad superiorem partem apertus, & ansâ F instructus, ut ope Capilli equini N suspendi possit. Hujus interior superficies benè est levigata; & exactè Cylindri hujus capacitatem 1489.

ta.c.m

tatem replet Cylindrus alter C; ne autem aër ingres-
sum, & extractionem, hujus Cylindri impediatur, cochlea
d, foramini, in centro basis Cylindri E., inseritur,
ut, remotâ hac cochleâ, aër intrare, & exire, li-
berè possit. Capillus equinus M ipsi cochleæ d jun-
gitur.

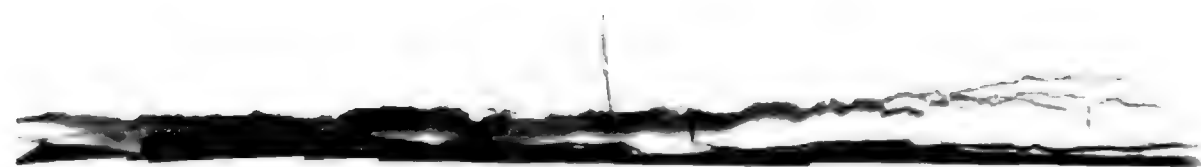
1490. Unco Lancis Libræ jungitur Capillus equinus cum
TAB. ansâ Cylindri aperti *, quem in hac Fig. literâ N desig-
XLIX. namus, cohærens; & Capillo equino hujus fundo
Fig. 1. adhærenti jungimus Cylindrum clausum *, quem R re-
* 1489. præsentat. Lanci oppositæ Pondus imponitur X, ut
* 1488. detur æquilibrium. Elevatur tunc Bilanx *, & admo-
* 1483. vetur Vas vitreum V, Aquam continens; demissâque
iterum Librâ, Corpus R immergitur, & æquilibrium
destruitur; quia R pro parte ab Aquâ sustinetur: ad
hoc verò redit Libra, si N Aquâ impleatur; id est,
si illa affundatur Aquæ quantitas, quæ repletet locum
ab R occupatum.

D E F I N I T I O 5.

1491. *Pondus, quod Corpus Fluido immersum servat, vocatur
illius Gravitâs respectiva.*
1492. *Hæcque Gravitâs respectiva est excessus Gravitatis spe-
cificæ Solidi super Gravitatem specificam Fluidi; quia Soli-
dum ex Gravitate amittit quantum valet Fluidi Gra-
vitas.*
1493. *Ex hisce sequitur, omnia Solida equalia, licet diverse
Gravitatis specificæ, quando eodem Fluido immerguntur,*
* 1478. *Pondus æquale amittere *.*

E X P E R I M E N T U M 4.

1494. Mutetur Pondus Cylindri C, aucto, aut imminuto,
numero globulorum plumbeorum in hoc contento-
rum



rum * ; & repetatur Experimentum ultimum , exactif- * 1488.
simè eodem modo procedet.

Ex dictis ulterius sequitur , *quomodocunque inter se dif-* 1495.
ferant Densitates Corporum inequalium , si eadem Fluido
immergantur , Pondera , ab iis amissa , esse in ratione Vo-
luminum. In eà enim ratione sunt spatia ab iis in Fluido
occupata.

Idcirco Corpora ejusdem Ponderis , sed diversa Densita- 1496.
tis , partes inequales Ponderis amittunt , quando eadem Flui-
do immerguntur , propter Voluminum inæqualitatem.

EXPERIMENTUM 5.

Lamellæ duæ ejusdem Ponderis , stannea una S , 1497.
plumbea altera P , capillis equinis , uncis Bilancis me- TAB.
moratæ * suspenduntur , & æquilibrium datur. XLIX.
De Fig. 2.
scendat Bilanx , ut Corpora , Aquâ , vitris V & V con- * 1480.
tentâ , immergantur , æquilibrium destruetur.

Idem solidum , quod Fluidis diversa Densitatis immergi. 1498.
*tur , diversam Ponderis sui partem amittit * ; ideo quando * 1478.*
duo Corpora , ejusdem Densitatis & Ponderis , Fluidis
diversæ Densitatis immerguntur , destruitur inter illa
æquilibrium.

EXPERIMENTUM 6.

Eodem modo ut præcedens instituitur hoc ; sed La- 1499.
mellæ ambæ sunt plumbeæ. Si ambæ Aquæ immergan-
tur , servatur æquilibrium ; sed hoc destruitur , si dum
una in Aquam penetrat , altera in spiritum Vini de-
scendat.

Quando Solidum , Fluido specificè gravius , in Flui- 1500.
do suspenditur , hoc ab omni parte , in illud , pro al-
titudine suâ , agit * ; & Solidum æqualiter in Fluidum * 1468.
reagit * ; Actiones illæ sunt igitur eadem , ac si Spa- * 361.
tium,

H h h

tium, à Solido occupatum, ipso Fluido impleretur; &
 1501. ita non interest, respectu Gravitatis Fluidi, utrum in eo Solidum specificè gravius suspendatur, an affundatur ejusdem Fluidi quantitas, quæ æquale spatium cum Solido occupat.

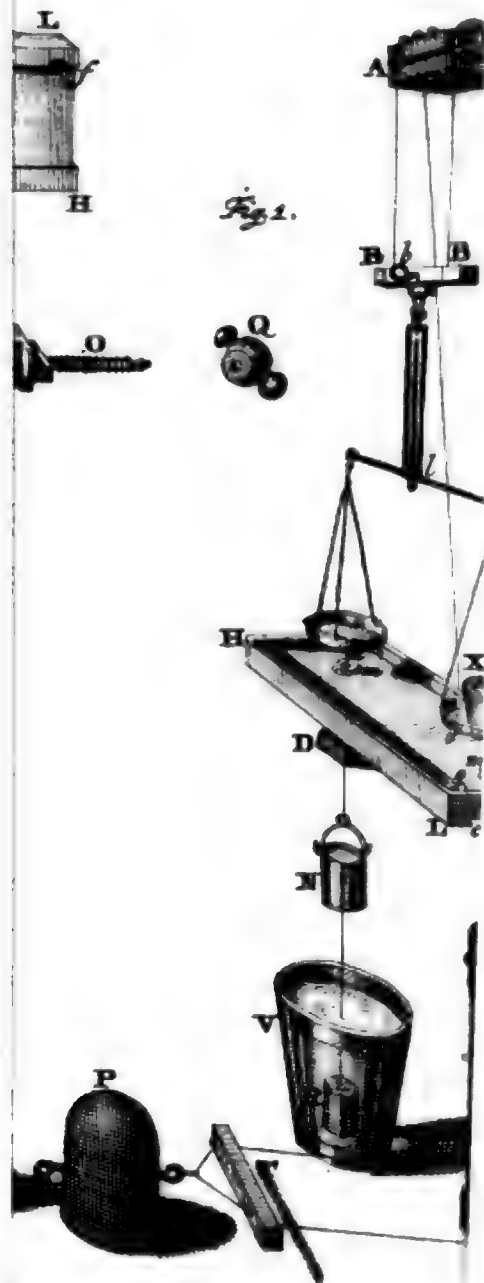
EXPERIMENTUM 7.

1502. Vitreum vas V, annulo cupreo circumdatum, & ansâ
 TAB. L. instructum, aquâ fere repletum, brachio L Libræ su-
 Fig. 1. spenditur, eique immergitur Cylindrus æneus R, qui
 capillo equino sustinetur, ne Fundum Vasis tangat;
 Pondere, Lanci oppositæ imposito, datur æquilibrium.
 Destruitur hoc extracto Cylindro R, sed instauratur,
 infundendo Aquam, quæ Cylindro cavo N contineri
 * 1488. potest. Sunt hi ipsi Cylindri supra memorati *; si in N
 1489. inferatur Cylindrus R, exactè ab hoc repletur. Si eo
 tempore, quo sequens tentamus Experimentum, &
 hoc demonstrare in animo habemus, commodè hoc fie-
 * 1505. ri poterit, ut statim videbimus *.

Collatis inter se N^{is}. 1478. & 1501., ut & Experi-
 1503. mentis 3. & 7., quibus illi confirmantur, patet, Fluidum acquirere Pondus, quod Solidum immersum amittit.
 Vis Gravitatis semper proportionalis est quantitati Materię, & non mutatur immersione Solidi in Fluidum; quare summa Ponderum Solidi & Fluidi, & ante & post immersionem, non differt.

EXPERIMENTUM 8.

1504. Disponuntur omnia ut in Experimento præcedenti ter-
 TAB. L. tio; hæc sola differunt; loco annuli E, (TAB. XLIX. Fig. 1.)
 Fig. 2. Brachium Q*, inter Columnas C & G, firmatur; & Cy-
 * 165. lindrus cavus non adhibetur; sed Cylindrus R, capillo
 equino, ipsi unco c appenditur. Unco v, Brachii Q, su-
 * 1444. spendimus majorem Libram L, quâ antea jam usi fuimus *;
 sed



sed in hoc Experimento, & in præcedenti, Vas V minus est, quàm in Experimento 3. Capitis 2. hujus Libri. Bilanx *I* in æquilibrio constituitur, Lanci *I* impositis Ponderibus *Z* & *p*; quorum *p* valet Pondus, quod Corpus *R* in Aquâ amittit, & quæ simul sustinent Cylindrum *R*. In aliâ Librâ *L*, quoque æquilibrium datur inter Vitrum *V*, Aquam continens, & Lancem oppositam cum imposito Pondere *Y*. Elevatur *I*, motu Ponderis *P* *; convertitur uncus *v* ita, * 1483. ut Vas *V* infra Cylindrum *R* perveniat; quod ut fiat, pro diversâ Jugi *L* longitudine, diversa Brachii *Q* desideratur directio, quæ, antequam hoc firmetur, variari ad libitum potest. Descendat Bilanx *I*, ut Cylindrus *R* Aquæ, Vase *V* contentæ, immergatur; destruetur æquilibrium in ambabus Libris, quæ ambæ ad ipsum redeunt, transferendo Pondus *p*, ex Lance *I*, in Lancem Brachii *L*.

Si præcedens Experimentum demonstrandum foret, 1505. Libra *I* ipsi Tabellæ *HEH* imponenda esset; tunc ex unco fixo dependeret Cylindrus *R* in Vase *V*.

Corpus, Fluido specificè gravius, & quod in hoc 1506. descendit, majori Vi deorsum fertur, quàm sursum premitur, ut antea explicatum *; quarum Virium differentia est Corporis gravitas respectiva. Vis prima pro parte constat ex Pondere Fluidi Corpori superincumbentis; & Corpus ad talem potest immergi profunditatem, ut hocce Pondus æquale sit memoratæ Gravitati respectivæ; si in hoc casu Fluidum hoc superincumbens tollatur, sustinebitur Corpus à Pressione Fluidi inferioris.

Si ad majorem profunditatem Corpus immergatur, 1507.

Hhh 2

&

& etiam Fluidum cohibeatur ne superficiem Corporis supremam premat, (cum Pressio, quâ Corpus sursum pellitur, cum profunditate ad quam immergitur crescat *, majori Vi in altum feretur Corpus, quàm Gravitate descendet, quare, si liberè moveri possit, ascendet.

EXPERIMENTUM 9.

1508. TAB. LI. Fig. 1. Cylindro vitreo C, ab utraque parte aperto, applicetur ab inferiori parte Lamina cuprea F, quartam Pollicis partem crassa; si plana accuratè sit, & ora Cylindri ita levigata, ut Laminæ applicata Aquam excludat, Laminaque filo, unco *v* in centro Laminæ alligato, sustineatur, donec ad profunditatem circiter trium Pollicum Aquæ immergatur, ab Aquâ sustinebitur; quod relicto filo patebit. Ad majorem profunditatem magis arctè cum Cylindro cohærebit Lamina, ad minorem cadet.

1509. Pro ratione crassitiei, & densitatis Laminæ, augenda est profunditas, ad quam immergitur. Si ex. gr. aurea illa esset, Auri Gravitas specifica est ad Aquæ Gravitationem specificam, ut 19. ad 1; quare illius Gravitas respectiva est ad Aquæ Gravitationem specificam, ut 18. ad 1. *; Columna idcirco aquea decies & octies, altitudine suâ, crassitiem Laminæ aureæ superare debet, ut valeat hujus Gravitationem respectivam; requiritur ergo, ut Aquæ altitudo, supra superficiem superiorem Laminæ aureæ, toties ad minimum valeat ipsius Laminæ crassitiem; si non ultra Cylindri basim Lamina se extendat; si enim major sit Lamina augenda erit profunditas.

EXPERIMENTUM IO.

Cylindrus A cum Fundo mobili, Operculo tectus, 1510.
& cum Tubo F conjunctus, ut ante expositum *, A- TAB. L.
quæ immergitur; Fundusque, quando ad profunda- Fig. 3.
tem unius Pedis infra Aquæ superficiem pervenit, ad- * 1433.
scendit; quamvis ope cochleæ, in centro Fundi ab in-
feriori parte cohærentis, hic jungatur cum Pon-
dere P, quo Fundi Gravitatis ita augetur, ut supe-
ret Libras duas, & præter Pondera, quæ elewantur, su-
peretur attritus.

Omne Corpus immersum amittit ex pondere, quan-
tum ponderat Fluidum, quod spatium à Corpore in
Fluidum occupatum, replet *. Idcirco si *Corpus Fluido* * 1478.
levius fuerit, & ideo adscendat, *in superficie hærebit*, 1511.
& *talis erit pars immersa, quæ si à Fluido occuparetur,*
hoc æqualiter cum Corpore ponderaret.

Hoc idem ex N. 1415. quoque immediatè deduci
potest; nisi enim quiescente Corpore, talis sit hujus
immersio, superficies horizontalis, quam in Fluido in-
fra Corpus concipimus, non æqualiter ubique preme-
retur.

Indicata Regula de Pondere amisso * universalis est; 1512.
Corpus Fluido levius sursum pellitur, quia plus amit- * 1478.
tit quam habet; si autem retineatur, statim apparet Actio-
nem Fluidi esse eandem, quàm in Corpus Fluido spe-
cificè gravius; & in hoc casu Regula tali Corpori po-
test applicari.

EXPERIMENTUM II.

Parum hoc differt ab Experimento I. hujus Capi- 1513.
tis. Loco Cylindri cuprei, qui Cylindrum N replere TAB. L.
potest, adhibemus Cylindrum ligneum r, qui ejusdem Fig. 4.
H h h 3 est

est magnitudinis, & quoque exactè replet N. quando huic inferitur. In centro superioris superficiei Cylindri lignei prominentia datur lignea exigua & perforata. Ex filo æneo rectangulum efficitur A, cui conjungitur globulus *b* ex eodem metallo, ut Pondus augeatur. Appenditur rectangulum hoc Capillo equino, cum basi Cylindri N coherenti, & in Aquâ suspenditur. Cylindrus *r* ipsi N inferitur, aut Lanci B imponitur; & ad æquilibrium reducitur Bilanx *l*.

Tollitur *r*, & in situ inverso conjungitur cum rectangulo A, auxilio unci minoris in *d* hærentis, & qui foramini in prominentiâ memoratâ basis Cylindri lignei inferitur. Acquirat Cylindrus situm, quem Figura indicat; & æquilibrium est destructum; instauratur autem, ut in Experimento 1. *, si N Aquâ repleatur.

1514. Sublato Cylindro *r*, antequam hoc cum A conjungatur, æquilibrium destruitur; sed hoc instauratur si pro parte tantum N Aquâ repleatur. Tunc Volumen Aquæ in N, æquale est Volumini immerso, quando *r* in superficiei Aquæ natat. Pondus autem Aquæ, quæ deficit ut N repleatur, valet *V_{im}*, quâ sursum pellitur *r*, quando, cum A coherens, infra Aquæ superficiem retinetur.

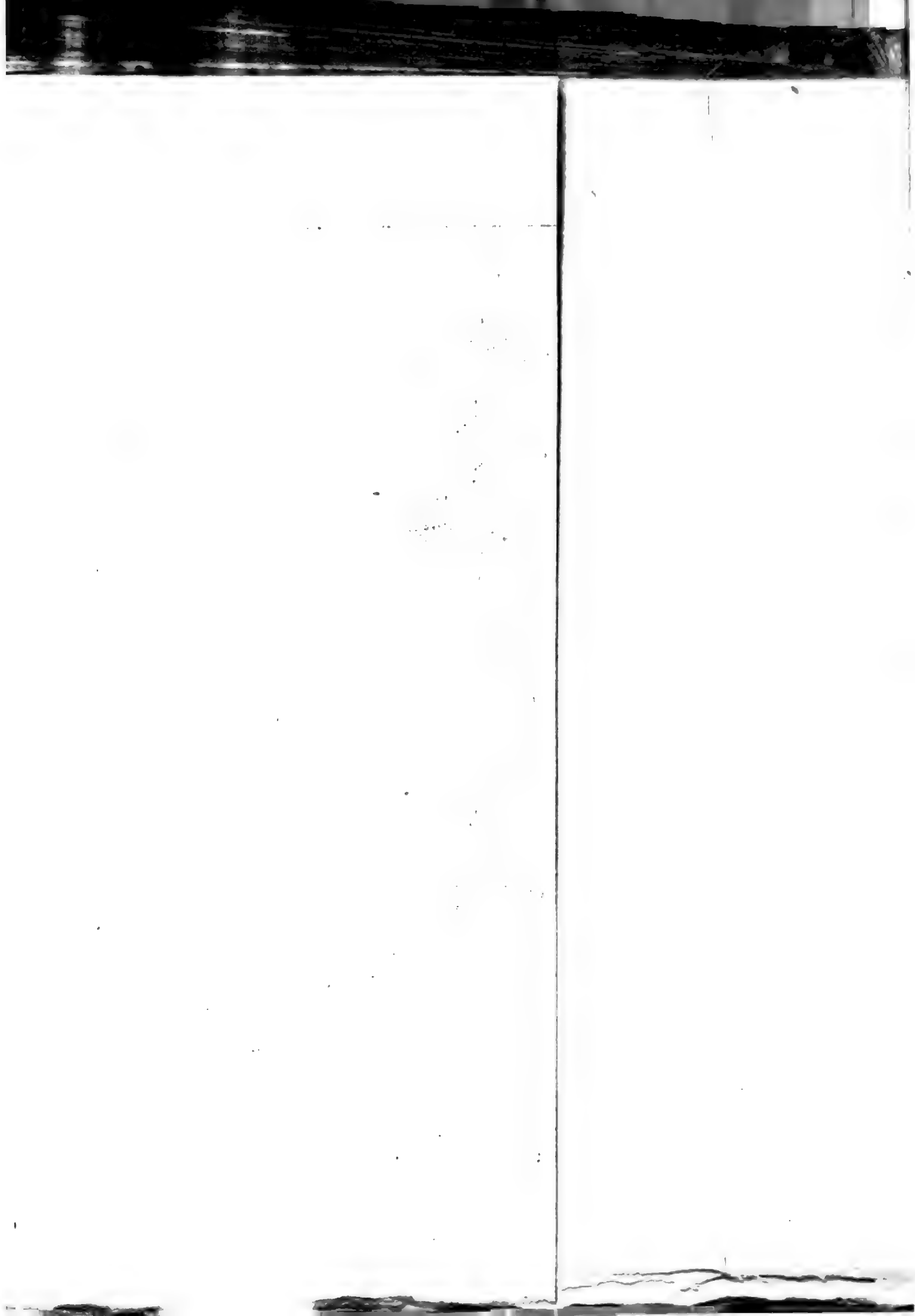
1515. Sequitur ex his, *Corporum, in superficiei ejusdem Fluidi natantium, partes immersas esse inter se, ut Corporum Pondera*. Idcirco si, superaddito Pondere Corporis Gravitatis mutetur, in eadem ratione augetur pars immersa;

1516 & partes, quæ variis Ponderibus in Fluidum descendunt, sunt inter se, ut hac Pondera.

EXPERIMENTUM 12.

1517.
TAB. LI.
Fig. 2.

Globus cavus G, ex tenuiori Laminâ æneâ effectus, cohæ-



cohæret cum Cylindro ex eodem metallo, quoque cavo, superius aperto, & accuratè elaborato. Cum Globo quoque cohæret cauda *cd*, quæ ipsi Cylindro opponitur, & in cujus extremitate cohæret Pondusculum *d*.

Machina hæc Aquâ levior est, & sibi permissa, dum natat in situ verticali sese disponit Cylindrus. Divisa est altitudo Cylindri in partes, quæ dimidiatum singulæ valent Pollicem, & divisiones indicantur, circulis, quæ in dicto situ Machinæ horizontales sunt.

Globuli plumbei minores injiciuntur Globo *G*, donec Aquæ superficies cum uno ex circulis conveniat. Determinatur deinde Pondus, quo si Machina oneretur, superficies ad sequentem divisionem pertingat; si, injectis globulis plumbeis, de novo tale Pondus addatur, & iterum atque iterum eodem modo continuemus, singulis vicibus æqualiter descendet Machina; id est, ad sequentem circulum pertinget Aquæ superficies.

In N^o. 1506. & 1507., Experimentis 9. & 10. confirmatis, vidimus, quomodo Corpus Fluidi gravius ab hoc sustineatur, & quasi natet; simili methodo Corpus Fluidi levius in Fundo retineri potest; in illo casu Pressio Fluidi superincumbentis tollitur; hic tollenda est Pressio Fluidi in inferiorem superficiem, quâ Corpus sursum pellitur.

EXPERIMENTUM 13.

Lamina ænea *bc*, exactè plana, cum sustentaculo *A* 1519.
conjuncta, in Fundo Vasis vitrei *V* hæret; Lamina si- TAB. LI.
milis *de* cum Cylindro ligneo *f*, frustulo Suberis *L* cir- Fig. 3.
cumdato, conjungitur ita, ut cum hoc constituat Cor-
pus

pus Aquâ levius; Lamina hæc ultima primæ imponitur, ut convenient; & baculo Suber retinetur, dum Aqua affunditur; relicto Subere, non hoc adscendit, donec, hoc è loco moto, Laminæ pro parte separentur ita, ut Aqua in Laminam, cum Subere conjunctam, Pressionem suam exserere possit, illamque cum Subere in altum ferre. Planæ desiderantur, & levigatæ Laminarum superficies. Repeti potest Experimentum relicta Aquâ, si mutua Laminarum detur applicatio.

C A P U T IV.

De explorandis Corporum Ponderibus.

1520. **P**ondera Corporum explorari Librâ, instrumento
 * 179. notissimo, antea jam observavimus *; & eâ occasione de hujus proprietatibus, & ad perfectionem requisitis, fusè satis egimus. De ejusdem Instrumenti usu, quando Pondera exactissimè sunt determinanda, nihil diximus.
1521. In iis, quæ, in duobus sequentibus Capitibus, de Densitatibus comparandis explicabimus, accurata Ponderum determinatio omnino necessaria est; cum verò accuratissimam hujus Methodum demonstrata Capitis præcedentis nobis suppeditent, de hac ipsâ hoc loco agere, necessarium mihi visum est.
1522. Ante omnia desideratur Bilanx, perfectissimè elaborata; quæ, ubi, antequam Ponderibus gravetur, in æquilibrio constituta, quotiescunque agitetur, ad æquilibrio redeat; & ne difficultatem inutiliter augeamus, loquimur de agitatione exiguâ. Requiritur ulterius, ut Bilancis hujus, quando tribus aut quatuor unciiis

ciis ab utraque parte gravata est, æquilibrium, quinquagesimâ, aut minori, Grani parte, turbetur.

Primum requisitum haud facile obtinetur; & deficiente hoc, secundum adesse non potest.

Secundo desiderantur Pondera, exactissimè determinata. Omnium maximè commodum est, cum agatur de Ponderibus comparandis, Grani Pondera exprimere.

Hisce sequentibus utor; uno mille Granorum; uno 500. Gr.; uno 400. Gr.; duobus 200. Gr.; duobus 100. Gr.; duobus 50. Gr.; duobus 30. Gr.; duobus 20. Gr.; duobus 10. Gr.; quibus varia minora addenda, sex, quinque, quatuor &c. Granorum, non tamen minora uno Grano. Talia hæc desiderantur Pondera, ut æquilibrium inter hæc detur, quoties idem numerus Granorum singulis Lancibus imponitur, variatis ad libitum ipsis Ponderibus impositis.

Bilancem & Pondera Artifex nobis suppeditare debet; quid ulterius addendum sit, ut difficultates, quæ in usu occurrunt, removeantur, dicam.

Bilancem suspendimus, ut antea diximus*. Jugi longitudo est octo Pollicum; annulata est Ansa in o, ut distinctius percipiamus, quomodo Examen cum Indice, fixo in superiore Ansæ parte, respondeat. Non nimium tenue est examen, & obtusa ejus extremitas in motu juxta similem extremitatem Indicis transit ita, ut distantia sit exigua; cum etiam Indicis & Examinis eadem sit crassities, situs æquilibrii quàm exactissimè percipitur.

Funiculi, quibus Bilanx sustinetur, Trochleas, supra indicatas*, circumeunt, & cum Unco v conjunguntur.

tur. Uncus hic, auxilio Cochleæ P, mobilis est, ut Bilanx elevetur, aut deprimatur; sed motus hic non
 1526. ultra Pollicem cum quadrante extenditur. Quando major necessaria est Libræ translatio; ipse tubus S, cum quo ea cohærent, quæ motui Unci *v*, & Cochleæ P, inserviunt, & qui firmatur cochleâ *q*, movetur juxta virgam ferream, quadratam, V K. Tubus S, cum adjunctis, separatim exhibetur in Fig. 3., & in hujus constructione difficultas non datur.

1527. In angulo E, Tabellæ H E H, hæret tubulus æneus, qui, ut benè firmetur, cum Lamellâ cohæret quadratâ, quæ ligno inseritur; tubulus apparet in *f*, & Lamella in *e* (TAB. XLIX. Fig. 1.); tubulum hunc trajicit Cylindrus tenuis æneus *hl*, qui circa axem convertitur, ope Capitis I.

1528. Juxta hunc Cylindrum mobilis est tubulus Q; qui firmiter satis hæret, ubicunque Cylindro applicetur; quia extremitates incisæ & elasticæ sunt. Cum hoc tubulo conjunctus est Index T, qui horizontaliter movetur, quando, conversione Capitis I, Cylindrus *hl* circa axem rotatur.

1529. Unco *d*, fili ænei *ad* *, Cylindrus tenuis æneus *rs*,
 * 1484. cujus ambæ extremitates perforatæ sunt, suspenditur; hujus longitudo superat quatuor Pollices; & chartâ involutus est, ut ipsi magis commodè inscribantur divisiones postea memorandæ.

1530. In præsentî negotio solidum L removetur; & extremitas *p*, fili ænei *pn*, quæ in Uncum flexa est, foramini *s* inseritur.

Longitudo hujus fili est circiter quinque Pollicum, & in extremitate inferiori, cum ipso cohæret Globulus æneus *g*, cujus diameter quartam Pollicis partem non superat.

Filum

Filum hoc desideratur exactissimè ubique ejusdem crassitiei, & quidem tale, ut partis ipsius, cujus longitudo esset unius Pollicis, pondus parum superaret Grana quatuor.

Aquæ Vase vitreo contentæ immergitur pg , & omnia 1531. disponuntur, ut pg ferè totum immergatur, quando lances Tabellæ HEH sunt impositæ.

Unco c applicatur Globus æneus F ; concipimus 1532. remotum R , cum Vase in quod immergitur. Tale determinandum est Pondus F , ut sit in æquilibrio cum iis, quæ oppositæ Lanci sunt appensa, elevatâ Librâ ita, ut dimidium fili pn sit immersum. Index T applicatur puncto a , quod in antecessum notatur in medio Cylindri rs , ut sit divisionum initium.

Hiscæ positis Granum unum Lanci d imponitur, & 1533. elevatur Bilanx; in eo motu filum æneum pn Aquâ continuò extrahitur, quo illius Pondus augetur * ita, * 1478. ut æquilibrium instauretur elevatâ Balance ad altitudinem circiter duorum Pollicum. Notatur tunc punctum s , quod Indici T respondet. Transponitur Granum, Lanci d impositum, ex hac in aliam, & deprimatur Bilanx, ut iterum æquilibrium detur, & notatur punctum r . ar & as sunt æquales. Hoc autem variis vicibus potest repeti, ut circa distantiam inter r & s dubium non detur.

Singulæ hæ partes uni Grano respondent, & in vi- 1534. ginti partes æquales minores dividuntur; hæ singulæ respondent 0,05. Gr., & in quinque minores iterum subdividi possunt; quod in ipso usu Machinæ oculis fieri potest ita, ut non sensibilis erroris periculum detur.

Divisionum initium est in a sursum & deorsum. 1535.

436. PHYSICES. ELEMENTA.

Scalam vocamus adscendentem inter a & r , descendente
tem inter a & s .

PONDERANDI METHODUS.

1536. Ubi Corporis Pondus determinandum est, Libra in
æquilibrio disponitur, & Index applicatur, ut in N°.
 * 1536. 1532. diximus. Demittitur Bilanx *, ut parum à Ta-
bellâ H E H distet; Corpus explorandum Lanci e im-
ponitur & Pondera Lanci e ; & ubi hæc ita sunt de-
terminata, ut deficiant à Pondere quæsito, sed defectus
minor sit duobus Granis, motu tubuli S elevatur Bilanx,
* 1536. donec ab æquilibrio hæc parum deficiat *; tunc firma-
to S, motu cochleæ P, quàm exactissimè Libram ad
* 1535. æquilibrium reducimus *. Index T demonstrat quid
Ponderi, Lanci e imposito, sit addendum, aut detrahen-
dum. Si ex. gr. Index respondeat divisioni 36. Scalæ
descendentis, & Pondera imposita valeant 1095. Grana,
Pondus addendum est partium centesimarum unius Gr
triginta sex, & Pondus Corporis est Granorum 1095,36.
Si ageretur de Scalâ adscendenti, magis immersum fi-
lum s minus ponderaret; & numerus, Indice indicatus,
subtrahendus foret. In ultimo exemplo Pondus quæ-
situm fuisset 1094,64. In praxi ulterius ad illa quæ se-
quuntur debemus attendere.
1537. Oleo illiniri debet $p n$, antequam Aquæ immerga-
tur, & linteo abstergendum est Oleum; fat pingue-
dinis remanebit: etiam lentè admodum elevanda est
Bilanx. Hæ cautelæ observantur, ne Aqua ipsi filo $p n$
adhæreat; dum extrahitur; si nihilominus hoc contin-
gat, quod statim apparet, (in Guttulas enim, faci-
lè visibiles, quamvis exiguas, sese constituit Aqua,)
de novo deprimitur Libra, & lentius elevatur, quo
omne:

omne incommodum vitari potest.

Uterius observandum, Indicem T Cylindro diviso 1538.
applicari, quando ille constituendus est, ut cum initio
divisionum congruat, aut quando examinare debe-
mus, cui divisioni respondeat; sed dum Bilanx move-
tur, Index removetur conversione Capitis I.

Ubi Bilanx ad æquilibrium pervenit, partem agitan- 1539.
da est, semel & alterâ vice; ut pateat an ad æquili-
brium redeat accuratè; minimum quid axi adhærens
turbat æquilibrium, sed hac agitatione illud ipsum re-
movetur.

Cavendum ne nimium agitetur Bilanx, quod casu 1540.
contingere potest, quando Libra elevata est; nam Ta-
bella H E H, semel firmata *, situm servare debet. * 1531.
Ut hoc impediamus, Columnæ C jungimus Brachium
M *, huic addita est Lamella ænea, incurvata, x y, * 167.
quæ caudam in medio habet, penetrantem per ipsum
hoc Brachium, ut cochleâ^m firmetur Lamella. In hu-
jus extremitatibus, ad Angulos rectos cum hac con-
junctæ sunt regulæ minores æneæ t, z, parallelæ ipsi
Brachio.

Quando Libra elevata est, Brachium ita firmatur ut
parum à jugo distent regulæ t & z, ut nisi agitationi
minori locum non relinquunt.

C A P U T V.

De comparandis Fluidorum Densitatibus.

Cum Corporis Densitas sequatur proportionem
Ponderis ipsius, dato Volumine, comparando

- Corporum æqualium Pondera, detegimus ipsorum
 *1463. Densitates *. Si ergo *Vas quodcumque exactè Fluido re-*
 1541. *pleatur, & Fluidum hoc ponderetur; idemque alio Fluido re-*
pleatur, quod etiam ponderetur; Pondera erunt, ut Densi-
tates. Sed cum hæc methodus in praxi variis obnoxia
 sit difficultatibus, in hac explicandâ non inhæremus.
 1542. *Quando duorum Fluidorum Pressiones sunt æquales,*
 Materiæ quantitates, id est, Pondera, in Columnis, æqua-
 * 1414. les Bases habentibus, non differunt *; quare Volumi-
 na, quæ sunt ut Columnarum *Altitudines, sunt inversè*
 * 1464. *ut Densitates* *; ex quo deducitur Methodus hæc com-
 parandi in Tubis communicantibus; in quibus tamen
 non desiderantur bases Columnarum æquales; id est,
 non interest an Tubi sint inæquales nec ne, quo Al-
 * 1422. titudo non mutatur *.

EXPERIMENTUM 1.

1543. Tubo vitreo curvo A infundatur Mercurius, quo
 TAB. LI. pars inferior Tubi à *b* ad *c* impleatur; infundatur A-
 Fig. 4. qua ab unâ parte à *b* ad *e*; in crus oppositum infun-
 datur Oleum Terebinthinæ, donec ambæ superficies
b, c, Mercurii sint in eâdem lineâ horizontali; sitque
 altitudo Olei *cd*; erunt hæc altitudines, ut 87. ad 100.
 in qua ratione inversâ est Densitas Aquæ ad Olei Te-
 rebinthinæ Densitatem; sunt ergo hæc, ut $\frac{1}{87}$ ad $\frac{1}{100}$, aut
 ut 100. ad 87.

Mercurius infunditur, ne Fluida in fundo Tubi mis-
 ceantur.

1544. Hæc quoque Methodus obnoxia est difficultatibus. Mi-
 nores differentię non satis benè determinantur; difficul-
 ter hac Methodo vera ratio, inter Densitates Aquæ plu-
 viæ & Aquæ stillarię, detegeretur. Mercurius quoque
 non

non potest adhiberi pro omnibus Fluidis; & tunc separatio Fluidorum in inferiori Tubi parte sæpe difficilis erit.

Sequens Methodus est omnium maximè universalis & accurata. Pro fundamento habet demonstrata de Immersione Solidi Fluidis gravioris. *Quando idem Corpus variis Fluidis immergitur, Pondera ab illo, in his amissa, sunt inter se ut horum Densitates* *. 1545.
* 1463.
1478.

MACHINA,

Quâ Fluidorum Densitates conferuntur.

Utimur Balance Hydrostaticâ *, cum omne suo apparatus, superius explicato *. 1546.
TAB. LII.
Fig. 1.

Tollitur Pondusculum F *, & in ejus loco suspendimus solidum vitreum R, capillo equino annexum. * 1480.
* 1524.
* 1532.

Solidum hoc in se cavitatem vacuum continere potest; melius etiam est si hujus pondus minuatur tali cavitare; nam sufficit, si Solidum gravius sit omnibus Fluidis, Mercurio excepto; ad quem hæc Methodus non pertinet; sed de quo sequenti Capite dicam.

Pondus quoddam determinamus ad libitum; sed tale ut aliquando superet, aliquando deficiat à Pondere, quod R in diversis Fluidis amittit. In nostrâ Machinâ determinavimus Pondus 700. Gr. 1547.

Solidum æneum L tale est, ut inter s & p suspensum, æquilibrium detur cum R, non immerso, impositis 700. Gr. lanci e; & immerso filo æneo p n, ut supra diximus *. Et ipsi L inscribimus numerum hunc 700. * 1532.

Si nunc sublato pondere 700. Gr. Lanci e imposito, Vitrum R in Fluido quocunque suspendatur, & imposito Pondere, Lancium uni aut alteri, æquilibrium detur *, Densitas Fluidi detegitur; si Lanci d, addito hoc Pondere differentię memoratæ Gr. 700. si Lanci d pondus fuerit *. 1549.
* 1536.

fuerit impositum; si Lanci e , subtrahitur pondus illud ex iisdem 700., & in utroque casu, ex numero ita detecto subducitur numerus, in scalâ $a s$ descendente indicatus; aut ipsi additur, si scalæ adscendenti $a r$ Index respondeat. Habemus tunc Pondus à Corpore amissum; id est, Pondus Densitatem Fluidi exprimens *.

EXPERIMENTUM 2.

1550. Rebus, ut explicavimus, dispositis *, Aquæ immergatur Solidum vitreum R, Lanci d suspensum; æquilibrium habemus, si undecim Grana Lanci e imponantur, & Bilanx elevetur, ut Index divisioni quinquagesimæ sextæ, scalæ descendents, respondeat; Pondus ergo ex 700. subtrahendum est 11,56; & Aquæ Densitas hoc numero exprimitur 688,44*. Si verò de Lacte agatur decem Gr. Lanci d imponenda sunt; quæ septingentis addenda sunt, & 710. Lactis Densitatem exprimit. Aliquando numerum hunc habui, aliquando paulò minorem, quia non omne Lac eandem habet Densitatem.

1551. Sit nunc aliundè notum, Pedem cubicum Aquæ ponderare Libras 63. cum Unciis 7. Drachmis 2. & Scrup. 2.: quod detegimus determinando Pondus in Aquâ amissum à Corpore cujus capacitas nota est *. Usus ego sum Cubo cupreo, cavo, cujus latera exactè erant sex Poll. Rhenolandicorum. Pondus memoratum valet Gr. 487360. dum Volumen Aquæ æquale Vitro nostro R ponderat Grana 688.44; unde constat Volumen hoc debere multiplicari per 707,92. ut habeamus Pedem cubicum; & multiplicatis per hunc numerum 710. habebimus Grana in pede cubico Lactis; & hac Methodo Pondus Pedis cubici Fluidi cujuscunque detegitur.

Aliam

Aliam quoque nunc addam Methodum, quâ compa- 1552.
rantur Fluidorum Densitates, quæ admodum est com-
pendiosa; sed commodè tantùm adhiberi potest in
Fluidis, quæ parum Densitate differunt. Ufû præcipuè
venit, ubi agitur de conferendis Densitatibus variorum
Vinorum, aut variarum Cerevisiarum.

Pro fundamento hæc quoque Methodus habet de-
monstrata de Corporibus Fluidis immerfis, sed his le-
vioribus.

*Si Solidum, Fluidis comparandis levius, variis Fluidis 1553.
immergatur, partes immerse erunt inversè, ut Fluidorum
Densitates; nam, quia idem Solidum adhibetur, portio-
nes variorum Fluidorum, quæ singulis casibus spatium
a parte immersâ occupatum possent implere, essent ejus-
dem Ponderis *; ergo Volumina, illarum portionum
immerfarum, essent inversè ut Densitates *.*

* 1511.

* 1464.

MACHINA SECUNDA,

Quâ Fluidorum Densitates conferuntur.

Machina hæc A vitrea est, constat ex Globo cavo, 1554.
cum Tubo Cylindrico, in partes æquales diviso. In-
fra Globum alter minor additur, qui pro parte Mer-
curio, aut Globulis exiguis plumbeis, impletur, ut
eo Pondere Tubus verticaliter in Fluida descendat,
& in hoc situ retineatur; ne nimium Ponderis in mi-
nori Globo detur cavendum; nam, ut Machina Fluidis
comparandis levior sit, requiritur. In variis Fluidis ad
varias profunditates descendit Machina; & Densitates
horum, sunt inversè ut partes immerse *, quæ ergo * 1553.
inter se comparandæ sunt.

TAB. LI.
Fig. 5.

Filum in Machinæ alligatur; Machina Aquæ im- 1555.
mergitur, Pondere inferioris Globi ita aucto, ut

Kkk

Machi.

Machina quidem natet, sed maximâ parte Tubus in Aquâ hæreat. Machina, cum filo annexo, exactè ponderatur; Pondus nostræ fuit Gr. 550. Machina, Aquæ immersa, ad *b* descendit; Pondus ergo Aquæ ejusdem Voluminis cum parte Machinæ immersâ valuit

* 1511. Gr. 550. *, & hocce Volumen, hoc numero, potest exprimi. Filum memoratum unco Lancis Bilancis Hydrostaticæ *

* 1480. annectitur Machinâ manente immersâ, Lanci oppositæ Pondus viginti Gr. imponitur, & lentè Bilanx elevatur, (quo Tubus pro parte Aquâ extrahitur, & gravior fit,) donec detur Æquilibrium; superficies Aquæ tunc pertingit ad punctum *d*. Aqua sustinebat Pondus totius Machinæ, demtis Granis viginti; id est, sustinebat Gr. 530.; & Pondus Aquæ, ejusdem Voluminis cum parte tunc immersâ, tot Grana valuit, & hoc numero exprimitur; Volumenque partis *db* Tubi fuit 20. Si spatium *db* dividatur in partes æquales 10, & divisiones continuentur adscendendo ultra *b*, & descendendo infra *d*, singulæ valebunt 2; possuntque hæ divisiones in minores dividi; & ex notâ divisione, ad quam Machina in Fluidum descendit, dabitur Volumen partis immersæ. Ex. gr si totus Tubus extra Aquam hæreat, Volumen immersum erit 526; si ad supremam hîc notatam divisionem descendat, Volumen immersum erit 556; & Densitates Fluidorum, in quibus hoc contingeret, essent inversè ut illi numeri, id est, ut 556. ad 526; & solæ Densitates intermediæ, ope hujus Machinæ, comparari possunt. Si Globus minorem ad Tubum rationem haberet, Fluida, quorum Densitates magis inter se differrent, comparari possent.

Quant.

Quando Fluida plura comparantur, numeri, Volumina partium immerfarum designantes, habentur pro denominatoribus fractionum, unitatem in numeratore habentium; designantque hæ fractiones rationem Densitatum; sunt enim inter se inversè, ut denominatores.

EXPERIMENTUM 3.

Sint comparandæ Densitates Aquarum, diversas Salis quantitates continentium; in unam descendit Machina ad divisionem e ; alteri si immergatur, descendit tantum ad divisionem c ; Densitates harum erunt inter se, ut $\frac{1}{546}$ ad $\frac{1}{542}$.

CAPUT VI.

De Hydrostaticâ Solidorum Comparatione.

IN Corporibus homogeneis Densitates sunt in ratione compositâ, ex directâ Ponderum, & inversâ Voluminum*; ideò dantur Densitates, id est, dantur numeri, qui sunt inter se, ut hæ Densitates, dividendo Pondera per Volumina.

In omnibus Corporibus, adhibitâ Librâ, Pondera comparantur; Volumina deteguntur ponderando Corpora in eodem Fluido; Pondera enim, ab illis amissa, sunt ut ipsorum Volumina*.

MACHINA,

Quâ Solidorum Corporum Densitates conferuntur.

Hic iterum Bilanx hydrostatica usu venit*, cum omni suo apparatu*; ut ubi agitur de Fluidorum Densitatibus comparandis*.

Loco Solidi R adhibemus Vas vitreum N, cui Corpora

Kkk 2

pora

TAB. LII.
Fig. 1. 2.
* 1480.
* 1524.
* 1546.

pora comparanda imponi possunt. Loco Solidi \bar{L} adhibemus Solidum, quoque æneum, O; quod ita determinatur, ut immerso in Aquâ Vase N, æquilibrium detur, posita Balance, ut antea diximus *.

- * 1532. 1560. Corpus, cujus Densitas quæritur, Lanci d imponitur, Fig. 2. & Pondus ipsius notatur *. Mutatur situs Indicis T
* 1536. ita, ut hic cum a respondeat, manente Librâ in situ æquilibrii, quo dictum Pondus determinavimus. Idem hoc Corpus, reliquis manentibus, in Vas N. Aquæ, ut dictum, immersum, transfertur; Lancique d imponuntur Pondera, & Bilanx ad æquilibrium reducitur, & habemus Pondus à Corpore in Aquâ amissum; per hoc ergo ipsius Corporis Pondus dividendum est, ut habeamus Densitatem *: id est, dividimus Pondus in Lance e per Pondus in Lance d, correcto utroque additione, aut subtractione, fractionis, quam scala indicavit.

EXPERIMENTUM.

1561. Frustum Auri purissimi z, quod, ut extranei nihil ipsi adhæreret, per aliquot horas igni fuit expositum, postea in Aquâ lotum, & linteo nitido abstersum, Lanci d fuit impositum, & Lanci e Grana nongenta & sexaginta. Quando Bilanx ad æquilibrium fuit reducta *, Index respondebat divisioni decimæ septimæ scalæ descendens; Pondus Auri ergo erat 960, 17 Gr.
* 1536. Mutato Indice *, & Vasi N imposito Auro, reliquis manentibus, æquilibrium fuit destructum; Grana quinquaginta Lanci d fuere imposita, & Balance elevata, ut Index responderet nonæ divisioni scalæ descendens, Æquilibrium fuit instauratum, Pondus ergo destructum fuit 49,91 *. Instituta divisione *, Densitas
* 1536. erat 19,238. Proximè $19\frac{1}{4}$.
* 1558.

Cum

Cum Argento simile inivi tentamen. Fruſti Argen- 1562:
ti benè depurgata fuit ſuperficies , quæ levis erat ;
Pondus erat 439, 15; Pondus amiſſum 42, 58; ergo Den-
ſitas 10, 31. Puriffimi Argenti Denſitas major eſt.

Mercurii Denſitas detegitur, ut ſi de Corporibus So- 1563.
lidis ageretur. Exiguum quoddam Vas vitreum Lan-
ci & imponitur, & conſtitutâ Balance in Æquilibrio,
Index ut dictum diſponitur *; infunditur huic Vaſi * 1532.
Mercurii quantitas ad libitum, & Pondus inveſtigatur.
Transfunditur tunc Mercurius in Vas N, & aliud
Vaſculam, ut ante, Lanci & imponitur; & Pondus à
Mercurio in Aquâ amiſſum determinatur.

Benè quoque depurgari debet Mercurius, nam hu-
jus ſuperficie ſi facile pinguedo quædam adhæret, quæ
immediatam Aquæ applicationem quodammodo impe-
dit, & tunc Denſitatem verâ minorem detegimus.

Mercurii, ſatis benè depurgati, Denſitatem detexi
13, 54 aut 13, 57, plus & minus; hujus ejuſdem optime
depurgati Denſitas fuit 13, 62.

In hiſce Solidorum Denſitates conferimus cum Den- 1564.
ſitate Aquæ; & hujus ope, cum Denſitatibus reliquo-
rum Fluidorum.

Denſitas autem Aquæ Unitate exprimitur; talis enim
detegetur Denſitas Corporis, quod cum Aquâ ean-
dem Gravitationem ſpecificam haberet.

Hac Methodo Denſitates etiam Corporum Aquâ ſpe- 1565.
cificè leviorum deteguntur; ſi ita cum Vaſe jungantur,
ut hujus Pondere in Aquam trahantur.

Si Pondus Pedis cubici Aquæ * multiplicemus per 1566.
numerus, qui Corporis Denſitatem exprimit, habe- * 1551.
mus Pondus Pedis cubici ipſius Corporis; quæ Pon-
deris.

deris determinatio in multis occasionibus usum magnum habet.

M A C H I N A ,

Quâ Moneta explorantur.

1567. Sit Machina A, similis Machinæ in Capite præcedenti descriptæ * ; in inferiori parte cum hac cohæret
TAB. LI.
Fig. 6.
 * 1554. annulus DE ; proprio Machinæ Pondere Globus pro parte tantum Aquæ immergitur.

1568. Moneta suspecta cum aliâ probâ, ejusdem Ponderis, confertur, successivè has imponendo ipsi Annulo ; si enim spuria Moneta sit, minus immergetur Machina.

Ut Monetis diversis inserviat hæc, ita construenda est, ut si de leviori specie agatur, ne quidem, hac impositâ, integer Globus Aquâ tegatur ; tuncque Lamella cuprea, aut plumbea, adhibetur talis, quæ si Monetæ addatur, superficies Aquæ circa medium colli peringat.

1569. Si non ad manus habeamus Monetam probam, exactè ejusdem Ponderis cum suspectâ, hac utimur Methodo. Monetam non suspectam Annulo impono, & noto quo usque immergatur ; Machinæ aliam Monetam, ejusdem speciei, sed quæ parum à primâ Pondere differt, uno Grano ex. gr., postea impono, & detego immersionis differentiam ; sit hæc unius divisionis cum semisse. Si nunc mihi notum sit suspectam Monetam duobus Gr. differre à primâ ex præcedentibus, etiam mihi notum erit, immersionem differre debere tribus divisionibus ; & novi quo usque, impositâ suspectâ Monetâ, Machina debeat immergi ; si minus immergatur, spuriam ipsam esse patebit.

Collatis Densitatibus Metallorum celebre Archimedeum

deum de Metallis mixtis solvimus Problema.

Detur Mixtum, ex Metallis duobus notis; determinandum, quantum utriusque contineat, si Metallorum & Mixti Densitates dentur. 1570.

Sint Metallorum Densitates AB, AD; Mixti Densitas AC. Sint etiam AL & LI, ut Volumina Metallorum primi & secundi in Mixto. Ponamus formata rectangula AF, LH, AG. TAB. LII. Fig. 4.

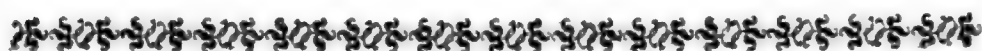
Pondus primi Metalli in Mixturâ Rectangulo AF repræsentari potest *; repræsentatque in hoc casu rectangulum LH Pondus Metalli secundi; & Figura ABFMHIA indicat Pondus integrî Mixti; hoc etiam rectangulo ACGI exhibetur *; quod idcirco Figuræ memoratæ æquale est. * 1465. 23. El. VI.

Subtractâ utrimque Figurâ communi ACNMHI, restant æqualia rectangula BN, NH; quorum latera sunt reciproce proportionalia *, FN ad NM, ut NG ad NC; id est, LI ad AL *; ergo conv. & inv. FM ad FN, ut AI ad LI. *Volumen Mixti ad Volumen secundi Metalli in Mixto, ut differentia Densitatum Metallorum primi & secundi ad differentiam Densitatum Metalli primi & Mixti.* * 1465. 1571.

*Pondus autem totius Mixtura est ad Pondus Metalli secundi in Mixto, in ratione compositâ Densitatum Mixti & secundi Metalli, & ratione Voluminis Mixti & Voluminis secundi Metalli in Mixto *, id est, ut productum Densitatis Mixti, per differentiam Densitatum Metallorum, ad Densitatem secundi Metalli, ductam in differentiam Densitatum primi Metalli & Mixti.* 1572. *

Hæc solutio hac nititur Hypothesi, Metalla singula in ipso Mixto suum integrum Volumen servare; si autem

tem partes quædam unius in poros alius penetrent, solutio accurata non est. Quis autem affirmabit simplicem dari partium minimarum appositionem, in omni Metallorum Mixturâ; Experimentis nondum satis accuratè quæstionem ad examen vocatam fuisse videtur. Inter Experimenta, quæ Hookius coram societate Regiâ Anglicanâ demonstravit, unum memoratur, in quo cupri Densitas aucta fuit permixtione stanni metalli levioris.



L I B E R III.

Pars II. De Motu Fluidorum.

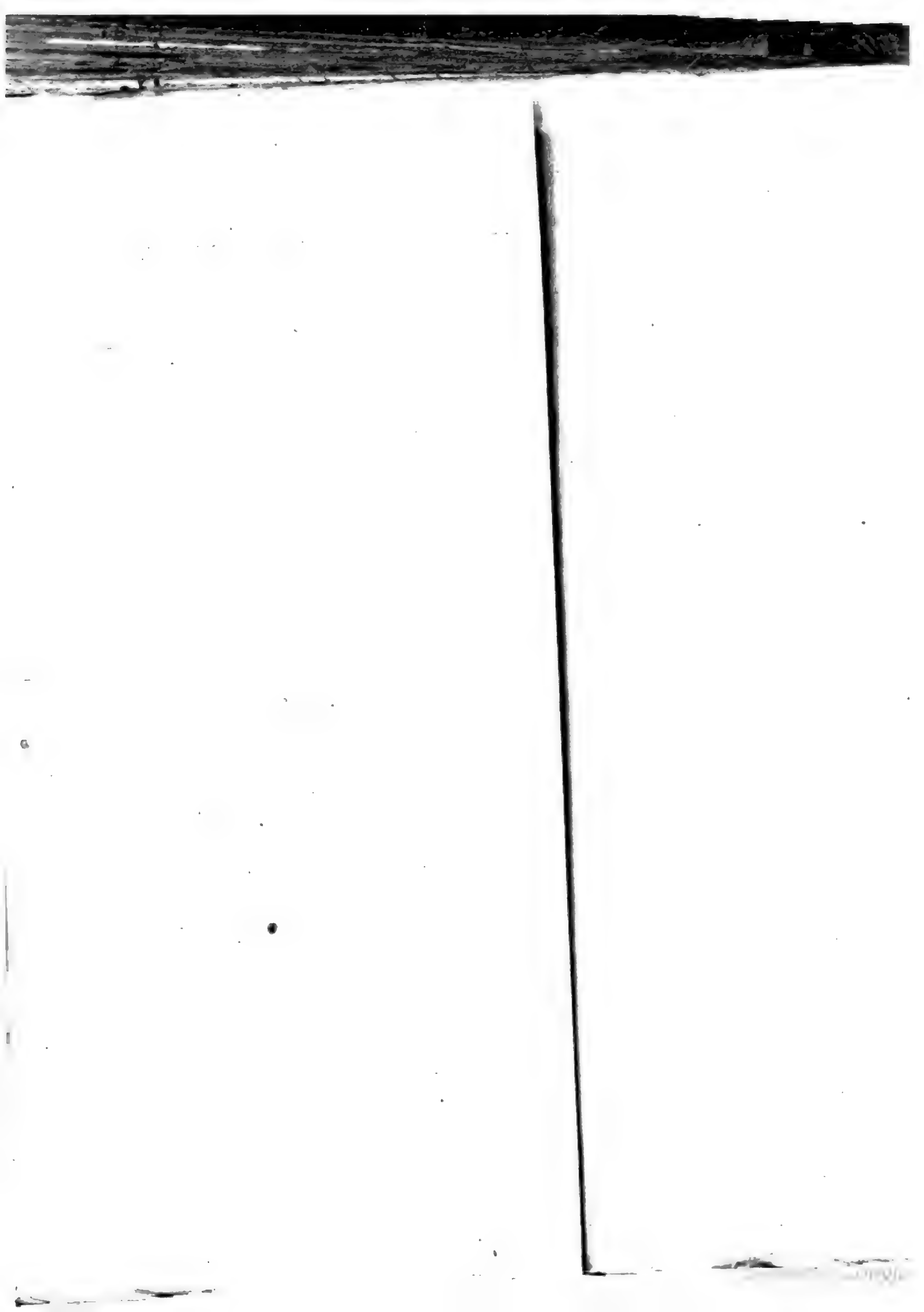


C A P U T VII.

De Celeritate Fluidi, ex Pressione Fluidi superincumbentis.

Fluidum inferius à superiori premitur, & quidem æqualiter omnes partes versus hæc Pressio dirigitur *, & æqualiter omnes partes versus Fluidum conatur
 * 1418. 1574. recedere; idcirco si Pressio ab unâ parte tollatur, ad illam partem movetur Fluidum; & non interest à quacunque parte Pressio tollatur, eâdem Celeritate movetur; quod Experimentis, in capite de Fluidis profluentibus memorandis, confirmatur.

Ad eandem profunditatem Celeritas est etiam ubique eadem, propter Pressionis æqualitatem *; mu-
 * 1413. 1414. tata



tatâ verò profunditate mutatur Celeritas.

Hanc dicimus *Pressione communicari Velocitatem*, non 1575.
autem Particulas hanc cadendo acquirere : nam *primæ* 1576.
Particule, quæ exeunt, non lentius illis, quæ sequuntur,
moventur ; non enim aliam primæ, quam sequentes, viam
sequuntur, si obliquè exeant. Præterea non tantum
exeunt, quæ descendunt, sed & quæ lateraliter ad-
fluunt ; moveturque Particula Pressione omnium Parti-
cularum circumambientium, exceptis illis quæ in motu
præcedunt ; & Particulæ, quæ descendunt, non tam
à superincumbentibus, sed præcipuè lateralium Pressio-
ne, Velocitatem acquirunt ; ab insequentibus enim, eâ-
dem Velocitate motis, accelerari non possunt.

Sit Vas A, Fluido repletum ad altitudinem *ab* ; 1577.
effluat Aqua per foramen *cd* in fundo. Particulæ sese TAB. LIV.
mutuò sequentes omnes eâdem Velocitate exeunt. Fig. 1.
Concipiamus Lamellam *cf*, quæ foramini respondet ;
sustinet hæc Pondus Columnæ *em* ; & integrâ hac
Actione, ut & proprio pondere, deorsum premitur,
quamdiu quiescit : aperto autem foramine Actio Co-
lumnæ *em* statim cessaret, nisi hæc ipsa Columna, à
Fluido circumambiente, continuo comprimeretur. Par-
ticulæ, quæ cedunt, sese subducunt ab Actione inse-
quentium, si hæ non majori Actione propellantur ; sed
hoc ad Pressionem lateralem applicari non potest, quæ
tamen eundem præstat Effectum cum directâ, cum
omnis Pressio eandem producat Actionem omnes partes
versus *.

* 1418.

Illi Pressioni laterali soli, quàm Fluidum, Colum- 1578.
nam *cm* circumambiens, in hanc exserit, Velocitatem,
quâ Lamella *cf* exit,tribuendam esse statim patet, si

LII

Pres-

Pressionem hanc sublatam concipiamus, & Columnam *cm* Tubo esse inclusam. Hæc tunc integra caderet, ut Corpus solidum, & motus Lamellæ *cf*, congrueret cum motu Lamellæ separatae *n*; id est, Velocitate minimâ ex foramine exiret, quod non obtingit *.

* 1576.

1579. Ipsam autem Velocitatem, quâ reverà ex foramine, sepositis retardationibus, exit Lamella *cf*, detegimus, determinando Vim quâ ejicitur.

1580. Lamella hæc, durante Actione quâ expellitur, percurrit altitudinem suam *df*; ponamus Lamellam *n*, cadendo, etiam percurrere altitudinem suam; Vires, hisce Lamellis æqualibus, æqualia percurrendo spatia, communicatæ sunt inter se, ut Intensitates Pressionum, quibus Vires fuere communicatæ *; quæ Intensitates sunt, ut pondus Columnæ *cm* * ad pondus Lamellæ *n*.

* 727.

* 1577.

Si quoque concipiamus integram Columnam *cm*, solam, proprio pondere cadere, & per eandem altitudinem *df* descendere, hæc Velocitatem acquireret illi æqualem, quam acquisivit Lamella *n*; & Vis, quam Columna acquirit, se habet ad Vim Lamellæ *n*, ut Pondus illius ad hujus pondus *; Vires ergo Columnæ, & Lamellæ *cf*, eandem rationem habent ad Vim

* 748. 156.

* 9. El. V.

Lamellæ *n*; suntque illæ æquales inter se *. Vires autem, cadendo acquisitæ, sunt æquales, quando altitudines sunt inversè ut Massæ *; id est, ut pondera *; unde sequitur Lamellam *n* illà exire Vi, quam acquireret liberè cadendo ab altitudine *md*.

* 790.

* 156.

1581. Universalis admodum hæc est demonstratio, sive Lamella crassior, sive tenuior, sit; hæc eâ semper expellitur Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo à dictâ

dictâ altitudine md , hancque acquirit Velocitatem, dum percurrit spatium fd . Demonstratio verò pro fundamento habet, Pressionem omnes partes versùs esse æqualem *; idcirco, quamvis ad determinatam magnitudinem Particularum non restringatur, tantum locum habere potest in Particulis satis tenuibus, ut ex his Fluidum efficiatur; cùm autem admodum tenues in hoc casu Particulæ requirantur, sequitur primas exeuntes, brevissimo, & omnino insensibili, momento, Velocitatem suam integram acquirere. * 1577.

Si hæ tantum successivè exirent particulæ, ex quibus Columna cm constat, effluxus non daretur continuus; sed, interpositâ morulâ, Lamellæ successivè exirent. Reverà autem quantitas, quæ exit, in Tempore in quo Corpus altitudinem dm potest percurrere, integram dictam Columnam superat, & excessus suppletur à Fluido laterali ita, ut effluxus sit continuatus sine ullâ interruptione.

In eo momento, in quo prima Lamella, quæ exit, 1582: Velocitatem acquirit, propelluntur & adjacentes ita, ut plures, durante effluxu, continuo in motu sint; quibus singulis, in exitu, tantum communicatur quantum deficit ab illâ, quam causa movens ipsis communicare potest, Velocitate maximâ, superius determinatâ.

Ex hisce sequitur *Fluidum, Pressione Fluidi superincumbentis*, (ab hac enim pendet etiam Pressio lateralis) *ex foramine, jactu continuo, eâ prosilire Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo à supremâ Fluidi superficie ad foramen usque; sepositâ* nempe, ut in hac demonstratione, *partium Cohæsione*, quæ licet exigua sit, in Fluidis ple-

risque tamen observatur; *quâ Cohæſione particule exeuntes* retinentur, dum Fluidum, quod exit, à remanente ſeparatur; ideoque *retardantur*. Sed & præter hanc retardationem, quæ ab ipſo Fluido pendet, ex variis aliis cauſis extraneis Velocitas Fluidi minuitur; de quibus in Capite ſequenti agam.

MACHINA,

Quâ Experimenta de Fluidis proſilientibus inſtituuntur.

1584. Parallelopipedum ligneum AB, Longum & Latum
TAB. LIV. octodecim Pollices, & cujus altitudo duos Pedes ſuperat, Aquâ impletur, & ita diſponitur, ut Fundus ejus
Fig. 2. elevetur circiter uno Pede ſupra Fundum horizontalem Arcæ lignæ CD, cujus longitudo eſt fere quatuor Pedum, latitudo unius Pedis cum ſemiſſe, profunditas quinque aut ſex Pollicum.

In F, ad altitudinem Sefqui-pedis ſupra Fundum Arcæ CD, hæret Tubulus æneus horizontalis, cujus cavitatis diameter excedit Semipollicem; pars anterior laminâ clauditur, in cujus medio foramen datur diametri partis duodecimæ unius Pollicis: foramen hocce clauditur operculo, ut R, quò pars Tubi anterior obtegatur, & quod cum hoc, ope cochleæ, jungitur: duo Tubi ſimiles aptantur in E, circa Fundum vaſis AB, & in G; hicque ſupra F elevatur, quantum ille infra F deprimitur.

Circa fundum etiam ejusdem Machinæ firmatur Epiſtomium N, cochleâ inſtructum, ut ipſi Tubus jungatur.

EXPERIMENTUM I.

1585. Vas AB Aquâ impletur ita, ut altitudo, ſuperficiæ ſupremæ Aquæ ſupra Fundum Arcæ CD, foramine
in

in F in duas partes æquales dividatur, quæ singulæ in nostrâ Machinâ sunt Sefqui-pedis. Aqua ex hoc foramine per F M profilit, & distantia horizontalis puncti, ad quod in fundo Arcæ C D pertingit, à foramine superat 34. Poll., non duobus Poll. deficiens ab altitudine Aquæ supra dictum Fundum: si ad distantiam 36. Poll. pertingeret, percurreret Aqua, motu æquabili, Celeritate cum quâ exit, in Tempore in quo Corpus cadere potest ad F ad fundum Arcæ C D, spatium duplum hujus altitudinis *; & ideo ageretur celeritate, quam Corpus ab hac altitudine cadendo potest acquirere *; hæc autem altitudo æqualis est altitudini superficiæ Aquæ supra foramen. Cùm vero tantum pertingat ad distantiam circiter $34\frac{1}{2}$ Poll. deficit vera Aquæ Velocitas à Velocitate memoratâ, vigesimâ quartâ parte circiter.

Sepositis retardationibus, Quadrata Velocitatum, quibus Fluidum ex variis foraminibus exit, sunt inter se ut altitudines Fluidi supra foramina *. Experimentis etiam constat retardationes parum admodum hanc proportionem turbare, quamdiu altitudines non excedunt Pedes 30. aut 35. In minoribus altitudinibus proportionem hanc sequenti Experimento ante oculos ponimus.

EXPERIMENTUM 2.

Ufu hîc venit Machinâ superius memorata *; & ad hoc attendere debemus, distantias, ad quas profilit Aqua in Fundo Arcæ C D, dum horizontaliter exit ex foramine ut E, positis diversis superficiæ Aquæ altitudinibus, esse spatia horizontaliter, motu æquabili, percurra, in Tempore in quo Corpus cadendo potest percurrere IL, æqualem altitudini foraminis supra fundum

Lll 3

dum

1587.
TAB. LIV.
Fig. 2.
* 1584.

- * 541. dum Arcæ *: hasque idcirco distantias esse ut Velocitates *.

Si nunc detur Aqua in Vase AB, ad altitudinem octo Pollicum supra foramen in E, & mensuretur distantia ad quam profilit, & infusâ ulterius Aquâ, donec altitudo sit octodecim pollicum, iterum mensuretur distantia; erunt hæ ut 2. ad 3. Quadrata distantiarum sunt hic ut Aquæ altitudines, in quâ ratione Quadrata Celeritatum.

C A P U T VIII.

De Fluidis profilientibus.

1588. **F**luidum verticaliter ex Foramine profiliens, eâ Velocitate in altum adscendit, quâ ad altitudinem supremæ superficiei Fluidi pervenire potest *; nunquam tamen ad hanc altitudinem pertingit, variis ex causis, præter
- * 1583. 380. partium cohæsiōem supra memoratam *.
1589. 1. Celeritas, quâ Fluidum in altum adscendit, omnibus momentis minuitur, & Columna, Fluidi profilientis, constat ex partibus, ad varias altitudines, Celeritate diversâ motis: Columnæ ubique ejusdem crassitiei partes omnes necessariò eâdem Celeritate moventur; prædicta Columna fit ergo latior, omnibus momentis, dum Fluidi Celeritas minuitur; cujus dilatationis causa est Impetus Fluidi insequentis, & sequitur ex Naturâ Fluidi Impressioni cuicunque cedentis, & facile omnes partes versùs moti; ex hoc Impetu motus ubique retardatur.
1590. 2. Minuitur & hicce motus Fluido, quod, cùm totum motum amisit, hæret in superiori parte Columnæ, &

& Fluido insequenti sustinetur per momentum Temporis, antequam ad latera defluat, quo Fluidum hoc insequens retardatur, quæ retardatio toti Columnæ communicatur.

3. Attritu juxta latera Foraminis minor est Fluidi 1591. profiliantis Celeritas; qui Attritus augetur, quando per Tubos & Epistomia Fluidum deducitur.

4. Tandem Aëris Resistentia motui Fluidorum re- 1592. moram facit.

Causam primam Retardationis memoratam * corrigi 1593. minimè posse, nemo est qui non videt. * 1589.

Secunda * corrigitur paululum inclinando Fluidi di- * 1590. rectionem, ut per se patet; hac de causâ, *Fluidum*, 1594. *directione paululum ad horizontem inclinatâ, altius quàm verticaliter adscendit.*

EXPERIMENTUM I.

Machinæ superius descriptæ, * ope cochleæ in N, 1595. jungitur Tubus curvus NO, ex quo Aqua per fora- TAB. LIV. Fig. 2. men exiguum in altum profilit verticaliter; converten- * 1584. do paululum Tubum, quod facile fit propter cochleam in N, inclinatur directio motus Aquæ, & altius hæc adscendit. Hac autem inclinatione spectaculi amœnitas sæpius destruitur.

Circa tertiam causam Retardationis * notandum, eo 1596. majorem, servatâ proportionem, dari Attritum, quo Fo- * 1591. ramen minus est; circumferentia enim, in quâ Attritus datur, crescit ut diameter, & ipsum foramen augetur ut Quadratum diametri *; augeturque magis * 1. El. XII. Fluidi profiliantis quantitas quàm Attritus. Etiam autem Celeritate Attritus augeri clarum est, quare *Fora-* 1597. *mina cum Altitudine Aquæ profiliantis sunt augenda, ut dum*

dum ex unâ causâ Attritus augetur, ex aliâ minuatur.

1598. Extremities Tuborum, ex quibus Aqua profilit,
 TAB. LIV. vulgò figuram Coni truncati habent, ut in P repræ-
 Fig. 3. sentatur; in quâ extremitate magnum Aqua Attritum

1599. patitur, & irregulariter movetur, motuque irregulari
 in altum exit. Corriguntur hæc *obtegendò extremitatem*
 Tubi laminâ planâ, & politâ, in quâ Foramen datur,
 cujus latera admodum polita etiam desiderantur; altius
 tunc Aqua profilit; &, quia motu omnino regulari ad-
 scendit, perfectè est translucida.

EXPERIMENTUM 2.

1600. Detur Tubus memoratus P; ut & Cylindrus Q, ab
 TAB. LIV. unâ parte, laminâ perforatâ, clausus; hi successivè,
 Fig. 2. 3. ope cochleæ, jungantur extremitati O Tubi NO;
 manente Aquâ ad eandem altitudinem in Vase AB,
 profilit Aqua ex Cylindro Q ad majorem altitudi-
 nem, & duorum Pollicum ad minimum, in hac exiguâ
 altitudine, differentia datur.

1601. *Tubi, per quos Aqua ex Receptaculo deducitur, latissimi,*
 respectu Foraminis, requiruntur; ut lentè Aqua in hisce
 Tubis moveatur, & sensibilis Attritus non detur. Etiam
 Epistomiorum apertura latissima desiderantur, ut Attritus
 minuatur.

EXPERIMENTUM 3.

1602. Vasi AB, ad eandem altitudinem cum Tubo F,
 TAB. LIV. inseritur Tubus, in quo Epistomium datur; angustior
 Fig. 2. hic est, etiam laminâ clauditur, eodem modo ac Tu-
 bus F, & similiter hæc lamina perforatur, sed Fora-
 men minus est; ipsius Epistomii apertura est quartæ
 partis unius Pollicis. Aqua, quæ per hoc Epistomium
 transit, in spatium magis angustum redigitur, quàm
 quæ

quæ per tubum F movetur; hæc magis est translucida, & ad majorem distantiam profilit. Si sursum hi Jactus dirigerentur, altitudo Jactus, per F, dupla esset alius Altitudinis; ut ex ipsis distantis, ad quas Aqua profilit, facile detegimus.

Resistentia Aëris sensibilem in motu Fluidorum exserit 1603.
Effectum. Ut Corpora omnia sic & Aër motui resistit; daturque Fluidi profiliantis in particulas aëreas Actio, & harum Reactione *, minuitur Fluidi motus. * 709.

Præter hanc resistantiam, datur & alia minimè con- 1604.
temnenda Aëris Actio in Fluidum profiliens. Fluidorum proprietates Aërem habere, in Libro sequenti videbimus. Circumdat Fluidum hoc totam Columnam Fluidi salientis, motuique hujus, quo ad latera sese expandit, dum latior fit *, resistit, & major impetus * 1589.
Fluidi insequentis requiritur, quàm si resistantia hæc sublata esset; resistit ergo Aër etiam Pressione laterali.

Resistentia, ex Fluidi Ictu in Aërem, crescit cum 1605.
superficie, quæ in Aërem incurrit; id est, si maneat Celeritas, augetur, cum Foramine; in quâ etiam ratione crescit quantitas Materiæ motæ, & hujus respectu non interest, cujuscunque magnitudinis fuerit Foramen.

Pressio lateralis sequitur proportionem superficiei 1606.
Columnæ; Materia mota, quæ, manente Celeritate, sequitur rationem ipsius Vis insitæ *, ad instar totius * 748.
Columnæ, id est, Quadrati superficiei hujus, mutatur: magis ergo, si Foramen augeatur, crescit Vis Fluidi, quàm ipsa Causa retardans; *in majoribus ideo Fluidorum* 1607.
profilientium Altitudinibus, ut Pressio lateralis, quæ, cum diutius agat, majorem Actionem exserit, melius supe-

M m m

rari

rari possit, *majora desiderantur Foramina*; quod & in eo

- * 1597. dem casu ex aliâ causâ requiri antea diximus* : in quo loco, ut & hîc, *majora Foramina* in majoribus tantum *Altitudinibus* necessaria ponimus, licet demonstrationes probent, hæc *Foramina*, in majoribus *Altitudinibus* maximè necessaria, in genere esse anteponenda. Hujus distinctionis causam explicabo.

1608. Magna *Foramina* etiam motui obstant; nam 1°. Major datur superficies, cui incumbit *Fluidum supremum*, quod totum motum amisit, ibique diutius hæret, antequam ad latera defluat.

1609. 2°. *Fluidum* non tantum illud ex *Foramine* exit, quod huic respondet; sed, ut *Effluxus* continuus detur, *Fluidum* vicinum continuo adfluit, quod obliquè movetur, &, dum profilit, motu composito agitur, quo motus *Fluidi* profilientis turbatur; & in majoribus *Foraminibus* major est perturbatio ex hac causâ oriunda.

In minoribus *Foraminibus* prævalent *Retardationes*, quæ, aucto *Foramine*, minuuntur; ita tamen potest augeri *Foramen*, ut hæc prævaleant *Retardationes*, quæ aucto *Foramine* crescunt. Quare datur in omnibus *Altitudinibus* certa *Foraminis mensura*, per quod *Fluidum* ad maximam quam potest adscendit *Altitudinem*. Regulæ tamen, de determinando *Foramine*, dari nequeunt; quia latitudo *Tuborum*, per quos *Aqua* deducitur, horumque inflexiones, illud mutant ita, ut variatio in infinitum detur.

1611. Notandum autem *Altitudinem*, ad quam *Fluidum* adscendere potest, ut & *Foraminis* magnitudinem, limites habere, quos excedere vetitum.

Nam

Nam auctâ nimium Fluidi Celeritate, tantâ Vi in Aërem impingitur hoc, ut in guttas dispergatur; in quo casu, minuendo Celeritatem, Altitudo, ad quam adscendit Fluidum, augetur; & Altitudo omnium maxima, ad quam Fluidum adscendere potest, in diversis Fluidis differt: hæcque, in Aquâ profiliēti, vix centum Pedes superat. Diameter Foraminis, quod huic maximæ Altitudini respondet, vix excedit Pollicem cum quartâ parte.

Fluida, quæ obliquè profiliunt, non ex tot causis, neque 1612.
tantum, quàm verticaliter profiliētia retardantur. Secunda Retardationis causa, antea memorata *, hîc locum * 1598.
non habet, & Effectus primæ * minor est. De cæte- * 1589.
ro in his locum habent, quæ de Solidis, obliquè projectis, dicta sunt in Capite 22. Libri primi; & *Fluidum ut* 1613.
innumera Solida, sese mutuò insequentia, & eandem Viam percurrentia, considerari potest. In motu Fluidi Via percur-
sa sensibilis est; & quæ de Solidis, obliquè projectis, dicta sunt, ope Fluidorum ad Experimentum vocantur; ad quod Hydrargyro utendum, propter hujus Fluidi, præ cæteris, Gravitationem specificam. Hæc autem, Machinâ peculiari, instituenda sunt Experimenta.

M A C H I N A ,

Quâ instituuntur Experimenta de Fluidis obliquè profiliētib.

Arca lignea A B C D E F H quatuor Pedes longa 1614.
est, & lata decem aut duodecim pollices; altitudo TAB. LIII.
est sex, aut septem, Pollicum. Fundus constat ex Ta- Fig. 1.
bulâ lignâ excavatâ ad profunditatem Semi-pollicis, ut melius Mercurium contineat.

In extremitate H, lateris E F H, datur asser, aut
Mmm 2 Ta-

Tabula, HI, lata sex pollices, alta duos pedes; in quâ datur scissura *ot*. Hujus ope Solidum ligneum *s*, cui à posteriori parte cochlea cohæret, ad altitudinem quamcumque firmatur.

Solidum hoc separatim exhibetur in S (Fig. 2.). Huic additur Pyxis buxea cylindrica P, quæ sulco circumdatur, cui inseruntur Laminæ duæ aneæ, quarum una videtur in *fe*, harum extremitates junguntur cochleâ *g*, quâ Pyxis immobilis redditur; hæc verò circa axem est volubilis, quando relaxatur paululum cochlea.

In fundo hujus Pyxididis datur cavitas cylindrica *ab*, diametri quartæ partis unius pollicis. Habet hæc communicationem cum simili cavitate *bc*, quæ terminatur in medio cavitatis majoris *cd*, cujus diameter Semipollicem excedit; huic inseritur Conus truncatus H (Fig. 3.) buxeus, cujus exterior superficies, cum interiori cavitatis superficie congruit ita, ut Conus circa axem, in hac cavitate, rotari possit; dum firmiter retinetur cochleâ R, ansam aneam QO trajiciente.

Ad angulos rectos cohæret Conus truncatus H cum Cylindro IL; Conumque cum Cylindro flexa trajicit cavitas *hil*, ejusdem diametri cum cavitate *bc*, & huic respondens Latior autem illa est in L, ut ipsi inferatur Tubus vitreus NM.

Tubi longitudo est Sesqui-pedis; extremitas altera videtur in NM (Fig. 5.), quæ inseritur Cylindro buxeo LI, ad formam Gnomonis excavato in *lih*; in *hc* datur cavitas major, cui inseritur Conus truncatus ED, quo hæc exactè repletur, & qui in hac circa axem convertitur, ope manubrii EA.

Ca.

Cavitas *hi* respondet cavitati *de*, quæ communicatur cum *fg*; pars hæc buxi annulo ferreo BQ circumdatur, in quo exiguum admodum datur foramen *g*, quod. partibus Machinæ junctis, cum cavitate Pyxidis P (Fig. 2.) communicationem habet.

Ne Tubus frangatur, extremitates L, L, Cylindrorum buxeorum (Fig. 3. & 5.), cum Tubo intermedio applicantur Regulæ ligneæ *mn* (Fig. 1.). Cum quâ, in extremitate inferiori *m*, jungitur compages ferrea LPBQ (Fig. 6.); extremitas L (Fig. 5.) Cylindri buxei respondet extremitati M, Regulæ MN (Fig. 6.), in quo situ pars crassior I Cylindri Fig. 5. cum I Fig. 6. congruit; & cochlea Q in *o* comprimit Cylindrum BD Fig. 5., huncque firmiter cum Cylindro LI conjungit.

Machinæ omnes partes conjunctæ videntur in Fig. 1.; Hydrargyrum Pyxidi *p* infunditur, & ex foramine *g* (Fig. 5.) profilit. Manente Mercurio ad eandem altitudinem in Pyxide, & non variatâ Regulæ *nm* inclinatione, eâdem cum Celeritate, juxta directionem quamcunque, profilit Hydrargyrum *; variatur autem * 1574. inclinatio directionis, motu Manubrii *ea* (EA in Fig. 5.). Angulus, quem directio, juxta quam Mercurius ex foramine exit, cum Horizonte efficit, mensuratur ope Quadrantis Circuli divisi *q*, juxta quem movetur Index *fb*, qui pondere suo semper in situ verticali retinetur. Quadrans hicce videtur in Fig. 7. Index est FH. A posteriori parte duo dantur annuli, per quos transit Manubrium EA (Fig. 5.); quando Manubrium hocce est in situ verticali, Index cum divisione anguli 45. Gr. congruit, & directio mo-

tus Mercurii exeuntis, in eo casu, Angulum Semi-rectum cum Horizonte efficit.

In Fig. 1. Jaetus Mercurii juxta varias directiones repræsentantur : sensibiles hæc redduntur ope Tabulæ lignæ G, nigro colore tinctæ, quam Mercurius in motu suo fere radit; in hac, quod hic repræsentari non potuit, secundum dicta in N. 545., delineantur Viæ à Corpore, eâdem celeritate, juxta directiones varios angulos cum Horizonte formantes, percursum; Semi-circulus etiam AL (Fig. 5. Tab. XIX.) in hac Tabulâ describitur.

Variae tales Tabulæ dari possunt, in quibus hæc eadem, pro diversis Celeritatibus, repræsentantur.

Tabula fere in medio Arcæ erigitur, & cohæret cum latere EFH ita, ut juxta longitudinem Pyxidis moveri possit.

Celeritas Mercurii proficientis variatur, mutando inclinationem regulæ *nm*; &, descensu Pyxidis *p*, apertura, ex quâ profilit Hydrargyrum, ad Altitudinem, cum puncto infimo delineationis in Tabulâ congruentem, disponitur.

Sistitur Hydrargyri eruptio, obturando cavitatem *ab* (Fig. 2) paxillo DE (Fig. 4).

EXPERIMENTUM 4.

1615. Partibus Machinæ conjunctis, & dispositis, ut in descriptione dictum, inclinetur Regula *nm*, donec Altitudo, ad quam profilit Mercurius, quando directione, quæ à verticali paululum admodum divergit; in Altum ascendit, fere æquet diametrum Semi-circuli in Tabulâ G delineati. Ad talem altitudinem Pyxis *p* constituitur, & Tabula G disponatur, ut axis circumvolutionis Cylindri BD (Fig. 5.) respondeat puncto infimo

TAB. LIII.
Fig. 1.

fimo Semi-circuli memorati. Quomodocunque inclinetur Jactûs directio, hujus Amplitudo semper ferè quadrupla erit lineæ B M in Semi-circulo A B L (Tab. XIX. Fig. 5.) Exigua quædam datur differentia, quæ præcipuè Aëris resistentiæ tribuenda est.

EXPERIMENTUM 5.

Machinâ, ut in præcedenti Experimento, dispositâ, 1616.
si profiliat Hydrargyrum per duas directiones, quarum unius inclinatio Angulum Semi-rectum excedit, quantum alterius inclinatio ab hoc deficit, Mercurius in punctis, parum distantibus, secabit lineam horizontalem, quæ per Semicirculi, in Tabulâ G delineati, punctum infimum transit.

EXPERIMENTUM 6.

Manente Machinæ dispositione, si via pro quacunque 1617.
motûs directione in Tabulâ, ut in Machinæ descriptione dictum, delineata sit, & index *fb* cum divisione Quadrantis, hanc denotans inclinationem, congruat, Hydrargyrum in motu suo à Viâ delineatâ parum aberrabit. Si pro variis Angulis viæ delineantur, motu manubrii *ae* successivè hoc idem in diversis hisce Viis observari poterit.

EXPERIMENTUM 7.

Si alia Tabula ut G adhibeatur, in quâ prædicta pro 1618.
aliâ Mercurii Celeritate sunt delineata, Experimenta eodem modo procedunt.

Simili methodo, quâ per Circulum determinatur distantia, ad quam Corpora obliquè projecta cadunt, detegitur distantia, ad quam Fluidum, ex foramine in latere vasis, profilit, quando vas plano horizontali imponitur: diversa est hæc distantia pro variâ foraminis

minis Altitudine, manente superficie superiori Fluidi.

1619. *Sit AB Vasis Fluidi repleti Altitudo; secetur hæc in duas partes æquales in C; centro C & radio CA Semi-circulus describatur; detur foramen in E; tandem ducatur ad AB perpendicularis ED, in Semi-circuli circumferentiâ terminata in D. Profiliat Fluidum ex E ad F in plano horizontali, distantia BF, sepositis omnibus retardationibus, dupla erit ipsius perpendicularis ED.*
1620. Quod ut demonstretur, considerandum Fluidum, motu æquabili, Celeritate quâ ex foramine exit, in Tempore in quo Corpus cadere potest ab E ad B, percurrere spatium BF*. In omni Motu Spatium percursum, sequitur rationem compositam Celeritatis & Temporis*; & hoc per illam multiplicando datur spatium percursum; id est, si pro variis Motibus hæc instituatur operatio, dantur quantitates, quæ spatiorum percursorum proportionem exprimunt. Si cum Quadratis Celeritatum & Temporum computatio ineatur, dabitur ratio Quadratorum spatiorum percursorum.
- * 1586. AE hic designat Quadratum Celeritatis*; EB autem
- * 374. Quadratum Temporis*; harum linearum productum exprimit ergo Quadratum spatii percurssi BF. Hocce autem productum est Quadratum lineæ ED*; quæ idcirco, mutato foramine, crescit & minuitur in eâdem ratione cum distantia BF. Posito foramine in centro C, distantia BG, ad quam Fluidum profilit, sepositis omnibus retardationibus, ipsi BA æqualis est*,
- * 1583. & æqualis est perpendiculari, quæ in C ad AB in Semi-circulo duci potest, duplicatæ; quod ergo in omnibus foraminibus obtinet, & ED erit dimidium ipsius BF.

Ex



Ex hisce sequitur, *Fluidum ex foramine in centro C* 1621.
ad distantiam omnium maximam profilire.

EXPERIMENTUM 8.

Utendum hic Machinâ, in Capite præcedenti descri- 1622.
ptâ *. Profiliat Aqua ex foramine F, ut in Experi- TAB. LIV.
mento I. Capitis VII.; profiliat eodem tempore ex E, Fig. 2.
ut & ex G; foramen G minus quam F, foramen E * 1584.
verò magis à superficie Aquæ distat, ex horum neutro
pervenit Aqua ad illam distantiam, ad quam ex F profilit.

Ex dictis ulterius sequitur, *ex foraminibus E & e, æquè* 1623.
distantibus à centro C, Fluidum ad eandem profilire di- TAB. LIV.
stantiam; quia in eo casu perpendiculares ED, ed, sunt Fig. 4.
æquales.

EXPERIMENTUM 9.

Per F concipiatur linea horizontalis, quæ transit 1624.
per H; HG. & HE sunt æquales, & ex utroque fo- TAB. LIV.
ramine G & E Aqua profilit ad L. Fig. 2.

CAPUT IX.

De Quantitate Fluidi, ex Vasis profluentis, determinan-
dâ, & Irregularitatibus in hoc Motu.

Fluidi quantitas, quæ in dato Tempore, ex dato Fo- 1625.
ramine, fluit, ad instar Fluidi exeuntis Velocità-
tis crescit: pendet hæc Velocitas ab altitudine Fluidi
supra Foramen, & non interest quamcunque partem
versus motus Fluidi dirigatur *; &, *sepositis retardatio-* * 1574.
nibus, Quadrata Quantitatum effluentium sunt in ratione
*altitudinum Fluidi supra Foramina *.* * 1586.

In Tempore, in quo Corpus, liberè cadendo, percurrit al- 1626.
titudinem Fluidi supra Foramen, exit ex Foramine, sepositis

- *1583.376. *Retardationibus, Fluidi Columna, cujus longitudo dupla*
 1627. *est illius altitudinis* *. Foramen ipsum est basis Columnæ,
 & datur : si altitudo Fluidi supra Foramen nota sit, da-
 tur tota Columna ; Tempus etiam facile Experimentis
 *415.883. determinatur * : detectâ autem Quantitate, quæ in
 Tempore noto exit, quid, in Tempore quocunque
 dato effluat, non latet.
1628. Si autem quod hîc *, de Quantitate Fluidi exeun-
 * 1626. tis, demonstramus, conferamus cum demonstratis de
 * 1431. Fluidorum Pressionibus *, paradoxî quid sequetur,
 TAB. LIV. quamvis illud ex hoc deductum fuerit. Pressio, quæ
 Fig. 1. motum communicat Fluido exeunti ex cd , valet Pondus
 * 1577. Columnæ cm ; ut supra vidimus *. Si ipsa hæc Columna
 Tubo inclusa esset, & sola suo Pondere caderet, ut Cor-
 pus Solidum, hac eâdem Pressione illa deorsum pellere-
 tur. Agant hæc duæ Pressiones æquales per Tempus, in
 quo Corpus cadit ab altitudine md ; Columnæ mc com-
 municabit Pressio hæc Velocitatem, quâ Pressio illa Flui-
 dum expellit * : Velocitates sunt æquales, & Tem-
 * 1583. pora æqualia ; sed Materia agitata in ultimo casu dupla
 * 1626. est *. Ideoque integer Effectus duplus.
1629. Differentiam hanc deducimus ex iis, quæ supra ob-
 servavimus. Si sola Columna cm ageret, non ille esset
 * 1577. motus qui revera obtinet * ; sed Pressio lateralis ad-
 denda est, ut Pressio indicata, in Fluidum, quod exit,
 * 1578. sine intermissione continuetur *. Hæc ipsa est Actio,
 quæ propellit causam moventem, & sine cujus auxilio
 Effectum suum præstare hæc non potest ; illa ergo huic
 superaddenda est, ut causam integram habeamus, quæ
 * 706. Effectum exserit *, & cujus hic proportionem sequi-
 tur.

In

In momento primo solum pondus Columnæ *cm* agit; statim autem agit Pressio lateralis, quam causam adjutricem vocabimus, cujus auxilio in eodem statu servatur causa prima; quantum ergo hæc causa agendo amitteret, suppletur ab adjutrice; amitteret autem pro ratione Effectûs; Ergo Actio causæ adjutricis valet Effectum quem prima causa, si sola ageret, præstaret. Idcirco dum simul agunt, Effectus duplus est; hoc autem ipsum illud est quod illustrandum erat.

Quantitas verò Fluidi, quam, computatione indicatâ *, detegimus, sensibilibiter admodum excedit illam, * 1617. quæ revera exit: & quod maxime notabile est, *Experiments* 1631. *qua circa Velocitates, & illa, in quibus Quantitates Fluidorum, certo Tempore ex Foraminibus fluentium, immediatè mensurantur, minimè reciprocantur; & non potest* Quantitas hæc, ex notâ Velocitate, determinari.

Præcipua hujus differentię causa est motûs irregularitas, de quâ supra egimus *; & quæ, quamvis in magnis Foraminibus maximè noxia sit, in omnibus tamen locum habet; hac irregularitate, magis impeditur egressus Aquæ, quàm hujus Velocitas minuitur: Basis Columnæ minor est quàm superficies Foraminis, ut ad oculum patet, si Columna, ad exiguam à Foramine distantiam, mensuretur. Hac de causa, si Aqua per brevem Tubum, ex. gr. unum Pollicem longum, effluat, majori copiâ exhibet quàm, sublato Tubo, per Foramen ejusdem amplitudinis. 1632. * 1609. 1633.

In ipsâ mensurâ Velocitatis etiam error datur. Fluidum, quod juxta latera Foraminis transit, attritum patitur, & retardatur; quam Retardationem non patitur Fluidum illud, quod ex Foraminis centro irrumpit; 1634.

retardatur quidem hoc à Fluido laterali, cum quo cohaeret; sed Fluidi partes facile moventur inter se, & Retardatio hæc exigua est respectu alterius; idcirco parum etiam acceleratur Fluidum laterale Actione illius, quod per medium Foraminis transit, & hoc continuo celerius illo movetur; non tamen à medio Fluido separatur laterale; nam quamvis facile juxta se invicem Fluidorum partes moveantur, difficilius à se invicem divelluntur: Fluidum ergo medium, fluxu suo continuo, secum fert laterale, quod licet lentius motum, ad eandem distantiam, aut altitudinem, cum medio pertingit.

Judicium autem de Velocitate, nisi ex distantia, aut altitudine, fertur; Velocitas verò quæ sic determinatur, paululum deficit à Velocitate, quâ Fluidum ex medio Foraminis exit, quia hoc in toto motu suo à laterali Fluido, & aliis causis, retardatur. Sed Velocitas hæc multo magis excedit lateralis Fluidi Velocitatem, ut ex his omnibus sequitur; si quis ergo toti Fluido exeunti mensuratam tribuat Velocitatem, Quantitatem Fluidi, certo Tempore exeantis, determinabit veram excedentem; minus tamen veram excedet, quàm si in determinandâ Velocitate omnes retardationes seponat, & juxta Regulam, in N. 1626. indicatam, computationem ineat.

1635. *Experimentis autem constat, Quantitates Aquæ ex equalibus Foraminibus, determinato Tempore, exeuntes, si per latiores Tubos Aqua deducatur, & per Foramen in laminâ exeat, rationem sequi, à subduplicatâ altitudinis Aquæ supra Foramen, parum differentem; cum vero hæc ratio tantum quam proximè locum habeat, si nimum*

mium differant altitudines , Regula usum habere non potest.

Ubi computationes incundæ erunt de Aquæ Quan- 1636.
titate, quæ effluit ex Foramine dato, manente altitu-
dine Aquæ supra Foramen, subjecta Tabella usu venire
poterit, quæ ad altitudines majores aut minores non
producenda est. Quo Experimento nitatur hæc, &
quæ in computatione hujus observanda fuere, in Scho-
lio huic Capiti subjuncto dicam.

Pono Aquam fluere ex Foramine circulari, cujus 1637.
diameter est Semi-pollicis Rhenolandici; agitur ulte-
rius hic de Pedibus Rhenolandicis.

Altitudo Tempus in quo Altitudo Tempus in quo
Aqua. Pes cylindricus Aqua Aqua. Pes cylindricus Aqua
effluit. effluit.

| | |
|-----------------------------|------------------------------|
| 4. Pedes - - 52,16. Min. S. | 13. Pedes - - 28,94. Min. S. |
| 5. - - - - - 46,66. | 14. - - - - - 27,88. |
| 6. - - - - - 42,59. | 15. - - - - - 26,94. |
| 7. - - - - - 39,43. | 16. - - - - - 26,08. |
| 8. - - - - - 36,89. | 17. - - - - - 25,30. |
| 9. - - - - - 34,78. | 18. - - - - - 24,59. |
| 10. - - - - - 32,99. | 19. - - - - - 23,93. |
| 11. - - - - - 31,55. | 20. - - - - - 23,33. |
| 12. - - - - - 30,12. | 21. - - - - - 22,71. |

Si Foramina differant, & altitudo maneat, Quantitas 1638.
Fluidi, quæ determinato Tempore exit, ipsius Foraminis ra-
tionem sequitur, si in omnibus punctis Foraminis æquali
Velocitate Fluidum feratur; quod quamvis non obti-
neat, parum tamen à memoratâ ratione aberrare Quan-
titates, quæ revera exeunt, Experimentis cum Aquâ
institutis constat.

1639. Cæteris paribus, *Quantitates quæ effluunt*, esse ut Tempora clarum est: *sunt ergo Quantitates hæ generaliter in ratione compositæ Temporum, Foraminum**, & *Radicum quadratarum altitudinum Fluidi supra Foramina**.

1640. In Vasis, in quibus Fluidi adfluxus non datur, hujus Celeritas, dum effluit, continuo mutatur, ad quod attendendum in comparatione Temporum, in quibus Vasa diversa evacuantur.

Vasa Cylindrica hæc consideramus, & dicta, ad Vasa quæcunque, eandem juxta integram altitudinem capacitatem habentia, referri poterunt; ponimus Fluidum per Foramen in fundo effluere.

1641. *Tempora, in quibus Vasa cylindrica, ejusdem diametri & altitudinis, evacuantur, Fluido ex Foraminibus inequalibus fluente, sunt inter se inversè, ut hæc Foramina.*

Vasa hæc, planis ad basin parallelis, concipiantur divisa in partes æquales minimas; & divisiones utriusque Vasis non differant inter se: cum agatur de partibus minimis, concipere possumus Celeritatem, in evacuatione unius partis, non mutari. Fluidi Quantitas, quæ ex Foramine fluit, si altitudo non mutetur, crescit cum Foramine, & eo breviori Tempore evacuetur determinata Fluidi Quantitas, quo Foramen majus est; & minuitur Tempus hoc in ratione, in quâ Foramen augetur. Dum partes respondentes in Vasis evacuantur, altitudines sunt æquales; partes etiam ipsæ, & ideo Quantitates Fluidi, quæ effluunt, sunt æquales; ergo Tempora in inversâ ratione Foraminum; quod cum in singulis partibus respondentibus locum habeat, ad Tempora evacuationum integrorum Vaso-

* 12. El. V. rum etiam referri debet*.

Quando Vasa cylindrica sunt inaequalia, & aequè alta, 1642.
 per Foramina aequalia, in Temporibus, quæ sunt ut Cylindrorum bases, evacuantur. Vasa iterum in partes minimas, & numero æquali in utroque Vase, divisa concipiantur ita, ut partes respondentes æquales habeant altitudines, ideoque æqualiter à fundo distent. Quando partes respondentes evacuantur, Fluidum, per Foramina æqualia, Velocitatibus æqualibus, effluit ex utroque Vase; quantitates ergo quæ effluunt sunt ut Tempora: & ideo in hac Temporum ratione sunt ipsæ partes respondentes, quæ sunt ut Cylindrorum bases: Tempora autem, integrarum evacuationum, sunt ut Tempora in quibus partes respondentes evacuantur *. * 12. El.V.

Dentur tandem duo Vasa cylindrica EI, AD, quorum bases sunt æquales, altitudines verò diversa, ex. gr. 1643.
 ut 1. ad 4. & evacuentur hæc per Foramina aequalia: concipiantur etiam hæc Vasa planis ad basin parallelis in partes minimas divisa, quales sunt Hi, Cd; sitque idem numerus partium in utroque Vase, & sint partes inter se, ut ipsa Vasa, id est, ut 1. ad 4. Partes singulæ motu æquabili evacuantur, quia de minimis agitur: Celeritates in partibus respondentibus sunt ubique ut 1. ad 2. *. quia altitudines harum partium supra bases sunt ut Vasorum altitudines, quæ sunt ut horum numerorum Quadrata. Unde sequitur Tempora, in quibus partes respondentes evacuantur, etiam esse inter se ut unum ad duo; quæ in Tempore duplo, Celeritate dupla, Quantitas quadrupla evacuatur. Cum autem Tempora sint in eadem ratione pro singulis partibus respondentibus, Tempora, in quibus integra Vasa evacuantur, sunt etiam ut unum ad duo *. Si Vasa
 * 12. El.V.

Vasa sint ut 1 ad 9, Tempora, ut demonstratione simili evincitur, erunt ut 1. ad 3; & in genere Tempora sunt ut Celeritates, quibus partes respondentes evacuantur, quarum Celeritatum Quadrata sunt ut
 * 1586. *Vasorum altitudines* *; in quâ ratione ergo etiam sunt
Quadrata Temporum.

EXPERIMENTUM I.

1644. Dantur ex Metallo tenui tria Vasa Cylindrica A, C, B.
 TAB. LV. diametros æquales habentia, & quorum altitudines sunt
 Fig. 1. 2. ut unum, tria, & quatuor; unumquodque incisionem in ora habet, quâ effluit Aqua certam superans altitudinem, quæ pro Vasis altitudine habetur; in fundis Vasorum A & B, quæ sunt ut unum & quatuor, Foramina æqualia dantur, & Aquâ implentur; eodem momento Foramina aperiuntur; si Aqua ex B fluens Vase C recipiatur, impletur hoc in Tempore, in quo A evacuatur: C continet tres partes quartas Vasis B; partem quartam, quæ superest, æquali etiam Tempore cum Vase A evacuari, à nemine in dubium vocari potest; bis ergo evacuatur A, dum B semel.

1645. *Tempora, in quibus Vasa cylindrica quæcunque evacuantur, sunt in ratione compositâ basium* *, & *Radicum quadratarum altitudinum* *, ut & *inversâ Foraminum* *.
 * 1642.
 * 1643.
 * 1641.

1646. Dividi ita potest, Vas cylindricum, ut partes, inter divisiones interceptæ, equalibus Temporibus evacuentur, quod fiet, si divisionum à basi distantia fuerint, ut numerorum naturalium Quadrata; Tempora enim evacuationum Vasorum, quorum altitudines hanc sequuntur proportionem, sunt ut numeri naturales *, & Temporum differentia æquales.
 * 1644.

1647. Tempus in quo Vas cylindricum evacuatur est ut Cele-

Celeritas, cum quâ Fluidum effluere inchoat *; Celeritas ergo, dum Fluidum in Vase descendit, in eâdem ratione minuitur, cum Tempore evacuationis Fluidi in Vase superstitis; & *motus Fluidi, ex Vase cylindrico fluentis, est retardatus equaliter in Temporibus equalibus.* 1586. 1643. 1648.

Si ex Cylindro, & alio Vase ejusdem altitudinis, & Fluidum semper ad eandem altitudinem continenti, per Foramina equalia fluat Fluidum, in Tempore in quo evacuatur Cylindrus, ex Vase memorato fluit dupla Fluidi quantitas quàm ex Cylindro. Nam, propter altitudines Vasorum æquales, Celeritates in principio sunt æquales; Fluidi, quod ex Vase semper repleto exit, Celeritas est æquabilis; Celeritas Fluidi, ex Cylindro fluentis, est æquabiliter retardata *. Idcirco ex isto Vase, dum Cylindrus evacuatur, fluet dupla Aquæ quantitas quàm ex Cylindro. Si enim duo Corpora eâdem Celeritate propellantur, & primum motu æquabili progrediatur, secundum autem motu æquabiliter retardato, & moveantur donec hoc totum motum amiserit, primum in eo tempore percurrat spatium duplum spatii à secundo percurfi *; hîc Fluidum, quod effluit, pro spatio percurso haberi potest, quia Foramina sunt æqualia. 1649. 1650. * 1648. * 377-378. 376.

Notavimus supra, partium cohæSIONem motum Fluidorum retardare, contrarium etiam in multis occasionibus observamus; & licet Velocitas, ex Pressione oriunda, quascunque partes versùs eadem sit, omnium tamen celerrimè movetur Fluidum, dum verticaliter descendit; hoc, in motu suo, cadendo continuò acceleratur, cum insequenti cohæret, & hoc secum trahit, Velocitatemque Fluidi, ex Vase profluentis, auget. 1651.

Motus ex Vase, cum quo in inferiori parte Tubus conjungitur 1652. TAB. LV. Fig. 3.

ooo

gitur multo magis acceleratur. Sit Vas tale E, quod cum Tubo *cb* cohæret, cujus ambo orificia æqualia ponimus.

1653. Statim apparet, non majorem Fluidi copiam per orificium inferius Tubi effluere posse, quàm per superius intrat; ut autem Vim determinemus &, datâ hac, detegamus Velocitatem, quâ Fluidum in orificium hoc penetrat, causas, quibus Fluidum introducitur, indicare debemus.

1654. Pressione Fluidi superincumbentis, particulis exeuntibus ex Vase, & in Tubum penetrantibus, communicatur Vis, quam singulæ acquirerent, cadendo ab altitudine *ab**, sed præterea hæ quoque deorsum trahuntur pondere Columnæ Tubo contentæ.

* 1583.

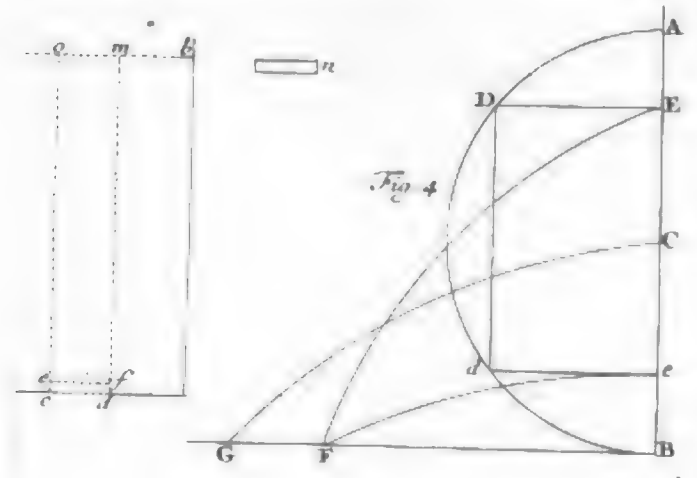
1655. Partes Fluidi non tantum cohærent inter se ita, ut omnes, quæ in Tubo sunt, unicum quasi Corpus efficiant, sed etiam ipsi Tubo adhærent; quâ de causâ hic continuo Fluido repletus manet; & propter æqualitatem inter orificia, eâ Velocitate exit ex Tubo, quâ ipsum intrat, & in toto descensu per *bc* non datur Acceleratio. Hanc autem impedit Reactio particularum, quæ Actione inferiorum accelerantur in ingressu in Tubum.

Particulæ dum per integram Tubi longitudinem descendunt, pondere suo integro continuo agunt; Effectus Pressionis, manente hujus intensitate, & spatio percurso, semper est idem*; ergo Actio hæc particularum valet Vim, quam Gravitas ipsis communicare potest in descensu per *bc*; quæ Vis semper est eadem, sive particulæ velocius, sive lentius, hoc spatium per-

* 754-727. currant. *

1656. Si nunc integram Vim agentem, durante Tempore quo-

TAB. LIV.



quocunque effluxûs, consideremus, habemus primum
 Vim quam particulæ acquirerent cadendo ab altitudine
 ab^* ; præterea habemus Vim, quam acquirerent caden- * 1654.
 do ab altitudine bc^* ; quæ conjunctæ valent Vim acqui- * 1655.
 sitam cadendo ab altitudinibus ambabus conjunctim *, * 754.
 nempe ab altitudine ac . Tali Vi omnes particulæ ef-
 fluentes agunt, antequam ex Tubo exeant; hæcque
 integra Actio consumitur motum communicando his
 ipsis particulis; & valet Vim communicatam *. Ergo, * 700.
 cum omnes particulæ eadem Velocitate exeant, ut
 Effectus Actioni sit æqualis, necessario eâ Vi, & Velo-
 citate, singulæ exeunt, quam acquirerent cadendo ab
 altitudine ac ; hacque ipsâ Velocitate in b in Tubum
 penetrant. Attritu juxta latera Tubi minuitur Veloci-
 tas, sæpe parum tantum. Magis autem minuitur hæc,
 si minor fuerit altitudo ab respectu longitudinis Tubi,
 etiam si angustior fuerit Tubus, aut longior.

EXPERIMENTUM 2.

Vas E æquale & simile est Vasi A, Fig. 1. & cum 1657.
 Tubo altitudinem habet Vasis B Fig. 2. Ambo Tubi TAB. LV.
 orificia æqualia sunt inter se, & Foraminibus in Fundis Fig. 4.
 Vasorum A & B; id est, diametri valent tertiam Pol-
 licis partem. Aquâ impleantur Vasa B & E; eodem
 momento apertis foraminibus, celerius quidem descen-
 det Aquæ superficies in B quàm in E: sed exigua ad-
 modum est differentia.

Maneat apertura superior Tubi, quâ cum Vase Tubus 1658.
communicationem habet, ut & hujus longitudo; augeatur
apertura inferior; major Aquæ quantitas effluet, & magis
accelerabitur Aqua, quæ Tubum intrat. In hoc ca-
su, per aperturam Tubi superiorem, major fluit A-

quæ quantitas quàm ex aperturâ æquali ad profunditatem quadruplam.

1659. Si huic casui applicemus ratiocinium, quod præcedenti casui fuit applicatum, clarum erit, sepositis causis retardationis, singulas particulas eam præstare Vim, antequam exeant, quam acquirere possunt cadendo ab altitudine *ac*; ideoque ex orificio inferiori exire, eâ Velocitate, quam Corpus, cadendo ab hac eadem altitudine, acquirere potest. Dum per orificium superius in Tubum penetrant Particulæ, majori quidem feruntur Velocitate, & singularum Vis superat illam, quam indicavimus; sed hanc iterum amittunt, dum insequentes in Tubum trahunt, hisque talem majorem Vim communicant, quam & hæ statim consumunt. Vis, quâ Particulas ex orificio inferiori exire diximus, illa est, cujus Effectus superest, ubi Particulæ ad inferius orificium pervenere, & hæc sola hinc considerata venit. Quantitas quæ exit, seposito attritu, illa est, quæ, si Vasis altitudo foret *ac*, manente ipsius capacitate, ex Foramine in fundo exiret, æquali orificio inferiori Tubi, si nempe Tubus semper repletus maneret; quod continget semper, quando inferius Tubi orificium superius non nimium superat; quo usque autem illud hoc superare possit, à cohæsione partium Fluidi pendet.

EXPERIMENTUM 3.

1660. Vas F in hoc solo cum E (*Fig. 4.*) differt, inferius
 TAB. LV. Tubi orificium majus est; & collatis inter se F, E,
 Fig. 5. & B (*Fig. 2.*), trium Vasorum Diametri sunt æquales; & aperturæ in fundo æquales, nempe diametrum habentes quatuor Lin. id est, tertiæ partis Poll.; Tubi

bi verò, cum Vase F cohærentis, orificium inferius *c* est quinque Lin. Impleantur Aquâ Vasa F & B; si eodem momento Aqua fluat ex utroque Vase, celerius Aquæ superficies in Vase F quàm in B descendet. Altitudo Vasis B est circiter sedecim pollicum.

His Experimentis duo alia notabilia admodum circa partium cohæsionem subjungam, quibus effectus hujus cohæsionis dilucidantur.

EXPERIMENTUM 4.

Antliæ, duæ æquales A, B, cochleis junguntur 1661. Tubis duobus E *d a*, F *d b*, inter se cohærentibus; Tu- TAB. LV. Fig. 6.
borum horum axes in eodem plano dantur, & sese mutuò ad angulos rectos secant, confundunturque Tubi in *d*.

Antlia A repletur Aquâ rubro, aut alio colore, tinctâ; B repletur Aquâ purâ; Emboli junguntur laminâ L, quæ cochleis firmatur. Simul si intrudantur Emboli, tinctâ Aqua Viam sequitur E *d b*, alia Viam F *d a*; & vix sensibilis Aquarum permixtio datur, dum in *d* juxta se invicem transeunt, & vias flectunt.

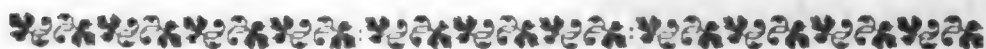
EXPERIMENTUM 5.

Differt Experimentum hoc cum præcedenti in unicâ 1662. tantum circumstantiâ, Effectus tamen diversus omninò TAB. LV. Fig. 7.
est. Tuborum E *d a*, F *d b*, axes non in eodem dantur plano, sed unius axis alterius cavitatem quasi tangit ita, ut pro parte tantum Tubi confundantur in *d*. Intrusis nunc Embolis, colorata Aqua, quæ pro parte liberè transit per E *d a*, omnem aliam coloratam secum trahit; dum eodem modo Aqua pura per F *d b* fertur; his vix sensibilibiter permixtis, quamvis juxta se invicem Aquæ in *d* transeant.

Ooo 3

Ex.

1663. Experimentum hoc celebrem Auctorem in errorem induxit, qui hoc ipsum instituit Experimentum, cum in animum haberet præcedens tentare, conclusionemque deduxit ambobus Experimentis contrariam; Fluidi nempe particulas liberrimè, sine confusione, inter alius Fluidi particulas Viam continuare, agitato licet hoc Fluido juxta aliam directionem.



S C H O L I U M.

Dixi me in hoc Scholio explicaturum, ex quo Experimento, & quomodo, computatio Tabulæ N. 1637. fuerit inita.

1664. Mariotte Experimento, variis vicibus repetito, observatisque cautelis necessariis, determinavit, ex Foramine, cujus diameter erat $\frac{1}{4}$ Poll., servatâ Aquæ Altitudine supra hoc 13. Ped., singulis vicibus effluxisse, in uno minuto primo, Pintas 28., quarum Pes cubicus continet 70. Agitur hic de Pede regio Gallico, qui ad Pedem Rhénolandicum se habet, ut 144. ad 139. Dato hoc Experimento, detegendum in quo Tempore Pes Cylindricus evacuari potest, per Foramen cujus diameter est Semi-Poll., positâ etiam Aquæ Altitudine supra hoc 13. Pedum, dum mensura Rhénolandica adhibetur.

1665. Tempus, quo certa Aquæ quantitas evacuat, eo brevius est, quo major quantitas, determinato Tempore, exit; Tempora ergo sunt inversè ut hæ quantitates, quæ, cæteris paribus, sunt in ratione subduplicatâ Altitudinum*.

Tempora etiam sunt eo minorâ, quo Foramina sunt majora, id est, cæteris paribus, sunt in ratione inversâ Quadratorum diametrorum Foraminum.

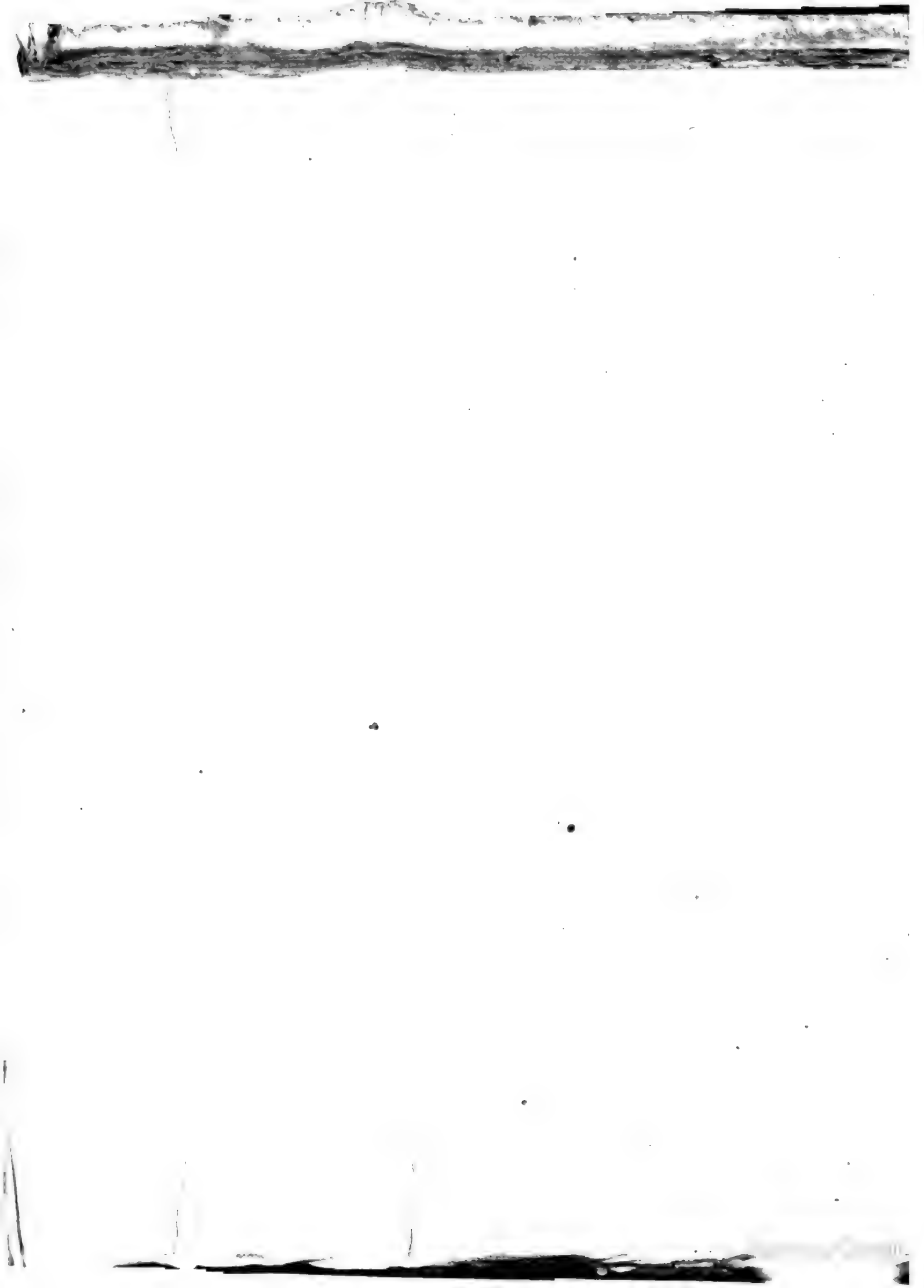
Tandem, cæteris paribus, Tempora sunt directè ut quantitates quæ effluunt.

In Experimento à Mariotte instituto, Altitudo tredecim Pedum Gallicorum est ad Altitudinem totidem Pedum Rhénolandicorum, in casu de quo agitur; ut 144. ad 139.

Quadrata diametrorum Foraminum sunt ut 1. ad 4. & ut $\frac{144}{139}$ ad $\frac{139}{144}$.

Quantitates Aquæ sunt, ut Pintæ 28 ad Pedem Cylindricum Rhénolandicum; quæ quantitates sunt in ratione compositâ, rationis 28. ad 70. aut 14. ad 35., id est, quantitatis quæ effluit ad Pedem cubicum Gallicum, & rationis Pedis cubici Gallici ad Pedem cubicum Rhénolandicum, ut & rationis Pedis cubici ad Pedem cylindricum, aut 452 ad 355.

Idcirco Tempus unius minuti primi, aut 60. m. s., ad Tempus quæsitum,



rum, in ratione compositâ ex hisce sex rationibus, $\sqrt{139}$. ad $\sqrt{144}$. 4. ad 1.,

$\frac{1}{139}$. ad $\frac{1}{144}$. 14. ad 35., $\frac{1}{144}$. ad $\frac{1}{139}$. & 452. ad 355.

Rationes prima, tertia, & quinta, reducuntur ad rationem, $\sqrt{144}$. ad 1666.
 $\sqrt{139}$; & sunt 60. m. s. ad Tempus quassum, ut $4 \times 14 \times 452 \times 12$. ad
 $1 \times 35 \times 355 \times \sqrt{139}$. quod tempus detegitur 28,94. m. s. Quo tempore dato
 reliqua, quæ notantur in Tabellâ N. 1637., deteguntur, quærendo numeros
 in ratione inversâ subduplicatâ Altitudinum.



C A P U T X.

De Cursu Fluminum.

D E F I N I T I O 1.

Flumen vocamus Aquam, in canali superius aperto, 1667.
 propriâ gravitate fluentem.

D E F I N I T I O 2.

Flumen in eodem Statu manere, aut in Statu manen- 1668.
 te, dicitur, quando Aqua uniformiter fluit ita, ut in eo-
 dem loco semper sit ad eandem Altitudinem.

D E F I N I T I O 3.

Sectio Fluminis vocatur Planum Flumen secans perpendi- 1669.
 culariter ad Fundum, & ad Motûs Aquæ directionem.

Quando Flumen ad latera terminatur Planis inter se
 parallelis, & ad Horizontem normalibus, & Fundus
 etiam est Planum, sive horizontale, sive inclinatum,
 Sectio Fluminis cum tribus hisce Planis Angulos rectos
 efficit, & est Parallelogrammum.

In omni Flumine in Statu manente, eadem Aquæ quanti- 1670.
 tas per singulas Sectiones eodem Tempore fluit. Nisi enim
 in loco quocunque eadem Aquæ quantitas adfluat, quæ
 ex eo defluit, in eodem Statu Flumen non manebit;
 & demonstratio hæc locum habet, quæcunque fuerit
 Alvei.

Alvei irregularitas, ex quâ, alio respectu, multæ in Fluminis Motu mutationes oriuntur; attritus ex. gr. major est pro majore Alvei inæqualitate.

1671. Irregularitates in Fluminis motu in infinitum variari possunt, & Regulæ circa illas tradi nequeunt; sepositis ergo irregularitatibus omnibus, Fluminum cursus primum examinandus est; nisi enim in hoc casu motûs Leges notæ fuerint, in nullo alio judicium, vero fundamento nixum, ferri poterit; quid in veris Fluminibus obtineat, postea perpendendum.

1672. Ponimus nunc Aquam fluere per Canalem regularem, sine sensibili attritu; Canalem terminari ad latera Planis parallelis inter se, & verticalibus; Fundumque etiam planum esse, & ad horizontem inclinari.

TAB. LVI.
Fig. 1.

Sit Canalis A E; ex Receptaculo majori Aqua in illum fluat, maneatque in Receptaculo semper ad eandem Altitudinem, ut Flumen sit in Statu manenti. Aqua

* 382. juxta Planum inclinatum descendit, & acceleratur *; quo, propter æqualem Aquæ quantitatem per singu-

* 1670. las Sectiones fluentem *, *Altitudo Aquæ, recedendo à*

1673. *Fluminis initio, continuo minuitur*, & Aquæ superficies adipiscitur Figuram *i q s*.

1674. Ad determinandam Aquæ in variis locis Velocitatem, concipiamus Canalis aperturam AB Plano claudi; si perforetur Planum, eo celerius ex Foramine profiliet Aqua, quo magis hoc distabit à superficie Aquæ *hi*; eandemque habebit Aqua celeritatem, quam Corpus, cadendo à superficie Aquæ ad profunditatem Foraminis infra illam, acquirit *; quod ex Pressione Aquæ superincumbentis oritur. Datur eadem Pressio, id est, eadem Vis motrix, quando impedimentum in

AB

AB tollitur; ponimus enim capax adeo Receptaculum, ut & in hoc casu Pressio lateralis agat in Aquam, quæ Canalem intrat.

Hunc nunc ingreditur unaquæque particula Aquæ eâ Celeritate, quam Corpus acquirit cadendo ab Aquæ superficie ad particulæ profunditatem. Particula hæc, juxta Planum inclinatum, in Canale movetur, & hujus Motus acceleratur; & quidem eodem modo, ac si verticaliter cadendo, motum continuasset ad eandem profunditatem infra superficiem Aquæ, in origine Fluminis *.

* 393.

Si ducatur horizontalis linea it , particula in r habebit Celeritatem, quam Corpus, cadendo per iB , & devolvendo per Br , potest acquirere; quæ est Celeritas, casu per tr , à Corpore acquisita *. Ubique ergo *mensuratur particula Celeritas, ducendo ab hac perpendiculari rem ad Planum horizontale, quod per superficiem Aquæ in Origine Fluminis concipitur, & Velocitas, quam Corpus per hanc perpendicularem cadendo acquirit, erit particula Celeritas, quæ major est pro majori perpendicularis longitudine; & non augetur Pressione Aquæ superincumbentis,* 1675. 1676. quæ non potest augere Celeritatem Aquæ, quæ aliunde majorem habet, quam quæ ex hac Pressione oriri potest: eodem modo ac Corpus insequens in antecedens, celerius motum, agere non potest.

In puncto quocunque r ad Fluminis Fundum ducatur verticalis rs , Fluminis altitudinem mensurans; si continuetur hæc sursum, ut ad lineam it perveniat in t ; evidenter patet, particularum, in lineâ rs , Celeritates eo minores esse, quo magis hæ ad superficiem Fluminis accedunt, & *Aquam inferiorem celerius superiori moveri.* 1677. 1678.

P p p

Ha-

1679. *Harum tamen Aquarum, in progressu Fluminis, ad equalitatem continuò magis accedunt Celeritates. Nam Ce-*

* 1675. *leritatum harum Quadrata sunt ut rt ad st *; quarum*
 374. *linearum differentia, recedendo à Fluminis Origine, con-*

* 1673. *tinuò minuitur, propter imminutam altitudinem rs *, dum lineæ ipsæ augentur. Quod cum in Quadratis obtineat, multo magis in ipsis Celeritatibus locum habet; quarum differentia ergo etiam minuitur, dum ipsæ crescunt.*

1680. *Si Fundi inclinatio in principio Fluminis mutetur, ut sit yZ , aut lateraliter augeatur apertura, per quam Aqua in Canalem fluit, ita, ut major sit Aqua copia in Canali, altior erit ubique Fluminis superficies, sed non mutatur Celeritas Aqua in loco quocunque. Hæc enim Celeritas non ab Altitudine Aquæ in Flumine pendet, sed, ut demonstratum, à distantia inter particulam motam & Planum horizontale, per Aquæ superficiem in Origine Fluminis transiens; quæ distantia perpendiculari ut rt , aut st , mensuratur; hæ autem adfluxu Aquæ non variantur, si modo maneat Aquæ superficies in Receptaculo.*

1681. *Claudatur Canalis pars superior Obstaculo ut X , quod quantumvis parum infra Aquæ superficiem descendat; Aqua omnis, quæ adfluit, perfluere non poterit, adscendet idcirco; sed eo Celeritas Aquæ infra Cataractam non augetur *, continuòque accumulatur Aqua adfluens;*

* 1680. *quæ ergo ita adscendet, ut supra impedimentum, aut Ripas Fluminis, defluat. Si vero Ripe attollantur, & Impedimentum continuetur, supra lineam it Aqua altitudo excreset, antea enim hujus Celeritas augeri nequit: in quo casu totius Aquæ in Receptaculo Altitudo augebitur,*

bitur; cùm enim ponamus Flumen in Statu manenti, necesse est, ut aliunde continuò in Receptaculum tantum Aquæ adfluat, quantum ex illo in Flumen defluit; imminutâ verò Aquæ defluentis quantitate; necessariò Altitudo in Receptaculo augetur, donec Celeritas Aquæ, infra Obstaculum fluentis, ita sit aucta, ut eadem Aquæ quantitas infra hocce Obstaculum transeat, quæ, ante positam Cataractam, per hanc Fluminis Sectionem fluxit.

Hæc omnia, ut jam monuimus, sepositis irregulari- 1682.
tatibus omnibus, vera sunt, & quo irregularitates sunt minores, eo magis cum dictis Motus Veri congruunt; de quibus, ut & de mutationibus quæ in Veris Fluminibus contingunt, nunc agam.

Tellus sphærica est, & hujus Centrum versùs gra- 1683.
via tendunt; non tamen accurata hæc Figura est, locaque depressiora Aquis teguntur, quæ collectæ Maria, & Lacus, efficiunt. Recedendo ab hisce, attollitur Telluris superficies ad certam usque distantiam, iterumque deprimitur alia Maria, aut Lacus, versùs. Præter has, per magna spatia sese extendentes, altitudines, Montes in multis locis, sive Mari vicinis, sive ab hoc remotis, magis nobis sensibilem superficiem Telluris inæqualitatem communicant.

Ubique in Telluris superficie, præcipuè in locis 1684.
montuosis, Scaturigines Aquarum dantur; Aqua ex locis altioribus Gravitate inferiora petit; plures Rivuli concurrunt, &, continuò descendentes, Telluris superficiem excavant, & Flumen efficiunt; in cujus Alveo sæpe Scaturigines dantur, & ad quod, ex locis vicinis subterraneis, per Vias insensibiles, plerumque Aqua quoque

adfluit; & sic Flumen Vires acquirit eundo. In descensu suo sæpe Aqua in Obstacula incurrit, diverticula quærit, & Viam persequitur. Hinc Fluminum Inflexiones. Continuò descendens tandem ad Mare pertingit Aqua, & hoc influit, maximum sæpe Terrarum Tractum perlustrans.

1685. Flumen, quod ad ipsum Mare pertingit, in toto cursu suo, loca sequitur maximè depressa; & lateraliter recedendo ab hoc attollitur quoque Telluris superficies; quare minora Flumina à dextrâ, & à sinistrâ, ad majora Flumina, ut hæc ad Mare, tendunt.

1686. *Non omnium Fluminum Alveos*, ab initio ad Mare ipsum, ita à *Naturâ*, ut hoc explicavimus *, *fuisse excavatos* certissimum est; sæpe Aquæ, in loco depresso collectæ, &, nisi cum incommodo vicinorum Incolarum, hinc inde sibi Viam quærentes, per Canales, manu Hominum excavatos, deductæ fuere ad loca magis depressa, unde postea facile effluere potuere, sibi que Alveum continuare.

1687. Ex his omnibus clarum est, magnas in Fluminibus, longo tempore, contigisse mutationes; has autem in multis tandem debuisse cessare, etiam patebit.

1688. Ut autem, quæ ad hoc subjectum pertinent, illustremus, examinandum, ex quibus causis mutetur Fluminis Velocitas, & quid ex hac mutatâ sequatur.

1689. Aquam in Flumine, recedendo ab hujus initio, continuò accelerari vidimus *; sed verum hoc tantum est sepositis retardationibus; in omnibus autem Fluminibus multæ retardationis causæ semper cum Vi accelerante contrariæ agunt, & illarum Effectus, auctâ Velocitate Aquæ, crescunt.

Acce-

Acceleratur tantum Aqua, quamdiu causa accelerans 1690.
impedimenta superat. Ubi autem Retardatio equalis fit 1691.
Accelerationi, motu equabili progreditur Flumen. Auctâ
tunc, ex novâ superveniente causâ, Retardatione, Velo-
citas minuitur; & sæpius observamus lentè moveri in Flu- 1692.
mine Aquam, in loco ab Origine remoto, & ad quem,
nisi post descensum à magnâ altitudine, non perve-
nit Aqua.

In hoc casu verum non est, quod antea habuimus, 1693.
 ex auctâ altitudine Aquæ in Flumine, ipsam non ac-
 celerari *; si ex. gr. Flumen percurrat quatuor pedes * 1680.
 in uno minuto secundo, id est, eâ moveatur Veloci-
 tate Aqua, quam Corpus acquirit cadendo ab altitu-
 dine circiter trium Pollicum, accelerabitur, si superfi-
 cies attollatur quatuor Pollicibus; ut ex illis sequitur,
 quæ superius explicavimus *. * 1674.

Unde hanc deducimus conclusionem, *sæpe in Flumi-* 1694.
ne lentiori Aquam accelerari, si nova in ipsum influat
Aqua, aut si Alveus coarctetur; his enim attollitur super-
 ficies ita, ut Pressio in Aquam inferiorem augeri possit.

Non tamen semper ex ipsâ superficie elatâ conclu- 1695.
 dendum, Velocitatem augeri; si enim altitudo non
 sit sufficiens, non producet augmentum Velocitatis *; * 1676.
 etiam, si manente Alveo, & non accedente novâ Aquâ,
 causa superveniat retardans, Aqua attolletur *. * 1670.

In Flumine, quod antea examinavimus *, Fundum 1696.
 posuimus ad Horizontem inclinatum; *Aqua tamen mo-* * 1672.
veri potest per Canalem horizontalem, si modo ex loco ma-
gis elato in ipsum descendat. Superficies Aquæ, se-
positis Retardationibus, in illo Canali esset horizontalis, 1697.
 si hic eandem ubique haberet latitudinem; quia Aqua

- Velocitatem suam servaret. Semper autem causæ re-
 1698. tardantes Motum minuunt; ideo *superficies sit inclinata*; magis alta in initio Canalis, quam in alio loco, & recedendo ab initio decrescit.

Pressio enim in initio Canalis superare debet Resistentiam per totum Canalem, quia nulla datur Vis accelerans: cum Pressio, in alio loco, tantum superare debeat Resistentiam per reliquam partem Canalis.
 TAB. LVI. Sit Fundus horizontalis EF, Altitudo Aquæ major
 Fig. 2. est in E *a* quàm in L *b*; quia in E *a* augmentum Actionis desideratur æquale integræ Resistentiæ, quæ inter E & F superanda est, cum in L *b* tantum destruenda sit Resistentia, quæ inter L & F obtinet.

1699. Altitudo autem Aquæ in Flumine, non potest minor dari F versùs, nisi augeatur Velocitas*; quare differentia inter altitudines E *a* & L *b* major desideratur, quàm si de solâ Resistentiâ superandâ ageretur.

1700. Si tamen, in hoc Motu per Canalem horizontalem, lentior sit Aquæ Motus, inclinatio superficiei admodum exigua erit.

1701. Flumina ipsa sibi Alveum excavasse diximus. Si Aqua transeat per loca arenosa, aut argillosa, ipsa continuò abradit particulas quasdam, hasque secum fert; Aquam, continuato diutius motu, ipsa saxa excavare, Experientia docuit.

1702. Multas singula Flumina subivisse mutationes, antequam Alvei debitam magnitudinem acquisiverint, evidentissimum est; sed quis has determinabit? nullius quoque usus esset in ipsas inquirere: magis utile erit ipsa Flumina, ut nunc sese habent, ad examen revocare, & quidem illa tantum, quæ per loca arenosa, aut argillosa, transeunt; vix enim sensibile quid ipsis contingit, nisi longo tempore, quando inter saxa moventur.

Aqua

Aqua continuò abradit particulas arenosas , aut argillosas , hæcque Actio augetur , quando Aquæ Velocitas augetur ; unde sequitur , *Aquam* , decurrendo per talia loca , turbidam fieri , & continuò corroding *Alveum* , *Arenam* protrudere . Arena hæc continuò pondere suo cadit ; & , manente per aliquod Tempus *Aqua Velocitate* , ita turbida *Aqua fit* , ut tantum *Arena* deponat , quantum eodem Tempore attollit .

Si tunc *Velocitas* augeatur , majorem quantitatem attollit , quam *Gravitate* cadit ; si minuatur *Velocitas* , contrarium obtinet .

Præter *Velocitatem* & aliæ duæ causæ , pondus *Aquæ* , & hujus *Impetus* , quantitatem *Arena* , quæ ex loco movetur , augent .

DEFINITIO 4.

Flumen vocamus regulare , cujus *Alvei Materia* est *aquabilis* ; cujus *Fundus* , aut *aquabiliter inclinatur* , aut *horizontalis* est ; & cujus *Sectiones omnes parallele inter se* , similes & æquales essent , si *Aqua eandem ubique haberet altitudinem* .

DEFINITIO 5.

Filum Fluminis vocamus lineam quæ in singulis *Sectionibus* transit per punctum , in quo *Velocitas Aquæ* est maxima .

Si *Flumen* sit regulare , *Filum* æqualiter ab utrâque *Ripâ* distat , propter *Resistentiæ* causas similes ab utrâque parte ; si *Flumen* tale non sit , magis ad unam , aut aliam , ripam sæpè accedit *Filum* , neque harum respectu regularem servat cursum .

In *Flumine Regulari* maxima corrosio est in medio ipsius *Fundi* , respondet enim locus hicce *Velocitati* maximæ , & pondere totius *Aquæ* augetur hujus Actio .

Arena hæc latera versus dispergitur , & duplici causâ *Alvei*

Alvei Figura mutatur; regulare tamen manet Flumen. Si autem uniformiter Aqua per tale Flumen decurrat, omnia ita sese constituent, ut non tantum Arenæ continuo decidentis quantitas æqualis sit illi, quæ attollitur; sed etiam ut in singulis Alvei locis hoc ipsum obtineat; tunc mutationes cessant.

1712. Si nova Aqua superveniat, corrosio sæpe augetur *,
 * 1691. sed tantum in eo loco, ubi hoc augmentum datur; in-
 1705.
 * 1704. feriora loca non mutantur *. Post tempus tamen & hæc mutantur, si hocce augmentum continuo uniformiter suppeditetur; quando enim locus primus corrosione excavatus est ita, ut augmentum Velocitatis in eo loco Fluminis non amplius detur, augmentum Velocitatis in locum sequentem inferiorem transfertur, qui etiam excavatur; sic successive corrosio ad Mare usque propagatur, & cessat aucto ubique ipso Alveo.

1713. Flumen Regulare consideravimus, quod in lineâ rectâ movetur; non tamen ad irregularia semper debet referri
 TAB. LVI. Flumen, quia viam suam flectit; si enim angulum obtu-
 Fig. 3. sum admodum duæ directiones efficiant, ut BC, CD, sæpe motus sine corrosione flectitur; quamvis, hæc, ex Impetu Aquæ in A, sequi videatur. Propter acutum angulum, quem Ripa cum Aquæ directione efficit, huius Actio in illam exigua est; Aqua, descendens per CD, cum insequenti cohæret, hanc in descensu suo secum trahit, & ab A abducit, Impetum minuit, & sæpe in totum destruit, & hicce est casus de quo nunc agitur.
1714. Aliquando contingit corrosionem dari, & hac ipsâ Ripam acquirere Figuram, quâ positâ, æquilibrium datur inter Aquæ Impetum & Vim, quæ Aquam abducit; in quo casu corrosio Ripæ per tempus tantum durat.

Si

Si irregulare fuerit Flumen, multis mutationibus obnoxium erit. Tale est Flumen, cujus Ripæ in uno loco excavantur, in alio prominent; cujus latitudo diversa est in diversis locis; in cujus Fundo inæqualitates reperiuntur; tandem cujus directio magis subito mutatur. 1715.

Ponamus Flumen AD; excavata Ripa est inter A & C, & hujus Figuræ hæc est sequela. Velocitas, propter Attritum, exigua esset in lineâ AC, si juxta ipsam Ripam Aqua moveretur; nunc autem, propter remotam illam ad B, Velocitas inter A & C major est, & impetu quodam ad angulum C Aqua accedit; quod idem contingeret si, sepositâ excavatione in B, Ripa in C promineret. 1716. TAB. LVI, Fig. 4.

Generalis autem est Regula; *ubi Aqua impetu quodam ad Ripam accedit, ibi* in vorticem hanc moveri, & *Fundum excavari*; Profunditas ergo major erit in C; similis quoque dabitur excavatio in D. 1717.

Ex inæquali Fluminis latitudine in diversis locis, sequitur mutationes Velocitatis dari, dum Aqua progreditur; hancque ergo continuò Arenam de loco in locum transferre *, & continuas Flumen mutationes * 1705. subire. 1718.

Inæqualitates in Fundo retinent Aquam; ubi hæc in illas incurrit, minuitur Velocitas, & Arena in hisce locis deponitur *, quæ ipsum Obstaculum auget; & *minimum quid sæpe origo fuit Insulæ in Flumine nata*, quæ ipsa postea majorum mutationum causa fuit. 1719. * 1705. 1720.

Inflexionem Viæ non dari posse in Flumine, sine Actione in Ripam oppositam, ut in F, clarè patet; quæ quidem Actio aliquando tollitur, si angulus inflexionis fuerit

- * 1713. fuerit obtusus admodum *, non verò si ad rectum accedat, aut acutus fuerit.
1722. Quando Corrosio datur in aliquo loco Ripæ, Filum magis ad hanc accedit; retardatur motus Ripam oppositam versùs, Arena deponitur *, & Alluvio datur.
- * 1705. 1723. Ex his omnibus satis patet, tales dari posse in Flumine mutationes, ut hoc Alveum suum mutet, corrodingo ita Ripam in aliquo loco, ut sibi Viam aperiat ad loca magis depressa; à Velocitate verò, quâ Aqua in hanc Viam penetrabit, pendebit antiqui Alvei fatum.
1724. In hoc statim, diviso jam Flumine, retardatur Aqua, & illius Fundus attollitur; quo ipso Alveus minuitur;
1725. sicque sæpe contingit Fluminis ostia multiplicari. Sæpe etiam, defluente majori copiâ Aquâ in novum Alveum, antiquus omnino obturatur.
1726. Circa ostia sua Flumina & aliis mutationibus sunt obnoxia; continua ibi datur Velocitatis Aquæ mutatio, prout Mare, recessu aut accessu suo, juvat, aut impedit, effluxum Aquæ in Mare.
1727. In accessu Maris minuitur Velocitas Fluminis, & Arena decedit *; quæ, auctâ in recessu Velocitate, iterum ad Mare fertur; tunc Flumen non mutatur. Hoc locum habet in Fluminibus, quæ satis virium habent, ut inpetum Maris redeuntis sustineant; retardantur quidem, sed motum in contrarium non flectunt.
- * 1705. 1728. Si autem non tanta sit Vis Fluminis, nimium retardatur motus, & accumulatur Arena majori copiâ; in hoc casu, antequam Arena hæc ad Mare deferri possit, jam à superioribus locis continuò adfluens ibi pertingit: turbida Aqua, quæ tantum Arenæ deponit, quantum attol-

attollit *, & quæ in Fundum deciderat ibi relinquit; * 1704.
sicque hîc continuò extollitur.

Hæc continuata *Fundi mutatio cāusa est dilatationis* 1729.
ostiorum, & quare Flumina sæpe ostia nova sibi aperiant.

Mutatio hæc Fundi locum tamen non habebit, si 1730.
agatur de Flumine debiliori, & cujus ostium admodum latè patet. Tunc Mare in recessu reducens Arenam, quam ipsum attulit, facilè etiam secum fert illam, quam Flumen exiguâ copiâ suppeditavit.

Hiemali tempore, Nives accumuluntur in Montibus, 1731.
aliisque locis elatis, ex quibus Flumina defluunt. Circa hujus Tempestatis finem & Veris initium, liquefactis Nivibus, Fluminum superficies attolluntur, & Alveis se efferunt. Velocius agitata Aqua majorem Arenæ copiam secum fert; sed Aqua, ad latera ultra Ripas dispersa, Arenam deponit; & sic *singulis annis, attolluntur loca, quæ hiemali Tempore Aquis fluvialibus teguntur.* 1732.

Plura artificia excogitarunt Homines, ut incommoda, ex mutationibus Fluminum oriunda, evitarent. Aggeres ad latera Fluminum exstruxerunt, ut in Alveo, etiam in Hieme & Vere, Aquas retinerent; cujus cautelæ hicce sæpe fuit successus, ut Arena, quæ loca vicina tegisset, nunc cohibita, ex multis causis in locis peculiaribus accumuletur, & tractu temporis maximorum incommodorum sæpe causa sit. 1733.

Aggeres in ipso Alveo exstruuntur ad alia incommoda evitanda; horum Effectus demonstrabo, & inde facile deduci poterit in quibus occasionibus utilitatem habere possint. 1734.

Sit Agger talis AB, disponitur hicce obliquè, ut hujus directio pro parte conspiret cum motu ipsius Aquæ; 1735.

Qq q 2

hoc

TAB. LVI.
Fig. 5.

hoc Aggere posito Actio Aquæ à Ripâ CD removetur, & augetur in Ripam oppositam, quæ excavatur in E. Aqua in Angulo F lentè movetur, impedita ab ipso Aggere; hac de causâ Arenam deponit *, quæ ibi continuò accumulatur.

1736. Aqua, ipso angulo G contenta, non quiescit; illa quæ movetur per BH, lateralem, cum quâ cohæret, secum fert, hancque insequitur illa, quæ in angulo ipsi Aggeri adjacet, & cum, hujus Aquæ motu, deprimatur in ipso angulo Aquæ superficies, Aqua juxta Ripam motu contrario redit. In hoc motu lentiori Arena continuò decedit, & tandem ipsum angulum replet.

CAPUT XL

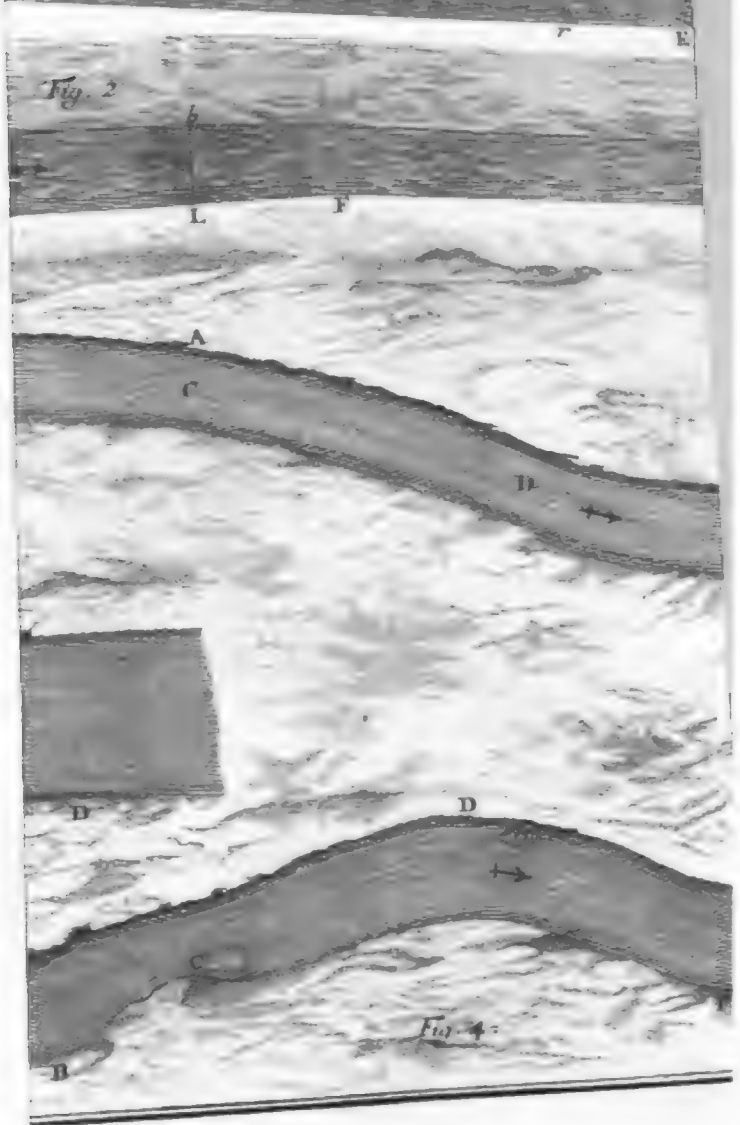
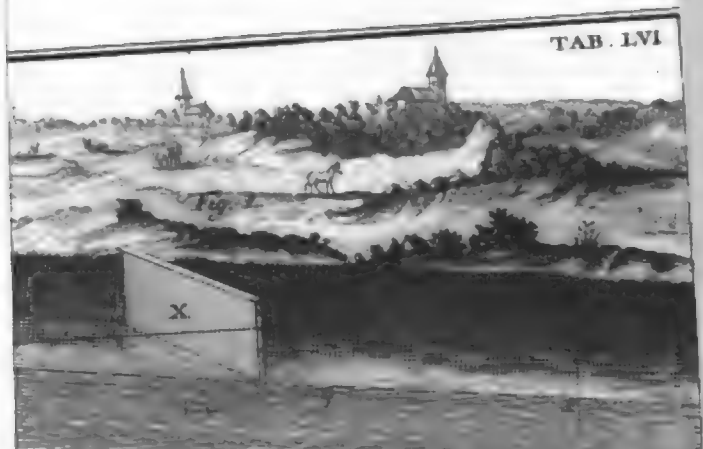
De Motu Undarum.

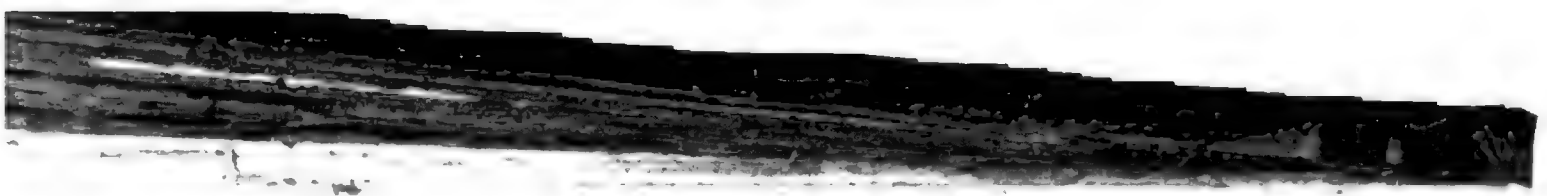
1737. **A** Quæ quiescentis superficies plana est, & ad horizon-
TAB. LVII. Fig. 1.
 * 1413. tem parallela *; si aliquâ ex causâ hæc cavata fiat in A, circa hanc Cavitatem effertur in BB; Elata hæc Aqua gravitate descendit, & Celeritate, descendendo acquisitâ, Cavitatem novam efficit; quo motu Aqua ad latera hujus Cavitatis adscendit, & implet Cavitatem A, dum de novo attollitur C versùs; dum in C hæc deprimitur, de novo Aqua eandem partem versùs accumulatur; unde motus in Aquæ superficie oritur, & Cavitas, præ se ferens quam continuò extollit Aquam, ab A ad C movetur.

DEFINITIO I.

1738. *Cavitas hæc cum adjunctâ Aquâ elatâ vocatur Unda.*

DEFL





DEFINITIO 2.

Latitudo Undæ est spatium ab Undâ in superficie Aquæ 1739. occupatum, & mensuratum juxta motûs Undæ directionem.

Cavitas ut A ab omni parte circumdatur Aquâ, ut dictum elatâ; motus memoratus omnes partes versûs sese expandit; *Undæ motus ideo est motus Circuli sese ex- 1740. pandentis.*

Detur obstaculum AB, in quod Unda, cujus origo 1741. est in C, incurrat; examinandum quam in puncto ^{TAB.} quocunque ut E mutationem patiatur Unda, quando ^{LVII.} in hoc puncto ad Obstaculum pervenit. In omnibus ^{Fig. 2.} locis, per quæ Unda transit, dum hæc Latitudinem suam percurrit, Aqua attollitur, Cavitas deinde formatur, quæ iterum impletur; quam mutationem dum superficies Aquæ subit, hujus particulæ per parvum spatium eunt, & redeunt. Directio hujus motûs est per CE, Celeritasque per hanc lineam repræsentari potest; concipiatur hicce motus in duos alios resolutus per GE & DE, quorum Celeritates per hæc lineas respectivè repræsentantur *. Motu per DE parti- * 1155. culæ in Obstaculum non agunt, & eâdem Celeritate, post Impactum, juxta hanc directionem motum continuant; motusque hic repræsentatur per EF, positis EF & ED inter se æqualibus. Motu per GE particulæ directè ad Obstaculum accedunt, & Aqua, quæ ultra Obstaculum progredi nequit, & ab insequenti propellitur, cedit illam partem versûs in qua minima resistentia datur, id est, adscendit; hicque major quàm in cæteris locis adscensus ex motu per GE oritur; quia hoc motu solo ad Obstaculum particulæ accedunt. Descensu Aqua eam acquirit Velocitatem cum quâ fuit elata.

Qq q 3

elata.

elata, & eâdem cum Vi particulæ Aquæ ab Obstaculo juxta directionem EG repelluntur, cum quâ ad Obstaculum accedere. Ex hoc motu, & motu memorato per EF , oritur motus per EH , cujus Celeritas per lineam EH , æqualem lineæ CE , designatur; & Reflexione Celeritas Undæ non mutatur, reditque hæc per EH , eodem modo ac, sublato Obstaculo, per Eh motum continuasset. Si à C perpendicularis CD ducatur ad Obstaculum, & hæc producat, fiatque Dc æqualis CD , linea HE continuata transibit per c ; quia Triangula CDE , cDE , in omnibus conveniunt. Et cum hæc demonstratio in omnibus punctis

1742. Obstaculi procedat, sequitur *Undam reflexam eandem habere figuram ab hac parte Obstaculi, quam, sublato Ob-*

1743. *staculo, ultra hoc habuisset. Si Obstaculum ad horizontem inclinetur*, Aqua super illo adscendit & descendit, & attritum patitur, quo *Undæ Reflexio turbatur, & sæpiissime in totum destruitur*. Hæc est ratio quare plerumque Fluminum Ripæ Undas non reflectant.

1744. *Quando in Obstaculo* ut BL *foramen datur* ut I , pars Undæ, quæ per hoc transit, motum directè continuat, & QQ versùs sese expandit, & *novæ Undæ formatur, quæ per semicirculum movetur, cujus centrum est ipsum foramen*. Nam altior pars Undæ, quæ primo transgreditur foramen, statim paululum ad latera defluit, & deinde descendendo Cavitatem format, quæ ab omni parte ultra foramen Aquam attollit ita, ut Unda ad omnes partes, eodem modo, ac de genesi primæ Undæ dictum *, sese expandat.

1745. Unda, cui opponitur Obstaculum ut AO , inter O & N motum continuat; sed R versùs per portionem

nem circuli, cujus centrum non multum ab O distat, sese expandit.

Ex hisce facillè deducitur motus Undæ ponè Obsta- 1746.
culum ut MN.

Undæ saepe producuntur ex motu Corporis tremulo, quæ 1747.
etiam per Circulum sese expandunt, licet per lineam rectam
Corpus eat & redeat; Aqua enim, dum agitatione at-
tollitur, descendendo Cavitatem format, circa quam ab
omni parte Aqua extollitur.

Undæ variæ sese mutuò non perturbant, dum juxta 1748.
varias directiones moventur. Cujus Effectus ratio hæc
est; quamcunque ex motu Undæ figuram adepta fue-
rit Aquæ superficies, hæc attolli & deprimi potest,
& in hac motus dari, qualis in Undæ motu requi-
ritur.

Qui unquam Undarum motum attentè consideravit,
hæc omnia cum Experimentis congruere vidit.

Celeritas Undarum ut determinetur, motus alius TAB.
cum harum motu analogus examinandus est. Detur Flui- LVII.
dum in Tubo cylindrico curvo EH, superetque altitudo 1749.
Fluidi in crure EF altitudinem in alio crure quantita-
te l E, quæ differentia in duas partes æquales secanda
est in i . Gravitate suâ descendit Fluidum in crure EH,
dum æqualiter in Tubo EF & GH adscendit; & ita,
quando superficies Fluidi pervenit ad i , ad eandem in
utroque crure datur altitudinem, & in hoc situ solo
Fluidum potest quiescere. Celeritate descendendo ac-
quisitâ motum continuat, magisque adscendit Fluidum
in Tubo GH, & in EF deprimeretur ad l , nisi at-
ritu Tubi motus minueretur. Fluidum in Tubo GH
magis elatum etiam gravitate descendit, & Fluidum
in

in Tubo it & redit, donec ex attritu totum motum amiserit.

Quantitas materiæ movendæ est omne Fluidum, quod in Tubo continetur; Vis motrix est pondus columnæ IE ; hoc Fluidum premens eodem motu cum reliquo fluido in Tubo agitur, & respectu hujus quiescit; agit ergo in Fluidum motum ut in quiescens, & toto suo pondere premit inferius Fluidum*. Altitudo autem hujus Fluidi prementis semper dupla est distantiae Ei ; quæ ergo distantia cum hac Vi motrice in eadem ratione crescit, & minuitur. Distantia autem Ei est spatium à Fluido percurrendum, ut à situ EH perveniat, ad situm quietis; quod ergo spatium semper est ut Vis, quæ continuò in Fluidum agit: sed tali ex causâ demonstravimus, Penduli, in Cycloide
 * 371. oscillati, vibrationes omnes esse æquè diuturnas*; ideo & hîc *quæcunque fuerit agitationum inequalitas, æquali semper tempore Fluidum it, aut redit.*

1750. *Tempus in quo Fluidum, sic agitatam, adscendit, aut descendit, est tempus in quo vibratur Pendulum, cujus longitudo, id est, distantia inter Centra oscillationis & suspensionis, æqualis est Semi-longitudini Fluidi in Tubo, sive Semi-summæ linearum EF , FG , & GH : longitudo hæc in axe Tubi mensuranda est.*

1751. Vibretur hocce Pendulum in Cycloide, methodo
 TAB. LVII. superius explicatâ*. Pendulum PC , & arcus AD ,
 Fig. 3. 4. ejusdem sunt longitudinis*; in puncto A directio Curvæ ad Horizontem perpendicularis est, & Corpus toto suo pondere juxta Curvam descendere conatur: hoc autem pondus est ad Vim in Corpus, positum in P ,
 * 410. agentem, ut AD , aut PC , ad PD *. Sit nunc Fluidum
 * 411. in

in eo situ, ut i E æqualis sit PD; pondus totius materiæ movendæ, id est, totius Fluidi, est ad pondus l E, quod est Vis in hoc situ in Fluidum agens, ut longitudo Fluidi in Tubo ad lineam l E; in quâ ratione etiam sunt harum quantitatum semisses, id est, PC ad PD. In Pendulo ergo pondus Materiæ movendæ est ad Vim in hanc agentem in P, ut in Tubo pondus materiæ movendæ ad Vim in hanc agentem in situ E H. Æqualibus Viribus ideo Corpus pendulum & Fluidum in hac occasione propelluntur, & hoc ubique obtinet ubi spatia, à Fluidi in agitatione, & à Corpore in vibratione, percurfa, sunt æqualia; idcirco in hoc casu agitatio, & vibratio, eodem tempore peraguntur, & non modo in hoc casu, sed semper*. * 1749.
Cum verò vibrationes exiguæ in Circulo à vibrationibus in Cycloide non differant, etiam ad illas demonstratio referri debet.

EXPERIMENTUM.

Detur Tubus vitreus Cylindricus curvus EFGH; 1752.
sit crurum longitudo unius Pedis, & Cylindri diame-
ter Semi-pollicis; Tubo Mercurius infundatur, & con-
stituto Pendulo, cujus longitudo æquet dimidium lon-
gitudinis Cylindri Mercurii in Tubo, si Mercurius in
Tubo agitetur, iisdem temporibus adscendit, & de-
scendit, hic, in quibus Pendulum oscillando it, &
redit.

TAB.
LVII.
Fig. 3.

Ut ex dictis determinemus Undarum Celeritatem, 1753.
variæ Undæ æquales, & sese mutuò immediate infe-
quentes, considerandæ sunt, ut AB, CD, EF, quæ
ab A ad F moventur. Unda AB percurrit Latitudi-
nem suam, quando cavitas A pervenit ad C; quod

TAB.
LVII.
Fig. 5.

R r r

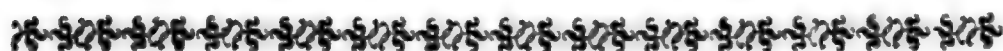
fieri

feri non potest, nisi Aqua in C ad altitudinem Undarum culminum adscendat, iterumque ad profunditatem C descendat; in quo motu Aqua infra lineam *hi* sensibiliter non agitur: congruit ergo hicce motus cum motu memorato in Tubo; & Aqua adscendit & descendit, id est, Unda Latitudinem suam percurrit, dum Pendulum longitudinis dimidii BC duas
 * 1750. peragit Oscillationes *; aut dum Pendulum longitudi-
 * 418. nis BCD, prioris quadruplæ, semel vibratur *.

1754. Pendet igitur Celeritas Undæ à longitudine lineæ BCD, quæ pro majori Undarum Latitudine, & pro majori profunditate, ad quam in motu Undarum Aqua descendit, major est.

In Undis latioribus, quæ non altè extolluntur, linea ut BCD à Latitudine Undæ vix differt, & in eo casu
 1755. Unda Latitudinem suam percurrit, dum Pendulum, huic Latitudini æquale, semel oscillatur. In omni motu æquabili, multiplicando tempus per Celeritatem, datur spatium percursum *; unde sequitur Celeritates Undarum
 * 119. 120. esse ut Radices quadratas Latitudinum; nam cum in hac
 1756. ratione sint tempora, quibus Latitudines suas percur-
 * 418. 1754. runt *, eadem in harum Celeritatibus ratio desideratur, ut producta temporum per Celeritates sint ut Undarum Latitudines, quæ sunt ut spatia percurfa.

1757. Hæc omnia tantum pro quam proximè veris habenda sunt; quia Undarum motus à motu in Tubo paululum differt; qui error tamen minor est, quia Penduli longitudo mensuratur juxta lineas inclinatas BC & CD.



L I B E R III.

Pars III. De Fluidorum motorum Actionibus,
& Resistentiis.



C A P U T XII.

De Fluidorum motorum Impetu.

IN Capite penultimo antecedente quædam de Actio- 1758.
nibus Fluidorum notavimus, sed has tantum expo-
suimus, ut mutationes, inde in ipso Motu Fluminis
oriundas, deduceremus.

Nunc autem agam de mensurando Impetu *Fluidi, quod* 1759.
in Corpus incurrit. Hunc ipsum *Impetum esse Pressionem*
statim patet *; quam determinabimus, si Corporis Re- * 123.
actionem determinemus *. Reactio hæc destruit Mo- * 361.
tum, Tempore æquali illi, in quo ipsi Fluido com-
municatur; est ergo *Impetus, de quo agitur*, æqualis ipsi 1760.
Pressioni, quæ Motum Fluido communicavit *, quam * 713.
supra determinavimus *, & quæ valet *Pondus Columna* * 1577.
Fluidi, cujus Basis est apertura, per quam exit Fluidum,
& cujus Altitudo est ipsa Altitudo Fluidi supra aperturam.

E X P E R I M E N T U M.

Utimur Columnâ in Libro I. explicatâ C *; con- 1761.
jungimus Brachium A *; cui superimponitur Colum- TAB.
na minor G *; tandem huic superimponitur Brachium LVII.
E, quod cum Brachio, in-N. 170. memorato, in hoc Fig. 6.
differt, * 162.
* 173.
* 163.

R r r 2

differt,

differt, loco Laminæ æneæ, & Trochlearum, conjunctam habet Regulam ligneam, cui applicatur Regula cuprea:

- * 763. *aa*, cum quâ conjuncta est *bb* *. Duobus Filis, super uncis *g, g*, transeuntibus, suspenditur Cylindrus eburneus *D* *; Fila conjuncta sunt cum paxillis *m, m*, Brachio *A* infixis, quorum conversione Cylindrus attollitur, aut deprimitur, & in situ horizontali disponitur.

1762. Pyxis lignea *IFHL*, unum Pedem longa, sex Pollices lata, & totidem alta, incisam oram habet in *cd, cd*; ubi Aqua, quando Pyxis repletur, defluit; ut, per aliquod tempus, Aquæ superficies, effluente hac per Foramen, de quo statim dicam, continuatâ infusione, ad eandem altitudinem servetur. Dimensiones indicavimus interiores, altitudinemque mensuravimus à Fundo ad lineas *cd, cd*.

1763. Ne autem Motus in Aquâ, ex infusione oriundus, turbet effluxum per Foramen, duæ ponuntur separationes transversales, *eeee, ffff*, quatuor Pollices altæ, quarum prima cum Fundo cohæret, altera supra Aquæ superficiem adscendit; parallelæ sunt, & Sequi-pollice inter se distant; Aqua infunditur in *M*.

1764. Lamella cuprea, cochleam continens, in *O* fixa est; huic interposito corio conjungitur Tubus *P*, cochleâ, quæ præcedenti respondet, instructus; Tubus Lamellâ clauditur, quæ perforata est: Diameter Tubi in nostrâ Machinâ est Semi-pollicis, aut $\circ, 50$. Poll. & Diameter Foraminis est $\circ, 43$. Poll. Pyxis hæc disponitur, & Cylindrus suspenditur, ut centrum Basis Cylindri centro Foraminis respondeat ita, ut Aqua, ex Foramine horizontaliter profluens, directè incurrat in ipsum Cylindrum.

Re-

Rebus ita dispositis Pyxis Aquâ repletur, & incur- 1765.
rit hæc in Basim Cylindri, huncque repellit ita, ut
Fila situm obliquum acquirant; sustineturque Corpus
in eodem situ, durante Effluxu, qui uniformiter con-
tinuatur; affunditur enim continuo Aqua, tantâ co-
piâ, ut ad latera in cd , & cd , defluat.

Cylindrus hac Actione removetur à situ, in quo qui- 1766.
escere potest, quantitate iv , quæ æqualis est uni Polli-
ci cum parte quartâ, dum linea ig æqualis est Pollici-
bus viginti novem.

Ut pateat Experimentum hoc cum præcedenti Pro- 1767.
positione * convenire, varia considerata sunt; nam * 1760.
causæ retardantes ita minuunt motum Aquæ in Cor-
pus incurrentis, ut Actio vera parum tantum superet
dimidium illius, quæ, si rejectis omnibus Retardatio-
nibus computatio incatur, detegitur. Ideo ipsi Effe-
ctus causarum retardantium examinandi erunt; sed pri-
mum ipsam Actionem Aquæ in Corpus determina-
bimus.

Cylindrus D tribus trahitur Potentiis; pondere suo 1768.
deorsum; Filis obliquè; & tandem Actione Aquæ
horizontaliter premitur. Actiones hæ sunt inter se, ut
latera Trianguli ivg *; quare pondus Corporis ad Aquæ * 317.
impetum, ut ig ad iv ; id est, ut 116. ad 5 *. * 1766.

Pondus Cylindri erat Unciarum sex, demtis Drach- 1769.
mis duabus; ergo Impetus Aquæ valebat Gr. 119.

Conferenda nunc est hæc Actio cum illâ quam Re- 1770.
gula indicat; quod sine novo Experimento fieri non
poterit; quia quantum Aqua fuerit retardata determi-
nari debet; & detegenda est altitudo, quam haberet
Aqua, supra Foramen, in Vase, ex quo, sepositis re-

tardationibus, eâ exiret Velocitate, quâ in Experimento Impetum fecit in Corpus; & hæc est vera altitudo Columnæ memoratæ in N. 1760.

1771. Ponderavi Aquam, quæ, in tempore decem Minutorum secundorum, exivit ex Pyxide, dum efflueret eâ Velocitate, quam in Experimento habuit; Pondus fuit Unciarum quadraginta & unius cum quartâ parte.

* 1551. Ex Pondere noto Pedis cubici Aquæ *, deducimus Cylindrum aqueum, cujus Baseos diameter esset unius Pollicis, & cujus altitudo Pedi uni æqualis esset, ponderare 2659. Gr. Unde, subductâ ratione, detegimus in tempore memorato ex Pyxide effluxisse Aquæ Columnam, cujus Basis erat Foramen, & longitudo 40,3. Pedum.

Eâ ergo effluxit Velocitate Aqua, quâ in uno minuto secundo percurruntur 4,03. Ped.; quæ illa ipsa est quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine 3,1.

* 883.374. Pollicum *; hæc autem est altitudo Columnæ, cujus Basis est Foramen, & cujus Pondus, juxta antea demonstrata *, valet Impetum Aquæ in Cylindrum. Pondus hujus Columnæ est Gr. 127.

1772. In hac computatione, posuimus omnem Aquam eâdem Velocitate fuisse translata, non autem omnium

* 1634. partium æqualis fuit Celeritas *; si Impetus esset ut Velocitas, exactè ille, hac computatione, determina-

* 1760.
1586. retur; satis enim esset Velocitatem mediam determi-

1773. nare: sed *Impetus est ut Quadratum Velocitatis* *.

1774. Ideo, si omnibus particulis tribuatur Velocitas media, Impetus minor detegitur, quàm revera est. Si datis tribus particulis, quarum unius Velocitas sit quatuor, secundæ quinque, tertiæ sex, Actio ponatur ut

ut Quadratum Velocitatis, summa Actionum potest exprimi per 25. & 36. ut & 49, id est, per 110. Si verò omnibus tribuamus Velocitatem mediam sex, summa Actionum tantum valebit 108.

Videmus ergo Impetum Aquæ in ipso Experimento 1775. superasse 127. Grana, fortè tribus aut quatuor, non pluribus; Impetum tamen hunc ipsum tantum valuisse grana centum & novemdecim vidimus *, quam * 1769. differentiam tribuimus agitationi ipsius Cylindri durante Experimento, quâ patuit non exactè directam fuisse Actionem.

In hisce consideravimus Actionem Fluidi in Obstaculum quiescens, si Obstaculum sit in motu, pendet Impetus à Velocitate respectivâ *, & sequitur hic Quadrati Velocitatis respectivæ rationem *; id est, Pressionis, in Obstaculum agentis, Intensitas hanc sequitur rationem; ipsa autem Actio Fluidi, in Obstaculum translatum ad eandem partem cum Fluido, sequitur rationem compositam ex dictâ ratione duplicatâ Velocitatis respectivæ, & simplici Velocitatis ipsius obstaculi *. * 725.

Si in hoc casu Fluidi Velocitas data sit, hujus Actio in Obstaculum, est omnium maxima, ut in Scholio sequenti demonstramus, quando Velocitas Obstaculi valet tertiam partem Velocitatis Fluidi; cujus Velocitatis duæ partes tertiæ tunc dant Velocitatem respectivam de quâ agitur *. * 918.



S C H O L I U M.

Demonstratio N. 1778. de Actione maximâ ex Impetu in Obstacleum translatum.

1779. **S**it AB Velocitas Fluidi; CB Velocitas Obstaclei; Velocitas respectiva
TAB. LVII. quâ Fluidum in Obstacleum incurrit erit AC *. Actio de quâ agitur
est ut Productum Quadrati lineæ AC multiplicati per CB *.

Fig. 7. Sit AE Parabola, cujus vertex A; axis AD; AB tangens in ipso ver-
tice.

* 1777. Abscissa AD, aut CE, sequitur rationem Quadrati Ordinatæ DE, aut
AC *; Ergo Rectangulum CG sequitur rationem Producti Quadrati AC
per CB *; id est, sequitur rationem Actionis Fluidi in Obstacleum, Ve-
locitate CB translatum *. Querimus ubi detur punctum, ut C, quando
Rectangulum hoc est ompium maximum.

* La Hire
scilicet con. lib.
3. Prop. 1.
* 23. El. VI.
* 1777.

Ponamus punctum quæsitum dari inter C, & c; recedendo ab utrâque
parte à puncto quæsito Rectangula fiunt minora; & nullum ab unâ parte
datur cujus non possit haberi æquale ad aliam partem. Sint italia duo Re-
ctangula æqualia CBGE, cBge; & sit distantia Ee infinitè exigua; sublato
Rectangulo communi cBGF, supersunt æqualia Rectangula CeFE, GgeF; &

* 14. El. VI.

Fe : FE :: EC : FG *, aut EG = CB.

Sed Fe : FE :: DL : DE = AG.

Ergo EC : CB :: DL : AC.

* La Hire Subtangens autem DL dupla est AD = EC *; ergo AC dupla CB; quæ
scilicet con. lib. 3. prop. 10. idcirco valet tertiam partem totius AB. Quod demonstrandum erat.



C A P U T XIII.

De Fluidorum motorum Actione laterali.

1780. **F**luida quæqua versum, ad eandem profunditatem,
* 1418. æqualiter premere antea vidimus *. Sed demon-
stratio ad Fluida quiescentia tantum refertur.

1781. Si Fluidum per Tubum horizontalem, aut deorsum in-
clinatum, sepositis omnibus retardationibus. moveatur,
premit illud deorsum Pondere suo, sed præter hanc, &
exiguam, inde oriundam, lateralem Pressionem, nihil ex
Actione

Actiōne Fluidi patitur Tubus, quacumque Velocitate illud feratur. Si enim concipiamus Fluidum ex Foramine 1782. circulari profiliens, seposito Motu ex Gravitate postquam exivit, efficiet Cylindrum horizontalem, qui lateraliter non premit; hic si Tubo circumdetur, eodem modo movebitur ut ante, id est, in Tubi superficiem non aget.

Si verò in Tubo retardetur, sive attritu, sive coarctato exitu, premit Fluidum lateraliter; & Pressio lateralis 1783. 1784. valet omnem Vim retardantem, quæ agit infra punctum, quod premitur; id est, si AB sit Tubus, per quem Fluidum moveatur ab A ad B, Pressio in E, valebit omnem Actionem, quæ Fluidum retardat inter E & B, & in ipso exitu B.

TAB.
LVII.
Fig. 8.

Actio, quæ Fluidum movet, aut retardat, proportionalis est altitudini Columnæ ejusdem Fluidi, quæ talem Actionem exserere potest; ergo per hanc altitudinem illam exprimere Actionem possumus, ut & ipsam in Experimento mensurare. Si vis quæ in Fluidum agit, dum juxta E transit, valeat pondus Columnæ Fluidi, cujus altitudo est quinque Pollicum, & Fluidum moveatur Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine duorum Pollicum, Pressio in punctum E valebit Pondus columnæ trium Pollicum: si enim Fluidum quiesceret, Pressio valeret quinque Pollices; eâ verò Actione, quâ movetur, non premit*; & Pollices * 1781. duo subtrahi debent.

In hisce ratiociniis ponimus omne Fluidum, quod 1786. per Tubum transit, eâdem Velocitate moveri, quod in vero motu locum non habet; etiam Retardationum, supra E agentium, in E Effectus est diversus, pro di-

versâ Retardatione infra E, præcipuè in exitu. Circumstantiæ ergo in infinitum variari possunt; quare, in plerisque occasionibus, quid ex Regulâ traditâ * sequatur, determinari computatione non potest; ut hoc clarè Experimentis sequentibus patebit.

M A C H I N A ,

Quâ Experimenta, de Fluidorum motorum Pressione laterali, demonstrantur.

1787. Pars præcipua hujus Machinæ est Pyxis, in Capite præcedenti memorata *, cui in O conjungitur Tubus TAB. LVIII. P, longus circiter quatuor Pollices, ab interiori parte Fig. 1. levigatus, & cujus diameter cavitatis est Semi-pollicis. In hujus medio, in superiori parte, conjunctum hic habet Tubum vitreum verticalem L, qui cum ipso Tubo horizontali P communicationem habet; (*vid. Fig. 2.*) in quâ etiam L Tubum vitreum exhibet, quem Indicem vocabimus. * 1762.

1788. Varii Tubi, ejusdem capacitatis cum dicto Tubo P, TAB. LVIII. huic conjungi possunt; quod ut commodè fiat, singuli Fig. 2. latiori Tubo *b* circumdantur, qui cum ipsis conferruminati sunt, & prominent; in quam partem prominentem extremitas *a* Tubi P intruditur.

1789. Varii Tubi hi exhibentur in B, C, & D; ille qui in B videtur, lateralem conjunctum habet Tubum E, ejusdem capacitatis cum ipso B, cui horizontaliter ad angulos rectos adharet; dum Index vitreus *l* verticaliter ipsi insistit, ut de Indice L vidimus.

1790. Opercula duo ut *c* desiderantur, quibus extremitates Tuborum clauduntur; efficitur tale operculum ex Tubulo, lamellâ clauso.

1791. Eodem modo Tubuli *d* & *e* lamellis clauduntur, sed



sed perforatis ; ut varietur apertura , per quam Aqua profilit.

EXPERIMENTUM I.

Pyxidi FL conjungitur Tubus P *. Aqua infunditur, 1792.
ut defluat , ut supra diximus *. Durante effluxu per a TAB.
nulla Aqua in Tubo L apparet ; eo verò momento, quo LVIII.
clauditur apertura hæc , adscendit Aqua in L ad altitu- Fig. 1.
dinem 5,31. Poll. * 1787.
* 1765.

Mensurata hæc fuit altitudo à superficie externâ su- 1793.
periori Tubi P ; quare addi debet crassities metalli, sed
etiam subtrahi debet adscensus Aquæ ex Vitri Attractione * ; hac de causâ ambas hæc differentias negligimus, * 82.
& in sequentibus eodem modo altitudines mensura-
bimus.

In hoc Experimento Attritus sensibilis non datur in- 1794.
ter punctum , cui Index vitreus applicatur , & apertu-
ram, per quam Aqua exit ; & ex exiguo hoc Attritu
Pressio lateralis non datur , quia Aqua media celerius
moveretur , secum trahens lateralem ; hæc autem Actio
obliquè dirigitur Axem Tubi P versùs , & ideò destruit
Effectum Attritus. In aliis occasionibus tantùm hunc
minuit.

Motus autem totius Aquæ , in hoc Experimento, admo- 1795.
dum retardatur ; sed causæ retardantes præcipuè in in-
gressu in Tubum agunt * ; id est , supra Punctum , in * 1609.
quo Pressio mensuratur , & in quod nullum Effectum 1632.
causæ illæ producant *. Ut autem hoc Experimentum con- * 1784.
feratur cum sequentibus , ipsa Velocitas , quâ Aqua per
Tubum transit , & in hoc, & in aliis Experimentis, deter-
minanda erit ; hancque determinamus omnibus particu-
lis eandem Velocitatem tribuendo ; cum autem non

accuratè cum ipso motu hoc conveniat, in conclusionibus aliquid corrigendum erit.

1796. Velocitatem Aquæ in Tubo determinavi, recipiendo in Vas vitreum Cylindricum Aquam, quæ in decem Minutis secundis effluebat. Libra una Aquæ in hoc Vase occupabat altitudinem duorum Pollicum cum tribus partibus octavis. Eadem Aqua in Tubo P continuato occuparet spatium 11,55. Pedum, ut ex noto

* 1551. Aquæ pondere * facilè deducitur.

1797. In dicto autem Tempore Aqua, quæ exivit, occupavit in Vase spatium 8,13. Poll.; cujus pars decima in Tubo occuparet spatium 3,95. Pedum; quod ergo esset spatium percursum in uno Minuto secundo ab Aquâ exeunte, si Velocitatem servaret; hæc autem Velocitas illa est, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine, quæ vix à tribus Pollicibus deficit, ut ex ante

* 883-374. dictis deducitur *.

EXPERIMENTUM 2.

1798. Tubo P Tubulum *e* (Fig. 2.) applicavi; Diameter
TAB. aperturæ, per quam Aqua tunc exhibat, se habebat ad
LVIII. Diametrum Tubi P, ut 43 ad 50; & Aqua, quæ in
Fig. 1. 10". effluebat, occupabat, in Vase memorato *, altitudinem 6,13. Poll.; unde deduximus illam in Tubo P Aquam habuisse Velocitatem, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine 1,7. Poll. In Indice altitudo Aquæ fuit Poll. 2,06; & hæc altitudo est mensura Pressionis lateralis.

1799. Actio ergo integra quæ in Aquam egit, dum juxta Indicem vitreum transivit, quæ valet summam Pressionis lateralis & causæ moventis *, superat pondus columnæ trium Pollicum cum tribus partibus quartis; quæ Actionis

men-

mensura augeri debet *, propter Aquam mediam laterali celerius motam *. * 1794.
* 1634.

EXPERIMENTUM 3.

Mutamus Tubulum, & pro *e* adhibemus *d* (Fig. 2.) 1800.
cujus aperturæ diameter est 0, 16. Poll. Altitudo Aquæ, TAB.
quæ in 10" effluit, est in Vase Poll. 2, 19. Ideo Veloci- LVIII.
tas quâ per Tubum movetur, illa est, quam Corpus Fig. 1.
acquirat cadendo ab altitudine Poll. 0, 11. In Indice vi-
treo altitudo est 4, 94. Poll.; summa valet 5, 16. Si hanc
ultimam Actionem paululum augeamus *, videmus * 1794.
in hoc casu parum admodum, in ingressu in Tubum,
Aquam fuisse retardatam *. * 1785.
1792.

Similes Variationes detegimus si Fluidum inflexione viæ retardetur. 1801.

EXPERIMENTUM 4.

Sublato Tubulo, quo apertura Tubi P fuit coarctata, 1802.
applicavi Tubum ad angulum rectum inflexum C Fig. 2. TAB.
Aqua in Vase recepta altitudinem habuit 5, 97. ; ideo LVIII.
mota fuit Velocitate, quam Corpus acquirat cadendo ab Fig. 1.
altitudine Poll. 1, 6. In Indice altitudo fuit, 2, 56. ; Poll.;
summa valet Poll. 4, 16.

EXPERIMENTUM 5.

Tubulum *d* (Fig. 2.), qui in 3. Exp. fuit adhibi- 1803.
tus, applicavi extremitati Tubi C, & omnia quæ in TAB.
Experimento tertio fuere observata, & hic eodem mo- LVIII.
do locum habuere. Fig. 2.

EXPERIMENTUM 6.

Parum hoc Experimentum cum quarto differt; an- 1804.
gulus, quem Tubi P & C efficiunt, qui rectus est in TAB.
dicto Experimento, in hoc est Gr. 135. Effectus au- LVIII.
tem hic fuit. Aqua in Vase recepta altitudinem ha- Fig. 2.
buit

buit 6, 38. Poll. Ergo Velocitas Aquæ in Tubo illa fuit, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine Poll. 1, 84. In Indice altitudo Aquæ fuit 1, 87.; ergo Actio integra erat 3, 7. Poll.

1805. Ex his omnibus patet, non faciliè causarum retardantium Effectus prævideri posse; sed in genere *Retardationem in ingressu minui, quando in egressu augetur.*
1807. In Tubis flexis Pressio lateralis in loco inflexionis est major ex Vi centrifugâ, non tamen ad certam Regulam faciliè revocari poterit, ut ex Experimentis sequentibus deducitur.

EXPERIMENTUM 7.

1808. Loco Tubi C, quo in 4^{to}. Experimento usi fuimus, adhibemus Tubum B (Fig. 2.), cum quo etiam ad angulos rectos conjunctus est Tubus E, ejusdem capacitatis cum B & P. Huic eidem Tubo B insistit Index vitreus *l*, ipsi L similis, ut supra vidimus *.
- TAB. LVIII.
Fig. 3.
- * 1789.

In hoc Experimento Aqua ex Tubo E omnino aperto, ita ut hoc Experimentum cum Experimento quarto coinciderit; successus quoque idem fuit; Velocitas quidem paulo minor fuit, sed differentia ita erat exigua, ut nullam in altitudine Aquæ in Indice L differentiam percipere potuerim. In Indice *l* altior erat, & differentia fuit Poll. 0, 96.

EXPERIMENTUM 8.

1809. Omnibus manentibus applicavi Tubulum *d* (Fig. 2.) aperturæ Tubi E, ita ut Experimentum cum Exp. 5^{to}. coinciderit, successus etiam idem fuit, & in altitudine Aquæ in Indicibus L & *l* vix ulla differentia percipi potuit.
- TAB. LVIII.
Fig. 3.

CA.

C A P U T XIV.

De Machinis Hydraulicis.

Resistentiam Corporis ex Gravitate oriundam, aliter considerandam esse, ubi agitur de Corpore sustinendo, quàm si tollendum sit, in Capite 21. Libri 1. demonstratum fuit. Eodem modo ubi ad examen revocantur Machinæ, quibus Aqua ex loco depresso in locum magis elatum transfertur, non illa sufficiunt, quæ, in primâ parte hujus Libri de Pressionibus Fluidorum, demonstrata sunt. Non de Machinis peculiaribus agam; sed ea explicabo, quæ generaliter ad Machinas quascunque, ad dictum usum destinatas, referri poterunt.

Scopus omnium talium Machinarum est, ut, determinato Tempore, datâ Actione, maximâ copiâ, Aqua ad præscriptam Altitudinem extollatur. 1810.

Sepono omnes causas externas Effectum minuentes, illamque tantum considerabo Actionem, quæ Aquam revera movet, non attendendo ad illam, quæ consumitur, dum superantur defectus ipsius Machinæ, aut alia quæcumque obstacula removentur. 1812.

Propositionem, de quâ agitur, ad casum simplicissimum revocamus, si concipiamus Tubum horizontalem A B C D cum Tubo verticali I B E F coherentem. Ponimus in horizontali Tubo moveri planum M L, & quidem sine attritu, & sine jacturâ Aquæ, quâ ponimus ambos repleti Tubos. Ponimus etiam huic plano perpendiculariter juxta directionem N P, applicari Actionem, quæ descensum Aquæ impedit, aut hanc sursum propellit. 1813.

T A B.
LVIII.
Fig. 4.

Ulte-

Uterius concipimus Tubum A B C D Aquæ immergi ita, ut Aquæ superficies cum A B conveniat. Tandem ponimus Aquam supra I F extollendam esse.

1814. Diversæ sunt Actiones, quibus Machinæ, ad Aquam fursum ferendam destinatæ, agitantur; has ordine examinabo, considerando ipsas in planum I L, per N M, agere. Hac methodo ad generalem Theoriam pervenimus, quæ Machinis quibuscumque applicari poterit.

Ante omnia autem generalia perpendenda erunt, quæ ad Actiones quascunque pertinent.

1815. Pressio Aquæ externæ, in A L M C contentæ, destruit Pressionem oppositam Aquæ, quæ reliquam partem Tubi horizontalis replet; & Actio, applicata per N M, sustinet Aquam Tubo verticali I B E F contentam.

1816. Si utriusque Tubi eadem sit capacitas, *Potentia, quæ, applicata per N M, sustinet Aquam in dicto Tubo, ad altitudinem I F, supra quam extollenda est, valet Pondus Columnæ Aquæ E I.* Et hæc Potentia, *quamdiu sola agit, ne quidem guttam unicam* Tubo expellere poterit, & *ad destinatam Altitudinem extollere.*

1817. *Auctâ autem Actione applicatâ, ut valeat Pondus Columnæ Aquæ, cujus eadem cum præcedenti est Basis B E, sed altitudo e g, quantitate f g primam superans, Aqua ex Tubo ejicitur Velocitate, quâ illa ab f ad Altitudinem puncti g pertingere potest; id est, Velocitate, quam Corpus acquirere potest cadendo per*

* 380. *g f* *; quâ eadem Velocitate per totum Tubum movetur; & *quæ sequitur rationem subduplicatam augmenti*

* 381. *ipsius Actionis* *.

1818. Ex hisce sequitur, Actionem, Machinæ applicatam, duos præstare Effectus; ipsamque in duas partes posse
resolvi.

resolvi. Prima extollit Aquam ad altitudinem determinatam; hæcque Actionis pars sola nihil omnino efficit, si ad usum Machinæ attendamus. Pars secunda Actionis applicatæ expellit Aquam; & à magnitudine hujus partis Actionis pendet quantitas Aquæ, quæ attollitur.

Quamdiu agitur de eodem plano LM, pars prima 1819. Actionis eadem semper est, quomodocumque Tubus verticalis mutetur *; mutatâ autem capacitate hujus * 1431. Tubi, variari debet pars secunda, ut eodem Tempore eadem Aquæ quantitas, ad eandem Altitudinem extollatur. Videndum ergo quid optimum sit.

Si Orificium IF mutetur, & eadem Aquæ quantitas 1820. expellatur, Velocitas hujus sequetur rationem inversam Orificii, & Velocitatis rationem duplicatam sequetur altitudo fg. *. Ergo pars Actionis, ultimum memorata, est inversè ut Quadratum Orificii, id est, minuitur, 1821. quando Orificium augetur; in quo casu Actio integra, quæ altitudinis eg rationem sequitur, quoque minuitur.

Sit Aqua extollenda ad Altitudinem EF, aut ef, 1822. decem Pedum; & ponamus hanc per Orificium quodcumque expelli Velocitate, quâ percurreret in uno minuto secundo pedes tres cum quartâ parte ferè, quam Velocitatem Corpus acquirit cadendo ab Altitudine duorum Pollicum *; estque fg huic Altitudini æqualis. * 883. 374. Actio integra ergo quæ LM propellit, potest exprimi numero 122; tot enim sunt Pollices in eg.

Si Orificium IF duplicetur, fg ad quartam partem 1823. reducitur *, & eg, id est, Actio integra, tantum valet 120,5. Fig. 5. * 1921.

Si reducatur Orificium ad dimidium, duplicatur A- Fig. 6.

Ttt

quæ

quæ exeuntis Velocitas, fg fit octo Pollicum, & Actio integra valet 128.

1824. In hac computatione ponimus omnem Aquam, quæ per Orificium Tubi transit, ad hujus latera defluere posse eodem Tempore, quo transit; quod dato Orificio latiori, aut Velocitate minori, non contingit; quare

* 1821. Actio, per præcedentem Regulam * determinata, augenda est in quibusdam casibus, magis aut minus pro diversâ Orificii Figurâ. Hanc circularem ponimus; quia Attritus, qui in praxi evitari nunquam potest, quamvis ad hunc nunc non attendamus, datâ hac Figurâ est omnium minimus; ideo, positâ hac Figurâ effluxum examinabimus.

1825. Datâ Velocitate Plani LM , datur Velocitas, quâ Aqua exiret, si Orificium huic plano æquale esset; &, dato alio Orificio quocumque, altitudo fg determinari potest, procedendo ut in exemplo præcedenti.

1826. Si fg minor sit tribus partibus octavis diametri Orificii, augenda erit Actio integra, ut proportionalis sit en , cujus portionem fn , hac Regulâ detegimus. Quadratum trium partium octavarum Diametri Orificii, multiplicatum per fg , valet cubum Altitudinis quæsitæ fn , ut in sequenti Scholio 1. demonstrabimus.

1827. Ponamus in exemplo præcedenti, in casu N°. 1823, Diametrum Orificii esse sex Pollicum, habebimus fn æqualem 1, 36. Poll.; & nisi integra Actio, quam in dicto N°. 1823. determinavimus 120, s., augeatur, ut sit 121, 36., desiderata Aquæ quantitas non effluet.

1828. Quamvis in Praxi minutias sæpe possimus negligere, has tamen novisse in innumeris casibus juvat; & sæpe maximam habet utilitatem.

Ex

Ex Regulâ, in N. 1821. traditâ, hanc generalem deducimus conclusionem, *majora Orificia minoribus esse* 1829. *anteponenda*; quia minori Actione eadem Aquæ quantitas expellitur, cæteris paribus.

Quædam autem observanda sunt circa Orificiî determinationem in quibusdam casibus peculiaribus.

Si majus quidem fuerit Orificium IF, sed parum 1830. hoc distet à parte angustiori Tubi, quæ in GO terminatur; ita ut Velocitate, quâ Aqua transit per GO, TAB. LVIII. Fig. 7. hæc altius quàm per *ig* possit adscendere, non omnis Aqua, quæ exit, eâdem Velocitate supra lineam EF adscendit, sed in medio Velocitas major est, ut ex Aquâ ibi protuberante patet; in hoc casu ratiocinandum quasi ageretur de Orificio mediæ magnitudinis inter IF & GO.

Sæpius etiam in Machinis contingit, Viam, per quam Aqua deducitur, coarctari, antequam Aqua ad Orificium perveniat, ut interposito Diaphragmate GO, 1831. TAB. LVIII. Fig. 8. perforato in P. Si minor sit distantia GI, illa ipsa, 1832. quæ statim monuimus *, & huic casui applicari debebunt. * 1830.

Si verò distantia GI, tanta sit, ut in IF æqualem 1833. Velocitatem omnes partes habeant, ad ipsum Diaphragma non attendimus: Vis particularum quidem augenda est, ut per P transeant; sed hæc ipsa iterum consumitur, motum communicando Aquæ superiori. Quamdiu integer Effectus est idem, Actio integra est eadem; Effectus autem detegitur, attendendo ad Altitudinem ad quam Aqua extollitur, & ad Velocitatem quâ exit; quo hæc major est, eo plus Virium inutiliter consumitur; & ex ante dictis patet, hanc propriè esse causam, quare

1834. Majora Orificia anteponenda sunt: *mutationes* verò, quæ in *Velocitate contingunt*, *antequam Aqua ad Orificium perveniat*, non *consideranda veniunt*. Si enim dilatetur Via, & postea minuatur, aut primum coarctetur, & postea iterum augeatur, dantur contrariæ mutationes in ipsis Viribus Particularum; & cum mutationes hæ sese mutuo destruant, harum Effectus in computationibus negliguntur.
1835. Mutationes hæ, ubi agitur de Viâ, quæ coarctatur, admodum Attritum augent, & ideo summâ cum curâ evitari debent; sed impedimentum hoc est extraneum, rem autem abstractè examinamus.
1836. Huc usque Motum continuum consideravimus, quamvis nihil à nobis dictum fuerit de modo, quo Motus continuus in Tubo dari possit; non enim agimus de Machinis peculiaribus. Ponamus nunc autem Machinam per vices agere; & concipiamus duas Machinas, æquales, & similes, & in utraque æquali Actione planum ut LM protrudi. Propellantur hæ Plana alternatim, per spatia æqualia, Temporibus æqualibus, ita ut hæ duæ Actiones unicam valeant, quæ continuo agit.
1837. Duæ hæ alternatim agentes, non eundem præstabunt Effectum quam una, quæ continuo ageret, quamvis omnia conveniant. Tempora enim diversa erunt, aut Actiones, alternatim agentes, majores adhibendæ erunt.
1838. In hoc enim casu singulis agitationibus motus totius Aquæ, Tubis contentæ, cessat, & de novo instaurandus est; ita ut pars Actionis, Machinæ applicatæ, consumatur, dum Motus hic novus communicatur. Pars hæc Actionis, quæ inutiliter consumitur, variatur, pos-

tis omnibus similibus, pro diverso spatio, in singulis agitationibus, percurso à Plano L M; & servatâ proportionē, eo illa major est, quo spatium hoc minus.

Differt quoque ratio partis Actionis, inutiliter consumptæ, ad integram Actionem, pro diversâ Naturâ Actionis, quæ Machinæ applicatur; satis ergo erit in genere observasse *imperfectas admodum esse Machinas*, 1839. 1840. *quæ per Vices tantum Aquam expellunt.*

Defectus hicce minuitur, si duo Tubi, in quibus 1841. plana ut L M moventur, Aquam sursum premant in eodem Tubo; ut hoc in plurimis Anthiis observatur: tunc enim, si cessante motu unius plani L M, statim alter moveatur, continuatur Motus Aquæ sursum in communi Tubo; cum autem uniformiter, id est, sine ullâ Retardatione, motus continuari non possit, semper quædam Actionis pars in instaurando motu consumitur.

His generalioribus præmissis, de ipsis Actionibus dicendum.

Actiones, quæ Machinis Hydraulicis applicantur, ad quatuor classes referri possunt. Ad Ignem, Aerem, Aquam, & tandem ad Hominum, aut Animalium, contamina. 1842.

De Igne non hic agam; peculiaris sunt artificia, 1843. quibus Ignis Actio, ubi Aqua extollenda est, adhibetur; & examen horum Artificiorum nos omnino à scopo abduceret; plura quoque in subsidium essent vocanda, quæ ad Librum sequentem pertinent.

De Aere quoque pauca dicenda erunt, de hoc etiam 1844. nondum egimus. Sæpe hujus Actio cum Ignis Actione conjungitur; sæpius tamen solus adhibetur.

Locum hoc habet, quando Machinæ junguntur Alæ, 1845.

quæ, Vento expositæ, circumvolvuntur, & Machinæ motum communicant.

1846. Ubi computationes ineundæ sunt, Intensitas Actionis Venti in Alæ superficiem determinanda est, quod dubito, an unquam à Mechanicis accuratè fieri poterit. Non enim solus Impetus particularum aërearum in ipsam superficiem, considerari debet; huic alia Pressio superaddenda est. Aer, qui ad latera transit, secum trahit Aerem post Alam positum, illiusque, qui remanet, densitatem minuit; unde sequitur Actio ex peculiari Aeris proprietate, quam Elasticitatem vocant, & de quâ suo tempore erit dicendum. Diversa est hæc Actio pro diversâ Velocitate Venti, pro diversâ Velocitate Alæ, & pro diversâ hujus Latitudine: Præterea Ala certo modo in extremitate flectenda est, ut Aer quodammodo retineatur, ex quo quidem Pressio sequitur, quæ contrariè agit cum illâ, quæ in reliquam Alæ partem agit; sed diminutio inde oriunda exigua est collata cum augmento, quod sequitur ex impedito Aeris effluxu juxta Alæ extremitatem. Hæc breviter indico, quia facilè in errorem incidimus, ubi agitur de determinandâ Venti Actione.

1847. Aquam etiam adhiberi diximus, ubi agitur de ipsâ Aquâ extollendâ; ut hoc fiat, Aqua naturaliter mota desideratur in Flumine, aut Rivulo.

1848. Duobus autem modis *Aqua* adhiberi potest; hæc

1849. *aut Gravitate, aut impetu, agit.* In primo casu aliquando, modiolis recipitur Aqua, qui descendentes aliam Aquam sursum tollunt; sæpius tamen in hoc casu, ut semper quando de Impetu agitur, Rotæ adhibentur, circa quarum frontes affiguntur Pinnæ, quæ, pondere Aquæ,

Aquæ, in has decurrentis, aut cùm ab hujus Impetu percutiuntur, cogunt, progredientes, versari Rotam.

Quando Pondere Aquæ movetur Machina, agitur 1850.
de Pressione cujus Intensitas, Motu Machinæ commu-
nicato, non mutatur *. Si verò Impetu Aquæ Rota * 371.
versetur, hujus motus considerandus est; nam Impe- 1851.
tus à Velocitate respectivâ pendet *. * 948.

Referimus ideo has Actiones ad duo diversa genera 1852.
de quibus separatim statim dicam.

Supersunt Actiones Hominum & Animalium; in 1853.
hisce Actionibus considerandæ sunt Intensitates, &
Velocitates.

Mutatâ Pressionis Velocitate, mutatur hujus Actio*; 1854.
si ergo determinata sit Actio, variatur Intensitas, quan- * 723.
do Velocitas mutatur; & quidem minuitur illa, ut
hæc augetur *. Vis autem Hominis, aut Animalis, * 725.
non ita determinata est, ut hanc Regulam ad ipsam
referre possimus.

Si Velocitas parum mutetur, non mutatur Actionis 1855.
Intensitas; si nimium mutetur, non in illius ratione in-
versâ mutatur Intensitas.

De Actionibus Hominum, & Animalium, ergo ita 1856.
statuendum; quamdiu parum Velocitas Agentis muta-
tur, pertinent Actiones ad genus antea indicatum*; * 1850.
si verò maximam quæramus Actionem, quam Homo,
aut Animal, præstare potest, determinanda erit Velo-
citas, quâ datâ, commodè agere hoc potest; deinde
quærenda erit Intensitas Actionis, ut hæc per Tempus
satis diuturnum continuari possit. Hæc ergo Actio 1857.
determinatur omni modo, & respectu Intensitatis, &
respectu Velocitatis; harumque Actionum ad Machinas
appli-

applicatio quoque examinanda erit; ita ut tria Actio-

* 1852. num genera diversa perpendenda habeamus *.

1858. Sit Planum L M protrudendum *, applicatâ per
TAB. NP Actione cujus Intensitas non mutatur ex diversâ
LVIII. Velocitate, quæ Plano L M communicatur, à quâ Ve-
Fig. 4. locitate, cæteris positis, pendet quantitas Aquæ quæ ef-
* 1813. fluit. Quamdiu Intensitas Pressionis non superat Pon-
dus in N. 1816. indicatum, hæc nullius est usûs; quod
superadditur Effectum præstat, qui eo major est, quo
pars superaddita est major *.

* 1817.

1859. Huc autem referre possumus ratiocinium in N. 495.
propositum, quo patebit determinatam dari Actionis
partem, primæ superaddendam, ut Effectus integer sit
omnium maximus; id est, ut quantitas Aquæ, quæ
certo tempore extollitur, sit omnium maxima, respec-
tu ipsius Potentiæ applicatæ. In Scholio 2. demon-
strabimus talem esse Effectum, si Intensitas hujus Po-
tentiae valeat duplum Actionis sæpius memoratæ *.

* 1816.

1860. Si Planum L M sit circulare, & Diameter sit unius
Pedis, & altitudo E F sit decem pedum, Potentiaque
per NP applicata valeat quingentas libras, Aqua susti-
nebitur ad altitudinem E F, & non effluet; si autem
Potentia valeat mille libras, Effectus est omnium ma-
ximus cum relatione ad potentiam. Si Potentia hæc
minuatur, magis minuitur Effectus quam Potentia, si
augeatur, minus hic augetur.

1861. Effectum hunc maximum determinamus, datâ alti-
tudine ad quam Aqua extollenda est; non autem hic
maximus est, quem hæc ipsa Potentia præstare potest.

1862. Si enim, manente plano L M, quis quærat Effectum
maximum, quem Potentia data, ex. gr. dicta Poten-
tia

tia mille Librarum, exferere potest. Determinanda tunc est Altitudo, ad quam extollenda est Aquā, ut productum Altitudinis per Aquæ Velocitatem sit maximum; mutatur enim Effectus, ut variatur Altitudo, & sequitur ille quoque rationem Velocitatis, quā Aqua ex Tubo ejicitur.

Productum autem hoc est maximum; ut quoque 1863. in Scholio 2^{do}. demonstramus, quando Aqua extollitur ad Altitudinem, quæ valet duas tertias partes illius, ad quam Potentia Aquam in Tubo sustinere potest. Dicta Potentia mille Librarum, sustineret Aquam in Tubo B F, sursum continuato, ad Altitudinem viginti Pedum; si nunc Altitudo E F sit tredecim Pedum cum tertiâ parte, Effectus erit maximus.

Secundo examinandas esse diximus Actiones Rotorum, quæ Impetu Aquæ moventur *. 1864.
* 1851.
1851.

Quomodocumque Rota talis Machinæ jungatur, semper in computatione eo res reduci potest, ut Potentiam determinemus, quæ in superficiem L M agit, ut Aqua Rotæ Pinna Impetu suo, premit; hujusque Potentiæ Velocitas eodem modo ut Aquæ Velocitas determinata erit, & Intensitas à Velocitate pendeat. Manente eadem Rotâ, & eodem Aquæ motu, à constructione Machinæ quidem pendeat Velocitas, ut & etiam Intensitas Potentiæ, quæ per N P agit; sed datâ Machinâ, ubi Velocitas detecta est, quæ respondet maximæ Velocitati Rotæ, id est, ipsi Velocitati Aquæ, quæ Rotam movet, ita rem consideramus; quasi Aqua, detectâ Velocitate mota, in L M incurreret, ibique exfereret Pressionem, cujus Intensitas sequeretur rationem Quadrati Velocitatis respectivæ hujus Aquæ & Plani

V v v

L M;

L M; & cujus ipsa Intensitas, pro datâ quacumque Velocitate determinaretur, ex Intensitate Actionis in Rotam, & ex constructione Machinæ; ratiocinia deducendo ex iis, quæ in parte 2^{da}. Lib. I. demonstrata sunt.

1865. Aquæ, determinatâ Velocitate motæ, Actionem in Planum maximam esse vidimus, quando Plani Velocitas valet tertiam partem Velocitatis Aquæ *. Non tamen semper in hoc casu maximâ copiâ extollitur Aqua; ita tantum res sese habet, quando per Orificium determinatum Aqua ejicitur.
- * 1778.
1866. Sed si Orificium mutetur cum Plano, quod immediate protrudit Aquam, & huic Plano Orificium semper æquale sit, paululò minuenda erit Velocitas Plani; id est, minor hæc desideratur tertia parte Velocitatis Aquæ. Differentia autem exigua est, nisi agatur de majori Velocitate Aquæ in Planum incurrentis, aut de minori Altitudine, ad quam Aqua extollenda est; si enim ad Altitudinem, hanc superantem, Corpus illâ Velocitate posset ascendere, minor Plani Velocitas desideraretur; ut hæc in Scholio 3^o. explicabimus.
1867. Superest ut dicamus de Potentiâ omnimodo determinatâ *. In hoc casu Effectus etiam est determinatus, & nihil peculiare observandum habemus; generalia, ante demonstrata, huc referri possunt, & præcipuè ad N^m. 1829. attendendum erit.
- * 1857.
1868. In constructione Machinarum, quibus tales Potentiæ applicari debent, observandum, ne nimium magnum sit Planum L M; Intensitas enim Actionis datæ debet superare Actionem in N^o. 1816. memoratam.
1869. Præterea observare debemus, ubi determinatum est Planum L M, altitudinem *eg* dari; ideoque *fg*. Datur

tur ergo Velocitas, quâ Aqua ex Orificio IF expellitur; sed datur Velocitas quâ movetur LM; ergo ita Orificium temperandum erit, ut hæ Velocitates respondeant, id est, ut Velocitas Plani se habeat ad Velocitatem Aquæ exeuntis, inversè ut Planum ad Orificium, per quod Aqua exit; aliter desideratum Effectum non præstaret Machina: si Orificium sit datum, determinari debet magnitudo plani LM ita, ut dicta ratio locum habeat.

Universalis admodum est Theoria, quam hoc Capite exposuimus; & non inficias ibo difficultates in applicatione dari posse, ubi agitur de Machinis peculiaribus, præcipuè illis, in quibus non per Tubos Aqua extollitur; sed hæc ad scopum horum Elementorum non spectant; difficultatem quoque augent causæ retardantes, quas seposuimus; sed quæ evitari nequeunt, & ad quas necessario in computationibus attendere debemus.



S C H O L I U M I.

Demonstratio N^o. 1826. de Aquâ effluente.

Sit Rectangulum $fOPq$, cujus partem tantum exhibemus, quod basim 1871.
habet æqualem circumferentiæ Orificii, per quod Aqua effluit, & cujus TAB. LX.
altitudo fq quartæ parti Diametri hujus æqualis est; ita ut Rectangulum Fig. 1.
æquale sit ipsi Orificio.

Ponimus Aquam per Orificium adscendere Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo ab Altitudine gf^* , & quam linea fr indicat; si lateraliter eadem Velocitate omnis Aqua exiret, deberet extolli ad Altitudinem fq supra Orificium; tunc omnis Aqua adfluens lateraliter destueret, per spatium æquale ipsi apertura. Cum autem Aquæ effluxus ubique, per totam circumferentiam, eodem modo fiat, satis est hunc exhibere in uno puncto ut f . Effluxum ab f ad q , Velocitate fr , Rectangulum $f r s q$ exhibet.

V v v 2

Hic

1872. Hic est effluxus qui requiritur, ut omnis Aqua effluat; cum quâ debemus conferre illam, quæ revera effluit. Hanc, in puncto eodem f , representamus per superficiem fgr , quæ Curvâ gbr terminatur, cujus Ordinatz, ut ab , Velocitates indicant in punctis quibus respondent, ut a ; estque Velocitas in a illa, quam Corpus acquirit cadendo ab Altitudine ga *; quare ga ad gf , in ratione duplicatâ ab ad fr *. Unde sequitur curvam gbr esse Parabolam*.

* La Hire
fist. con. lib.
3. prop. 1.

Ut Rectangulum $fqs r$ se habet ad superficiem fgr , ita se habet quantitas Aquæ, quæ per Tubum ascendit, ad illam quæ ad latera defluere potest.

1873. Quando fg non tertiâ suâ parte superat $f q$, Parabolæ superficies minor est Rectangulo*, & non omnis Aqua effluere potest; id est, nisi augeatur Actio, non servabitur Velocitas Aquæ in Tubo.

* La Hire
fist. con. lib.
5. prop. 26.

1874. Ponamus Actionem ita augeri, ut Velocitas hæc servetur; id est, ut superficies, quæ Aquam, revera effluentem, exhibet, æqualis sit Rectangulo $fqs r$. Sit hoc augmentum gn ; Aqua nunc effluet ubique lateraliter Velocitate, acquisitâ cadendo ab n , & superficies Parabolæ $fn t$ indicabit omnem quæ effluit, eritque hæc superficies æqualis dicto Rectangulo $fqs r$. Parabola hæc cum primâ congruit, est major ejusdem Curvæ portio; utraque enim Corporis cadentis Velocitates indicat. Rectangulum ex ft & fn est ad Parabolæ $fn t$ superficiem, ut 3. ad 2*; & æquale est Rectangulo ex fr per tres partes octavas Diametri Orificii; $f q$ enim valet duas tales octavas partes*. Inde sequitur Quadratum lineæ ft multiplicatum per Quadratum Altitudinis fn , æquale esse producto Quadrati lineæ fr per Quadratum trium partium octavarum Diametri Orificii. Est autem Quadratum lineæ ft ad Quadratum lineæ fr , ut nf ad gf *. Ergo Productum lineæ nf per Quadratum ejusdem, id est, Cubus Altitudinis quæsitæ nf , valet Productum Altitudinis gf per Quadratum trium partium octavarum Diametri Orificii; quod ipsum in N. 1816. diximus, & nunc demonstrandum erat.

* La Hire
fist. con. lib.
5. prop. 26.

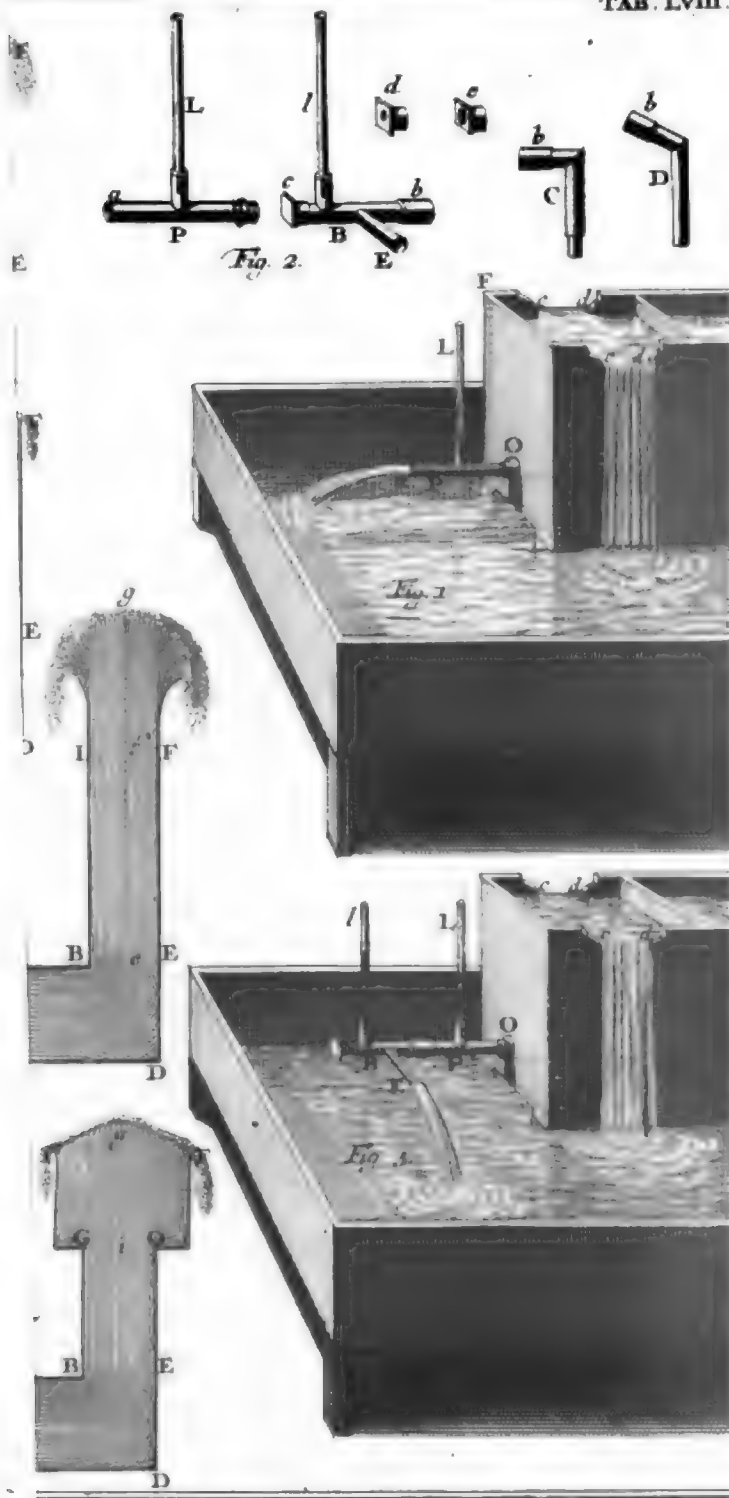
* La Hire
fist. con. lib.
4. prop. 1.

S C H O L I U M I I.

Demonstratio illorum, quæ de Actionibus maximis indicantur in Nis. 1859- & 1863.

1875. **A**gitur in hisce Nis. 1859. & 1863. de Actione in superficiem determinatam, ita ut Intensitas Pressionis sequatur rationem Altitudinis ad quam Aqua in Tubo sustineri posset.
1876. Sit AB Altitudo, ad quam extolli debet Aqua; sit AC Altitudo, ad quam in Tubo, Actione Potentiæ, sustineri potest; quæ Altitudo est ut hujus Potentiæ Intensitas. Aqua tunc exit Velocitate quâ à B ad C ascendere posset, quam ponimus representari per CE . Si Potentiæ Intensitas esset ut AD , Velocitate exiret Aqua, quâ per BD ascendere posset; &, ductâ DF , parallelâ EC , quæ Velocitatem Aquæ in hoc casu exhibeat, erunt EC & FD ejus-

TAB. LX.
Fig. 2.





eiusdem Parabolæ BEF Ordinata ad Diametrum BD, ut hæc omnia, ex demonstratis in præcedenti Scholio, sequuntur.

Querimus casum, in quo Effectus sit omnium maximus respectu Intensitatis Potentiz; id est, in quo ratio inter lineas EC & CA sit maxima. Quantitas enim Aquæ, quæ extollitur certo tempore, est ut Velocitas, quæ ipsa in B ex Tubo effluit, quæ Velocitas est ut EC. 1877.

Ductâ EA, erit EC omnium maxima respectu ipsius CA, quando angulus EAC est maximus; hic autem maximus est, quando linea EA tangit Parabolam; nam augeri amplius non potest. Sit hæc Tangens AF, & AD erit Potentiz Intensitas quæsitæ, quæ dupla erit ipsius AB*, ut in N. 1859. diximus.

Ponamus nunc datam intensitatem Pressionis; Ideoque datam esse Altitudinem BA, ad quam Aqua in Tubo sustineri possit.

Si Tubi longitudo sit BC; ex hac exibat Aqua, eâ Velocitate, quæ per CA ascendere potest; quam Ordinatâ CE representari ponimus, ductâ Parabolâ AED; ut sæpius jam vidimus*.

Effectus de quo agitur*, sequitur rationem Altitudinis BC, ad quam Aqua extollitur, & Velocitatis CE, quæ ex Tubo exit; id est, Effectus sequitur rationem Rectanguli CBGE*.

Querimus igitur Punctum C, ut Rectangulum hoc sit omnium maximum. Ponamus punctum hoc dari inter C & c; & puncta hæc ita esse determinata, ut Rectangula CBGE, cBge, quæ ambo parum à maximo deficiunt, sint æqualia; ideoque æqualia CcFE, GgeF; unde sequitur

$$Fe:FE::EC:FG*, \text{ aut } EG=CB$$

Sed Fe:FE::EC, CL; ductâ Tangente EL.

Ergo sunt æquales CB & CL*; & CA valet dimidium ipsius CB*, id est, valet tertiam partem totius BA. Quod demonstrandum erat*.

SCHOLIUM III.

Demonstratio Actionis maximæ in N^o. 1865. 1866. memorata.

DAtâ Velocitate Aquæ, in Planum agentis, querimus quâ Velocitate Planum protrudi debeat, ut, dato Tempore, maxima Aquæ copia extollatur. 1880.

Dicatur Aquæ Velocitas data 1.; Velocitas quæsitæ plani x; Velocitas respectiva erit $1-x^2$ *; & Intensitas Pressionis in Planum $1-x^2$ *.

Uterius dicimus 1. Altitudinem, ad quam Aqua extollenda est; a designat Altitudinem, ad quam Corpus Velocitate 1. ascendere potest; id est, 1. se habet ad a, ut Altitudo prima ad secundam, quæ ambæ dantur; tandem z est basis columnæ aquæ, quæ extollitur; aut potius, indicat æ magnitudinem superficiæ quæ protruditur.

Ponamus Aquam ejici per Orificium determinatum, quod dicimus 1. Omnis Aqua, quæ à Plano z, Velocitate x, protruditur, transit per hoc Orificium, Velocitate, quæ se habet ad x, ut ipsum Planum ad Orificium, id

Vuu 3.

est,

* Le Hire
sect. con. lib.

1. prop. 10.

1878.

TAB. LX.

Fig. 3.

* 1871.

1876.

* 1853.

* 23. El. VI.

1879.

* 14. El. VI.

* 9. El. V.

* Le Hire
sect. con. lib.

1. prop. 10.

* 1863.

* 912.

* 1773.

1881.

est, ut z ad 1 ; Velocitas illa est ergo zx . Quâ Velocitate Corpus adscendere potest ad Altitudinem $azzx$: nam

* 381.

$$1, zxx :: a, azzx *$$

Hæc Altitudo addenda est illi, ad quam Aqua extolli debet; & integra Altitudo ad quam Potentia sustinere debet Aquam est $1 + azzx$. Si hanc multiplicemus per basim z , habebimus integram Columnam, quæ sustinetur,

& cui proportionalis est Impetus Aquæ in Planum; ergo $1 - x = z + az^2 x^2$ Quantitas Aquæ, quæ extollitur, illa ipsa est, quam Planum z protrudit, Velocitate x ; quæ quantitas sequitur proportionem producti zx . Quærimus x , in casu, in quo productum hoc est omnium maximum.

1882.

Regulæ Algebraicæ de maximis & minimis hic in subsidium vocari debent; si computatio ineatur, & tollatur z , incidimus in hanc simplicem æquationem $3x = 1$; quæ congruit cum iis quæ in N°. 1865. habuimus.

1883.

Si autem Orificium, quod fixum posuimus, æquale sit ipsi z , Velocitate x Aqua ex hoc exit; & Altitudo, ad quam pertingere potest hac Velocitate, est axx , & habemus $1 - x = z + azxx$. Si nunc quæramus casum, in quo productum zx est maximum, & tollatur z , habemus $x^3 + xx + \frac{3x}{a} = \frac{1}{a}$.

1884.

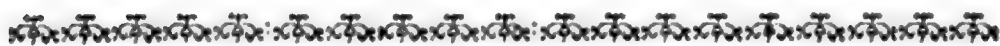
Si Altitudo, quam unitate exprimimus, ad quam evehenda est Aqua, sit exigua, aut Velocitas Aquæ Impetum facientis magna, a poterit unitatem superare; & quo major erit a , eò minor erit x . Si vero a , minor sit unitate, ut ferè semper contingit, x parum admodum deficit à $\frac{1}{3}$; ut hæc omnia ex inspectione Æquationis sequuntur, & in N°. 1866. indicata fuere.





L I B E R I I I.

Pars IV. De Corporibus motis in Fluidis.



C A P U T XV.

De Resistentiâ quam patiuntur Corpora, per Fluida mota.

OMne Corpus, quod in Fluido movetur, Resistentiâ 1885.
patitur, & quidem ex duplici causâ.

Quamvis Fluidorum partes parum admodum cohæ-
reant, illas tamen Vi quadam cohærere, extra dubium
est *; hanc autem, dum Corpus in motu suo separat Flui- * 76. 77.
dorum particulas, superare debet Cohesionem; hæcque est 1886.
prima Resistentiæ causa.

Actio hæc similis est illi, quâ Corporum mollium partes 1887.
separantur, dum in ipsis Cavitas efficitur; quam effici vidi-
mus Actione, quæ sequitur proportionem ipsius Ca-
vitatæ effectæ *; quam demonstrationem ad Corpus * 841.
in Fluido motum etiam possumus applicare; in hoc
autem motu Corpus Cavitatem efficit proportionalem
Spatio percurso; quamvis Cavitas hæc, singulis mo-
mentis, affluxu Fluidi, iterum impleatur. Unde de-
ducimus, Corpus, ex hac primâ causâ, Resistentiâ pati 1888.
proportionalem huic Spatio percurso; quæ idcirco ad
instar Velocitatis augetur & minuitur *. * 119.

Dum Corpus in Corpore molli Cavitatem impri- 1889.
mit, partes immediatâ tantum Actione Corporum in
se mutuò transferuntur, quâ cessante Actione ces-
sat particularum motus; hac de causâ, in formandâ
Ca-

Cavitate, tantum consumitur Vis, quâ partium Cohæ-
sio superatur; possuntque Corpora integras, in for-
mandis Cavitatibus, Vires insitas amittere.

1890. Corpus autem, in motu per Fluidum, non tantum
transfert particulas Actione immediatâ, dum sibi Viam
inter has aperit, in quâ translatione immediatâ Cohæ-
sionem superat; sed & præterea ipsis particulis Vim
communicat, quâ, post cessatam Corporis Actionem
1891. inter se moventur: *Reactio verò particularum, dum ipsis
motus hicce imprimitur, ex harum Inertiâ oriunda, est se-
cunda causa Resistentiæ.*

- Ut clarius illa concipiamus, quæ Resistentias has spe-
1892. ctant, ad hoc attendere debemus: *mutuam Actionem
Corporis & Fluidi eandem esse, sive Corpus certâ Velocitate,
in Fluido quiescente, moveatur; sive, quiescente Corpore,
eâdem Velocitate Fluidum in hoc incurrat.* Actio enim hæc
à motu respectivo pendet, qui in hisce casibus non variat.

- Si nunc, sepositâ partium Cohæsione, ad motum
Fluidi attendamus, & hoc consideremus, dum in Cor-
pus quiescens incurrit, facile videbimus, *Fluidi Actio-
nem esse Pressionem*; particulasque non impingi in Cor-
pus; sed juxta hoc, aut juxta particulas Fluidi, quæ
Corpus tangunt, moveri, & interea illas premere
Corpus, eodem modo ac Corpus premit Planum su-
per quo movetur; quales Pressiones, ex Viribus oriun-
das, superius * indicavimus.

* 1003.
1004. 1005.

1894. Pressio hæc, à Vi insitâ particularum oriunda, est ut
* 753. hæc Vis, id est, ut Quadratum Velocitatis *; quod
clarius patet, si ad analogiam attendamus, quæ da-
tur inter hanc Actionem & Vim centram, quæ, cæte-
* 616. ris paribus, etiam est ut Quadratum Velocitatis *. Auge-
tur

tur etiam Pressio, de quâ hîc agimus, ut numerus particularum, determinato Tempore, incurrentium, qui numerus Velocitatis sequitur proportionem; tandem Pressio, hæc sequitur rationem Temporis, per quod durat singularum particularum Actio in determinatam superficiem partem; quod Tempus eo minus est, quo Velocitas est major, sequiturque rationem inversam Velocitatis: ultimæ duæ rationes sese mutuò destruunt, superstitemque habemus solam *rationem Quadrati Velocitatis*; quam 1895. idcirco sequitur *Resistentia ex secundâ causâ*.

Quomodo autem ambæ Resistentiæ causæ simul 1896. agant, in ipso casu, in quo Corpus quiescit, & Fluidum movetur, ut in hac demonstratione posuimus, facile percipimus, si ad sequentia attendamus. Particulas, quæ in Corpus, ut A, agunt, ad latera defluere in B & D; ibique, sepositâ Cohæsione, nullam exferere Actionem; positâ autem Cohæsione, particule hæ laterales secum trahunt insequentes, & has Actione suâ separant; quæ desideratur separatio, ut Fluidum ab omni parte defluat: Cohæsio autem superari minimè poterit, nisi Corpus resistat, & Actio in hoc detur*; quæ Actioni, ex inertia oriundæ, superaddenda est. * 361.

TAB. LX.
Fig. 4.

M A C H I N A,

Quâ Experimenta de Fluidorum Resistentiis instituuntur.

Arca lignea AB longitudinem habet quinque Pedum, latitudinem duorum Pedum cum semisse, altitudinem octo, aut decem, Pollicum. 1897. TAB. LIX.
Fig. 1.

Quatuor hæc sustinetur Columnis ligneis, altitudinis quinque Pedum, qui minori Arcæ CD imponuntur, quæ ipsa pedibus gaudet quatuor, altitudinis circiter

Xxx

decem

decem Pollicum : non autem minorem hisce pedibus tribuimus altitudinem , ut ex Epistomio E Aqua in Situlam , hujus altitudinis , recipiatur.

Parallelopipedum cavum ligneum F longitudinem habet trium Pedum cum semisse à *g* ad *h* ; hujus cavitatis basis est Quadratum quinque Pollicum. In figurâ exhibemus quomodo verticaliter , inter regulas ligneas , firmetur Parallelopipedum. Distantia , inter hujus superficiem superiorem *l* & Arcæ AB fundum , est quindecim Pollicum.

In hoc ipso fundo , in medio respectu longitudinis , foramen datur rotundum , diametri circiter quatuor Pollicum cum semisse , quod paulo minus distat ab uno latere quàm ab alio ; ut magis commodè Experimenta instituantur.

Huic foramini respondet foramen , quod parum cum præcedenti differt , sed tamen minus est , in medio superficiiei superiori *l* Parallelopipedi F.

1898. In hisce foraminibus Tubus plumbeus T , cujus Diameter quatuor valet Pollices , verticaliter firmatur ; quo communicatio datur inter Arcam AB & Parallelopipedum F. Tubi longitudo est octodecim Pollicum ; hujus cavitas est cylindrica , & bene lævigata est interior superficies.

Probè firmatur Tubus , & Aquæ effluxus inter hunc & lignum , interpositis lini filamentis , cohibetur.

1899. Tubi quoque angustiores sæpe adhibentur , in quo casu annulis ligneis extremitates circumdantur , ut eodem modo firmentur in foraminibus memoratis.

1900. In inferiori parte Parallelopipedi F Epistomia dantur quatuor I, L, M, N. Horum aperturæ in lami-

nis dantur horizontalibus, quæ omnes in eodem posita sunt plano horizontali: suntque hæ aperturæ ipsis Epistomiorum capacitatibus multo minores; ut Aqua sine sensibili attritu effluat. Minorum duorum Epistomiorum I & L, quæ æqualia sunt, aperturæ æquales sunt; Epistomii M apertura dupla est; Tandem maximi N tripla est. Diameter aperturæ mediæ Semi-poll. æqualis est.

Quantumvis exactè hæ mensurentur aperturæ, non 1901.
omnis error vitari potest, qui quomodo corrigatur, statim dicam *. * 1905.

Oris Arcæ AB in medio imponitur Tabula P, cujus 1902.
longitudo Arcæ latitudinem paululum excedit, & cujus latitudo sedecim aut octodecim est Poll. Hæc, ne illa quæ ipsi imponuntur, casu in Aquam decidant, oris, Semi-pollicem altis, circumdatur. Firmatur Tabula regulis ligneis quatuor, quarum duæ videntur in o & q, cum ipsâ cohærentibus, & inter quas prominentia lignea r, cum Arcâ cohærens, recipitur.

Tabulæ huic superimponitur crux lignea S, infra 1903.
Tabulam penetrans, ut cochleâ firmetur. Cruci appenditur Bilanx V, quâ in aliis Experimentis utimur, & de quâ antea egimus *. * 1480.

Ita suspenditur hæc, ut, quando est in æquilibrio, Lancium pedes à Tabulâ ad altitudinem, quæ paululum excedit quartam partem Pollicis, tantum removeantur.

Uncus autem Lancis k respondet foramini in Tabulâ, quod Diametrum habet trium partium quartarum Pollicis, & cujus centrum datur in axe continuato Tubi T.

Uso veniunt in Experimentis, quæ hac Machinâ in- 1904.

X x x 2

stiquun-

TAB. LIX.
Fig. 2. 3. 4.

stituuntur, Globi, Cylindri, & Coni varii, qui singuli capillis equinis suspenduntur; in qua suspensione respectu Cylindrorum & Conorum attendendum, ut axem habeant verticalem, & Conorum vertices sursum dirigantur.

* 1900. An Epistomiorum aperturæ illam, quam indicavi *, inter se rationem haberent, ut explorarem, & errores corrigerem, methodo usus sum, quam nunc exponam.

1905. Rebus ut explicavi dispositis, & in T applicato Tubo *,
Fig. 1.
* 1899. cuius Diameter erat hypotenusæ Trianguli rectanguli isosceles, cuius latera sunt duorum Pollicum, Arcam AB Aquâ replevi ita, ut oræ Arcæ duobus tantum Pollicibus Aquam superarent; quo etiam F & T repleta fuere.

In Tubo T, capillo equino Cylindrum suspendi æneum, cuius Diameter Pollicem fere quartâ parte excedit, & cuius Altitudo est Sesqui-pollicis; suprema superficies paululum convexa est, & cavus ipse est, ut minus gravet Libram, & exactè clausus, ne Aqua in ipsum penetrare possit: capillus equinus cum unco Lancis k libræ V cohærebat, & Pondere Lanci oppositæ imposito, dabatur æquilibrium.

Quæsi quodnam Pondus adjiciendum esset, ut æquilibrium daretur, aperto uno ex Epistomiis minoribus; detegitur Pondus hoc tentando. Primo Pondus ad libitum imponitur, Libraque manu in situ æquilibrii retinetur, & post apertum Epistomium, relinquitur; si Libra moveatur, pro diverso motu augetur, aut minuitur, Pondus; & eadem operatio repetitur, donec, relicta Balance, hæc in æquilibrio maneat; habemusque tunc Pondus, quod valet
Actio-

Actionem, quam Aqua, dum per Tubum movetur, in Corpus exferit.

Hac methodo detexi, apertis successivè Epistomiis minoribus, paululum Actiones differre; ideòque non exactissimè æquales esse Aquæ quantitates, per singula effluentes; qui error facillimè, paululum admodum aucto foramine uno, correctus fuit.

Apertis tunc ambobus his Epistomiis I, L *, simul, * 1900. ut Aquæ quantitas dupla efflueret, quæsi Aquæ Actionem in Cylindrum; curavique, ut Actio eadem foret, aperto unico Epistomio M.

Tandem, eadem methodo, eo reduxi Epistomium N, ut ex hoc ea flueret Aquæ quantitas, quæ ex Epistomio M & uno ex Epistomiis I, aut L; simul, æquali Tempore, fluit.

In his omnibus observavi, & hoc in omnibus Experimentis, quæ hac Machinâ instituuntur, observandum, ut Aqua in Arcâ servetur ad eandem Altitudinem; quare, ubi uno Pollice depressa est superficies, de novo Aqua infundenda est.

Potest nunc Machina Experimentis inservire. Aper- 1906. to Epistomio I, aut L, certa Aquæ quantitas effluit, determinatâque Velocitate movetur Aqua in Tubo T, & uniformem Velocitatem habet in toto Tubo; in hunc enim continuò intrat, & eodem tempore exit Aquæ quantitas, æqualis illi, quæ ex Epistomio defluit. Dupla est Aquæ Velocitas in Tubo, si dupla Aquæ quantitas defluat, id est, si ambo Epistomia I & L, aut solum M, aperiantur. Tripla est aperto M & I vel L simul, aut N solo. Quadrupla est Velocitas apertis tribus Epistomiis I, L, & M; aut N, & uno ex

Xxx 3

I & L.

I & L. Quintupla est apertis simul M & N. Sextupla apertis N, M, & uno ex I & L. Sextupla tandem apertis omnibus simul.

1907. In his omnibus motibus nunquam Acceleratio Aquæ in Tubo T dari potest ex Cohæsione oriunda, qualem alio loco * memoravimus; quæ si daretur non hæc procederet conclusio, æqualem certo Tempore per Epistomium fluere Aquæ quantitatem, sive solum, sive cum aliis aperiatur, quod hîc extra dubium est; quia ex solâ Pressione Aquæ, supra orificium Tubi incumbentis, dari potest Velocitas, quæ multis vicibus maximam superat, quâ in hisce Aqua in Tubo gaudet.

EXPERIMENTUM I.

1908. Rebus, ut in Machinæ descriptione explicavi, dispositis, adhibitoque Tubo T, superius memorato *,
 TAB. LIX. Fig. 1. 2.
 * 1905. cujus Diameter est hypotenusâ Trianguli rectanguli isosceles, cujus singula latera sunt duorum Pollicum, Globus æneus G, cujus Diameter est Semi-poll., suspenditur ad profunditatem quamcunque, sex, octo, aut decem Pollicum, in Tubo. In cujus axe datur Globus; quia capillus equinus, cui cohæret, cum uno Lancis k conjungitur.

Methodo, in N°. 1905. traditâ, quæsi Actiones Aquæ in Globum, dum successivè, diversis Velocitatibus, Aqua per Tubum transivit; quæ Actiones æquales fuere resistentiis Corporis, si hoc, quiescente Aquâ, iisdem Velocitatibus, in hac translatus fuisset.

Pondera minima, quibus usus sum in his Actionibus determinandis, erant quartæ partes unius Grani; Actiones detexi, quæ sequuntur.

Velocitates. *Resistentia.*

| | | |
|--------------|-----|-------------------|
| 1. - - - - - | Gr. | $\frac{1}{2}$. |
| 2. - - - - - | Gr. | $1\frac{1}{2}$. |
| 3. - - - - - | Gr. | 3. |
| 4. - - - - - | Gr. | $4\frac{1}{2}$. |
| 5. - - - - - | Gr. | $7\frac{1}{2}$. |
| 6. - - - - - | Gr. | $10\frac{1}{2}$. |
| 7. - - - - - | Gr. | 14. |

In tribus primis Velocitatibus deficiebant paululum 1909.
Actiones à Ponderibus notatis.

Experimenta hæc, adhibitâ admodum exactâ Bilan- 1910.
ce, fuere instituta, maximâ cum curâ; non tamen,
nullum omnino errorem, quantumvis exiguum, dari,
asserere ausim.

Fateor potius exiguos, quartâ parte Grani minores,
vitari non potuisse; & non credo ab Experimento re-
cedi, quando tale quid suppletur, ubi regularis Series
hoc postulat.

Errorem talem dari in primâ Actione, hîc determi-
natâ, quæ parum deficit à $\frac{1}{2}$ Gr., & qui respectu hujus
Ponderis sensibilis est, non tantum indicat regularis
Series, ex reliquis Experimentis deducenda, sed & hoc
confirmat Experimentum sequens *.

* 1913.

Experimenta hîc traduntur, ut, ante initam ullam
computationem, à me fuere instituta.

Diviso nunc Grano in centum partes, patet in se-
quenti Serie, Resistentiam pro parte sequi rationem Ve-
locitatis, pro parte rationem Quadrati Velocitatis.

W.

| 1911. | <i>Velocitates.</i> | <i>Resistentia</i> <i>ex prima causa.</i> | <i>Resistentia</i> <i>ex secunda causa.</i> | <i>Summa Resistentia</i> <i>ambarum.</i> | <i>In Exp.</i> |
|-------|----------------------|--|--|---|----------------|
| 1. | $1 \times 20 = 20.$ | $1 \times 26 = 26.$ | 46. | 75. | |
| 2. | $2 \times 20 = 40.$ | $4 \times 26 = 104.$ | 144. | 150. | |
| 3. | $3 \times 20 = 60.$ | $9 \times 26 = 234.$ | 294. | 300. | |
| 4. | $4 \times 20 = 80.$ | $16 \times 26 = 416.$ | 496. | 475. | |
| 5. | $5 \times 20 = 100.$ | $25 \times 26 = 650.$ | 750. | 775. | |
| 6. | $6 \times 20 = 120.$ | $36 \times 26 = 936.$ | 1056. | 1050. | |
| 7. | $7 \times 20 = 140.$ | $49 \times 26 = 1274.$ | 1414. | 1400. | |

1912. *Quando Corpora similia, similiter, & Velocitatibus equalibus, per idem Fluidum, moventur, deducitur ex ante demonstratis **, Resistentiam utramque augeri, & minui, ut augetur, & minuitur, numerus particularum Fluidi ex loco motarum eodem Tempore; id est, sequitur *Resistentia integram rationem Quadratorum laterum homologorum **; & si de Globis, Cylindris, aut Conis, agatur, *rationem Quadratorum Diametrorum **.
- * 1886.
1893.
- * 20. El. VI.
- * 2. El. XII.

EXPERIMENTUM 2.

1913. Differt hoc cum præcedenti tantum respectu magnitudinis Globi, qui in Tubo T suspenditur. In hoc adhibemus Globum H, cujus Diameter est hypotenusa Trianguli rectanguli isosceles, cujus latera sunt Semi-poll., æqualia nempe Diametro Globi G, in Experimento 1. adhibiti; quare Quadrata Diametrorum sunt ut unum ad duo *; in quâ ratione etiam detectæ fuere Resistentiæ, ut sequenti Tabellâ patet, in quâ + denotat excessum, & — defectum exprimit.
- TAB. LIX.
Fig. 1. 2.
- * 47. El. I.

Ve-

| <i>Velocitates.</i> | <i>Resistentia globi H.</i> | <i>Resistentia globi G in exp. 1.</i> | 1914. |
|---------------------|---------------------------------|---|-------|
| 1. - - - - | $\frac{1}{2} +$ - - - | $\frac{1}{4} -$ | |
| 2. - - - - | $2\frac{1}{4}$ - - - | $1\frac{1}{2} -$ | |
| 3. - - - - | 6 - - - | 3 - | |
| 4. - - - - | $9\frac{1}{4} +$ - - - | $4\frac{1}{2}$ | |
| 5. - - - - | $15\frac{1}{4}$ - - - | $7\frac{1}{2}$ | |
| 6. - - - - | 21 - - - | $10\frac{1}{2}$ | |
| 7. - - - - | 28 - - - | 14 | |

Resistentiæ in minori Velocitate solæ sunt, quæ cum 1915.
Propositione non congruunt; sed jam in Experimento
præcedenti vidimus, illam corrigendam esse, quæ in
illo Experimento, ubi Velocitas omnium minima erat,
fuit detecta; Resistentia verò ibi in regulari serie po-
sita, dimidium est illius, quæ, in eadem Velocitate,
in hoc ultimo Experimento, fuit determinata.

Resistentia ex primâ causâ non mutatur pro diversâ Cor- 1916.
*poris figurâ, si modo Cavitas formata in motu eadem sit *;* *1887.841.
quare in Cono & Cylindro, juxta axeos directionem
motis, ut & in Globo, si horum Corporum Diametri
fuerint æquales, & agatur de eodem Fluido, & eadem
Velocitate, Resistentia eadem est.

Resistentia autem ex secundâ causâ variat pro diversâ 1917.
Corporis figurâ; nam licet Fluidum quiescens quaquæ
versum æquali Vi premat, hoc ad Pressionem ex motu
oriundam non debere referri facile patet; hæc juxta
unicam tantum directionem agit, & non tota sustinetur
nisi à plano ad hanc directionem perpendiculari.

1918. Demonstramus in Scholio sequenti *Resistentiam* *Cylindri* se habere ad *Coni Resistentiam*, si ambo fuerint recti, & eâdem *Velocitate*, juxta axium directiones, in eodem *Fluido*, moti, ut linea in *Coni* superficie, à vertice ad punctum quodcunque *Baseos* ducta, ad *semidiametrum* *Baseos*.

1919. *Cylindri* autem recti & *Globi Resistentias* esse inter se ut tria ad duo, si *Diametri* fuerint *aquales*, & ille juxta axeos directionem feratur, in eodem Scholio demonstramus.

1920. Unde sequitur *Resistentiam* *Globi* se habere ad *Resistentiam* *Coni* recti, juxta axeos directionem moti, & cujus *Baseos Diameter* *aqualis* est *Diametro* *Globi*, ut duæ tertiæ partes linea, in superficie *Coni* ad punctum *Baseos* ducta, se habent ad *semidiametrum* *Baseos*.

Observandum *Coni* verticem in motibus hisce præcedere; si enim *Basis* *Resistentiam* pateretur, clarum esset hanc à *Resistentiâ* *Cylindri* ejusdem *Diametri* non differre.

EXPERIMENTUM 3.

1921. Experimentum hoc ut præcedentia instituitur, differt tantum Corpus in quod *Aqua* agit. Usus sum Cono in O delineato, *Basis Diameter* est *Semi-pollicis*, *Altitudo* *Semi-pollicis* à vertice v ad centrum *Circuli*, qui figuram conicam terminat, infra quam figuram conicam cylindricum erat Corpus, eratque partis cylindricæ *Altitudo* circiter octavæ partis *Pollicis*. Hæc verò inferior pars Corporis considerata non est, quia in hanc *Aqua*, juxta axeos Corporis directionem mota, incurrere non potest.

Actiones *Aquæ* in Corpus *Tabellâ* sequenti continentur.

Ve.

| <i>Velocitates.</i> | <i>Resistentia.</i> | 1922. |
|---------------------|----------------------|-------|
| 1. - - - - - | Gr. $\frac{1}{2}$ — | |
| 2. - - - - - | Gr. $1\frac{1}{4}$ + | |
| 3. - - - - - | Gr. $2\frac{1}{2}$ — | |
| 4. - - - - - | Gr. 4. | |
| 5. - - - - - | Gr. 6. — | |
| 6. - - - - - | Gr. $8\frac{1}{2}$ | |
| 7. - - - - - | Gr. 11. | |

Diviso Grano in centum partes, in Tabellâ sequenti separamus Resistentias ex utraque causâ.

| <i>Velocitates.</i> | <i>Resistentia ex primâ causâ.</i> | <i>Resistentia ex 2^a. causâ.</i> | <i>Summa ambarum.</i> | <i>Resistentia 1923. in Exp.</i> |
|---------------------|--|---|---------------------------|--------------------------------------|
| 1. | $1 \times 20 = 20.$ | $1 \times 20 = 20$ | 40 | 50 — |
| 2. | $2 \times 20 = 40.$ | $4 \times 20 = 80$ | 120 | 125 + |
| 3. | $3 \times 20 = 60.$ | $9 \times 20 = 180$ | 240 | 250 — |
| 4. | $4 \times 20 = 80.$ | $16 \times 20 = 320$ | 400 | 400 |
| 5. | $5 \times 20 = 100.$ | $25 \times 20 = 500$ | 600 | 600 — |
| 6. | $6 \times 20 = 120.$ | $36 \times 20 = 720$ | 840 | 850 |
| 7. | $7 \times 20 = 140.$ | $49 \times 20 = 980$ | 1120 | 1100 |

Qui Tabellam hanc examinaverit, vix quicquam 1924. magis accuratum in talibus Experimentis posse sperari, facile videbit.

Conferendo hoc Experimentum cum primo *, con-
firmatur N. 1916. * 1907.
1911.

Liquet etiam, quoad Resistentiam ex secundâ causâ, hanc, in hoc casu, se habere ad Resistentiam Globi ejusdem Diametri, ut 20. ad 26. *.

Ut nunc computationem ineamus de hisce Resisten-
tiis; * 1910.
1923.
1925.

Yyy 2

tis;

tiis; sunt hæc inter se ut $\frac{2}{3}$ vb ad Semidiametrum Basis * : si hæc Semidiameter dicatur 1., erit Coni Altitudo 2.; & valebit vb Radicem quadratam numeri 5 *; sunt ergo Resistentiæ ut $\frac{2}{3} \sqrt{5}$. ad 1. Sed in superiori parte, ut in vertice Conus suspendi possit, figura conica non servatur; quare Resistentia augenda est.

Ad latera foraminis per quod filum transmittitur, duæ exiguæ dantur superficies planæ, quæ simul circiter valent $\frac{1}{17}$ superficiei Circuli, cujus Diameter est bd ; quare vigesima quinta pars Resistentiæ Coni augenda est in ratione Resistentiæ Coni hujus ad Resistentiam Cylindri; id est, in ratione 1 ad $\sqrt{5}$ *. Sunt ergo Resistentiæ quæsitæ ut $\frac{22 \times 2}{17} \sqrt{5}$. ad $24 + \sqrt{5}$.; quæ ratio vix differt à ratione 26. ad 19. In quâ computatione negleximus considerationem figuræ ipsius verticis, cui filum fuit alligatum.

1926. Differt hæc Resistentia ex computatione à Resistentiâ in Exp. vigesimâ parte, quomodocunque mutetur Velocitas; unde patet differentiam hanc figuræ ipsi tribuendam esse.

Cum autem non admodum magna sit hæc differentia, & cum non commodè ad computum potuerit revocari pars quædam figuræ, facile patet Experimento hoc Propositionem N. 1920. confirmari.

1927. Experimentis, cum Cylindris institutis, non usus sum ad demonstrata confirmanda; difficultas horum Experimentorum in causâ est; vix enim potest suspendi Cylindrus quin agitetur, dum Aqua juxta hunc movetur; unde irregularis est Series Resistentiarum, & in majoribus Velocitatibus admodum incerta.

Diversas quoque detexi Resistentias Cylindrorum, quorum Diametri erant æquales, sed Altitudines diversæ; quod clarum est indicium agitationis cujusdam, cum extra dubium sit, Resistentiam Cylindri, juxta axeos directionem moti, ab ipsius Altitudine non pendere. Cum vero facile Sphæræ, & Coni, ita suspendantur, ut agitatio nulla timenda sit, hæc Corpora adhibenda credidi.

Quædam tamen de Experimentis cum Cylindris institutis addam.

Inter quatuor Cylindros, cum quibus Experimenta 1928. tentavi, unum datur, cujus Diameter est Semi-pollicis, & Altitudo $\frac{2}{3}$ Poll., cujus Resistentiæ dant Seriem fere regularem, quæ ad regularitatem reducta, cum ante demonstratis exactè congruit; maxima correctio respondet Velocitati sex, in quâ Resistentia $1\frac{1}{4}$ Gr., id est circiter duodecimâ parte, in Exp. deficit ab illâ, quæ in Serie desideratur; quæ differentia certè notabilis est.

EXPERIMENTUM 4.

Hoc ut præcedentia fuit institutum, suspenso Cylindro K, cujus Diameter erat Semi-pollicis: motus Aquæ erat juxta directionem axeos Cylindri. 1929. TAB. LIX. Fig. 1. 4.

Velocitates. *Resistentiæ.*

| | | |
|----------|-----|-------------------|
| 1. ----- | Gr. | $\frac{1}{2}$. |
| 2. ----- | Gr. | 2. |
| 3. ----- | Gr. | 4. |
| 4. ----- | Gr. | $7\frac{1}{2}$. |
| 5. ----- | Gr. | 11. |
| 6. ----- | Gr. | 14. |
| 7. ----- | Gr. | $20\frac{1}{2}$. |

YYY 3

Di.

Diviso Grano in centum partes separantur Resistentiæ ex duabus causis.

| 1930. | <i>Velocitates.</i> | <i>Resistentia</i> <i>ex 1^a. causâ.</i> | <i>Resistentia</i> <i>ex 2^a. causâ.</i> | <i>Summa Resistentia</i> <i>ambarum.</i> | <i>in Exp.</i> |
|-------|---------------------|---|---|---|----------------|
| | 1. | $1 \times 20 = 20.$ | $1 \times 39 = 39.$ | 59. | 75. |
| | 2. | $2 \times 20 = 40.$ | $4 \times 39 = 156.$ | 196. | 200. |
| | 3. | $3 \times 20 = 60.$ | $9 \times 39 = 351.$ | 411. | 400. |
| | 4. | $4 \times 20 = 80.$ | $16 \times 39 = 624.$ | 704. | 750. |
| | 5. | $5 \times 20 = 100.$ | $25 \times 39 = 975.$ | 1075. | 1100. |
| | 6. | $6 \times 20 = 120.$ | $36 \times 39 = 1404.$ | 1524. | 1400. |
| | 7. | $7 \times 20 = 140.$ | $49 \times 39 = 1911.$ | 2051. | 2050. |

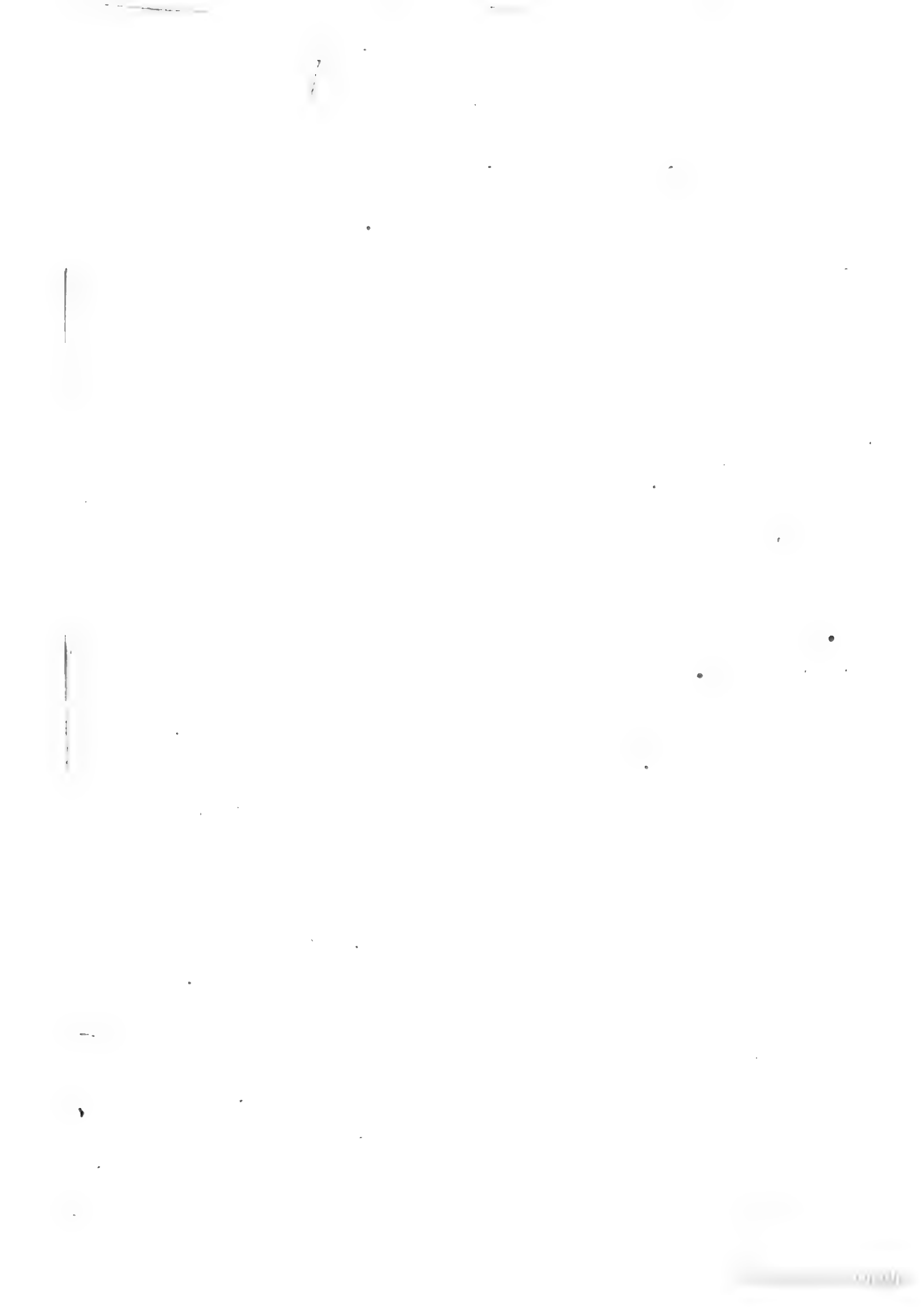
1931. Unde patet Resistentiam ex primâ causâ, in hoc casu, illam esse, quæ observata fuit, in Experimentis cum Globo, & Cono, ejusdem Diametri cum hoc Cylindro, institutis; juxta demonstrata in N. 1916. Patet etiam Resistentiam ex secundâ causâ, in hoc Experimento, se habere ad Resistentiam Globi, ut 39. ad 26. *; id est, ut 3. ad 2.; ut monui in N. 1919.

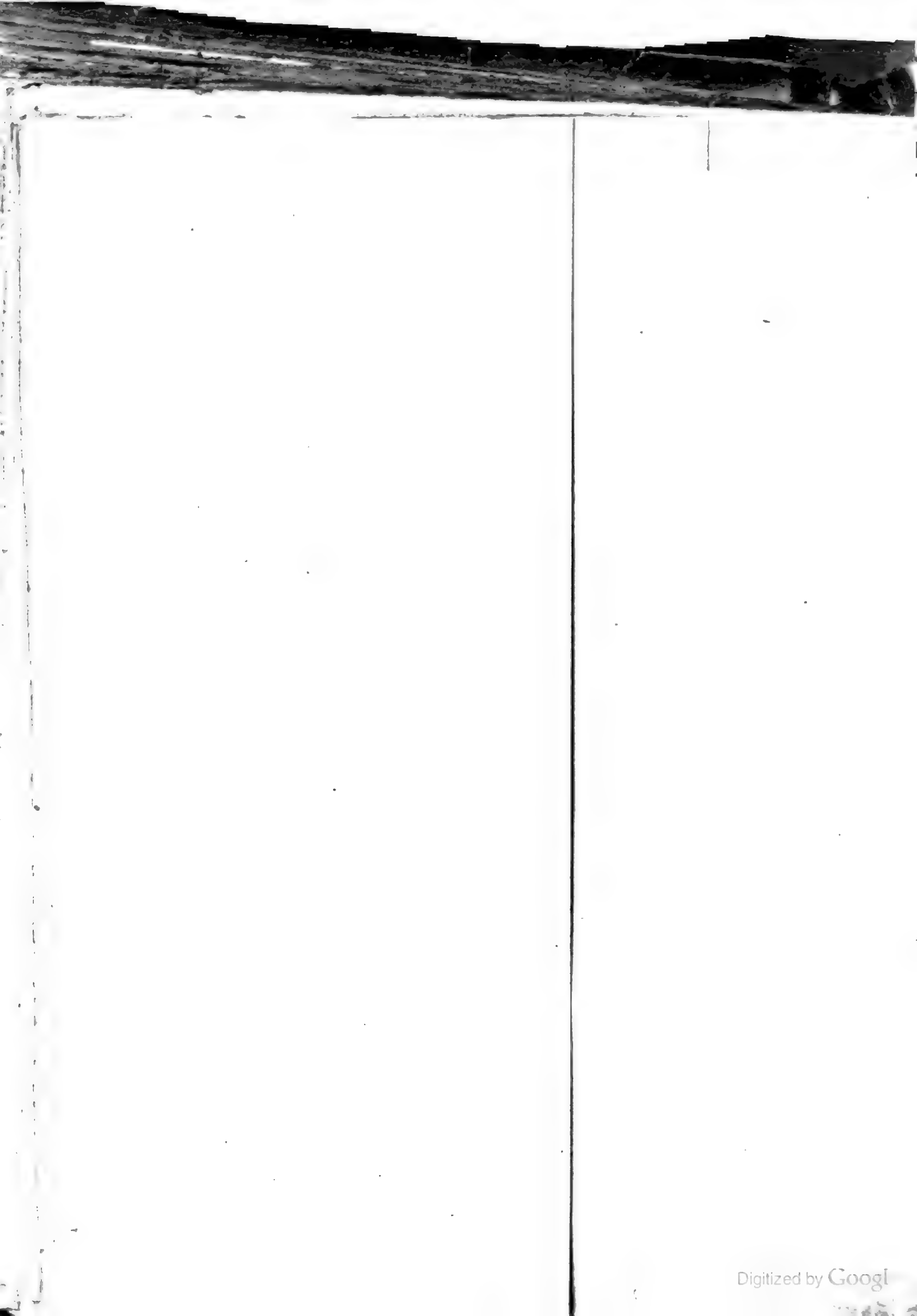
* 1930.
1911.

1932. *Resistentia ex primâ causâ in variis Fluidis differt*, hancque differentiam nisi Experimentis determinari non posse, facile etiam patet.

1933. *In motibus Velocioribus*, si Fluida glutinosa excipiamus, *exigua est Resistentia ex Cohesione partium, collata cum Resistentiâ ex secundâ causâ*; quod ex diversis rationibus, secundum quas augentur, sequitur. Centies ex. gr. auctâ Velocitate, in quâ æquales sunt Resistentiæ hæ, prima erit ad secundam, ut unum ad centum.

1934. *Resistentia autem ex secundâ causâ, in variis Fluidis*, sequitur rationem particularum ex loco motarum; pendet enim à Materiæ Inertiâ, quæ Materiæ quantitatis ratio-





rationem sequitur * : est ergo Resistentia hæc, cæteris * 19.
paribus, ut *Fluidi Densitas*.

Computatio de Resistentiâ ex secundâ causâ iniri 1935.
potest, nullo instituto Experimento, determinando
Pondus, quod hanc Resistentiam valet.

Sit Corpus, cujus superficies AB Resistentiam pati- 1936.
tur, dum motus directio ad hanc superficiem perpen- TAB. LX.
dicularis est; ponimus autem, ut superius, Corpus qui- Fig. 5.
escere, dum Fluidum movetur, quo Actio Fluidi in
Corpus non mutatur*.

* 1892.

Sit superficiæ AB æqualis superficies CD in fundo
Vasis, continentis simile Fluidum ad Altitudinem DF;
ponamus præterea Pressionem, quam patitur pars CD
fundi, æqualem esse Actioni, quam patitur AB, se-
positâ partium Cohæsione.

Plana hæc duo æqualia, cohibent singula motum
Fluidi; & premuntur, quia motum impediunt: ideo,
cùm Actiones sint æquales, æquales motus cohibent.
Idcirco, sublatis ipsis Planis, Fluidum in locis in quibus
Plana agebant, eâdem Velocitate fertur; id est, Fluidum,
quod in superficiem AB agit, movetur Velocitate,
quâ Fluidum per foramen in CD exire potest; quæ
est Velocitas, quam Corpus acquirit, in vacuo cadendo
ab Altitudine FC*; seponimus enim Cohæsionem par- * 1583.
tium, & omnem attritum. Ergo actio, quam patitur
superficies AB, dum Fluidum in hanc agit, valet
Pondus Columnæ Fluidi, cujus Basis est CD, aut
AB, & Altitudo DF; hæc est enim pressio quam pa-
titur CD*.

* 1431.

Unde patet *Prismatis recti, juxta directionem ad Basim
perpendiculararem, in Fluido moti, Resistentiam valere pondus
Columnæ*.

Columnæ ejusdem Fluidi, cujus Basis æqualis est Bâsi Prismatis, & cujus Altitudo illa est, à quâ Corpus, in vacuo cadendo, acquirit Velocitatem quâ Prisma in Fluido fertur.

1938. Demonstratio hæc tantum locum habet, ubi superficies, quæ Resistentiam patitur, ad motus directionem perpendicularis est *; ubi de aliis superficiebus agitur, ad demonstrata de his * attendendum est.

* 1917.
* 1918.
1519.

1939. Quare si de Globo agatur, Resistentia valebit duas tertias partes ponderis Cylindri ex Fluido, cujus Diameter æqualis est Diametro Globi, & cujus Altitudo illa est, à quâ, cadendo in Vacuo, Corpus acquirit Velocitatem, cum quâ in Fluido movetur *.

* 1937.
1919.

1940. *Altitudo, à quâ Corpus cadendo acquirit Velocitatem, quâ si in Fluido feratur, Resistentia ex secundâ causâ ponderi ipsius Corporis æqualis sit, ex his facillè detegitur. Si de Prismate agatur, Densitas Fluidi se habebit ad Prismatis Densitatem, ut hujus Altitudo ad Altitudinem quæsitam*.*

* 1937.
1464.

1941. Si de Globo agatur Densitas Fluidi se habebit ad Globi Densitatem, ut Altitudo Cylindri, ejusdem ponderis cum Globo, & Diametrum æqualem Globi Diametro habentis, quæ Altitudo valet duas tertias partes Diametri, ad duas tertias partes Altitudinis quæsitæ *, id est, ut Diameter ad Altitudinem quæsitam.

* 1937.
1919. 1464.

1942. Pondus quod Resistentiam valet, ideoque ipsa Resistentia ex secundâ causâ, sequitur rationem Baseos Prismatis, Densitatis Fluidi, & Quadrati Velocitatis Corporis*.

* 1937. 374.
* 1912.
1934. 1895.

1943. Quæ de pondere, Resistentiam valenti dicta sunt *, etiam cum Experimentis congruunt, ut patebit, si computatio ineatur de Pondere, quod valet Resistentiam, datâ Velocitate quacunque ex illis, quas in Experimentis Aqua habuit.

Velo-

Velocitatem Aquæ diximus 2. aperto Epistomio, cu- 1944.
 jus apertura erat circulus Diametri Semi-pollicis, &
 supra quod foramen Aquæ Altitudo erat quinque Pe-
 dum; ita ut Pes Cylindricus Aquæ effluere potuerit in
 Tempore 46,66. Minutorum secundorum *. Pes Cylin- * 1637.
 dricus in Tubo, in quo Experimenta fuere instituta,
 si hicce continuatus foret, occuparet Pedes 18 *. Ergo * 1905.47.
 Aqua per Tubum transivit Velocitate, quâ Pedes 18 El. I.
 percurruntur, in Tempore Minutorum secundorum
 46,66.; & ubi Velocitas in Exp. fuit 6., hoc idem spa-
 tium 18. Pedum potuit percurri in Min. sec. 15,55.
 Computatione, ex ante demonstratis, initâ *, detegi- * 883.374.
 mus hanc esse Velocitatem, quam Corpus acquirit, ca-
 dendo in Vacuo ab Altitudine 0,257. Poll.; quæ vix
 excedit quartam Pollicis partem.

Pes cubicus Aquæ ponderat Grana 487360 *; & * 1551.
 pondus Pedis cylindrici est Gran. 382772; & Poll.
 cylindrici Gran. $221\frac{1}{2}$.

Resistentia Cylindri cujus Diameter est Semi-poll.,
 & Velocitas illa, quæ in Experimentis dicitur 6., valet
 pondus Cylindri aquei, cujus Diameter est Semi-poll.
 & Altitudo æqualis 0,257. Poll. *, valet ergo Gr. 14,23. * 1937.

Ponendo nunc Resistentiam hanc in ratione dupli-
 catâ Velocitatum *, & Globi Resistentiam æqualem esse * 1942.
 duabus tertiis partibus Resistentiæ Cylindri *, Tabel- * 1919.
 lam sequentem efficimus; in quâ partes, centesimâ
 Grani parte minores, negliguntur.

Zzz

Ve.

1945. *Velocitates. Resistencia ex secundâ causâ.*

| | | Cylindri. | | Globi. | |
|---------|----|-----------|-------|--------|-------|
| | | Comp. | Exp.* | Comp. | Exp.* |
| * 1930. | | | | | |
| * 1911. | 1. | 39. | 39. | 26. | 26. |
| | 2. | 158. | 156. | 105. | 104. |
| | 3. | 356. | 351. | 237. | 234. |
| | 4. | 632. | 624. | 421. | 416. |
| | 5. | 988. | 975. | 659. | 650. |
| | 6. | 1423. | 1404. | 949. | 936. |
| | 7. | 1937. | 1911. | 1291. | 1274. |

1946. Exiguam dari differentiam inter has Resistentias, computatione detectas, & illas, quæ Experimentis deteguntur, non mirum; cum pendeat collatio hæc, 1. à mensurâ Aquæ effluentis certo Tempore; 2. à mensurâ Spatii percursi certo Tempore à Corpore cadente; 3. à mensurâ ponderis Pedis cubici Aquæ; & 4. tandem à mensurâ ipsarum Resistentiarum. In singulis harum quatuor mensurarum errores exigui vitari minimè possunt: non tamen tales sunt ut scrupulus ullus circa Experimenta superesse possit.

1947. In Cap. 2. Lib. 2. diximus*, nos in hoc Capite tradituros demonstrationem ab illâ diversam, quæ ibi datur, de Virium mensurâ; quas, in eodem Corpore, * 756. Quadratis Velocitatum statuimus proportionales*. Demonstratio hæc est.

1948. A nemine in dubium vocatur Fluidi Velocitatem, ex Pressione Fluidi superincumbentis oriundam, sequi * 1586. rationem subduplicatam Altitudinis Fluidi*; demonstravimus in hoc Capite*, Resistentiam ex secundâ causa sequi ejusdem hujus Altitudinis rationem; ideoque

que rationem duplicatam Velocitatis : sed etiam vidimus Resistentiam eandem sequi rationem cum Vi insita particulis singulis Fluidi * ; Ergo Vis hæc etiam est ut * 1894. Quadratum Velocitatis. Q. D. E.



S C H O L I U M.

Demonstrationes N. 1914. & 1915. De Resistentiâ Coni, & Globi.

Sint ABCD, EFG, sectiones per axes Cylindri & Coni, quorum Basium Diametri sunt æquales; moveatur Fluidum juxta directiones axium. Planum AB integram Fluidi Actionem sustinet, dum hoc juxta hanc Superficiem, ab omni parte, continuò defluit. Superficies autem FE minorem sustinet Pressionem, & eo minorem, quo ipsius obliquitas ad motûs directionem major est *: revocaturque Pressio, in punctum quodcunque M, ad Pressionem perpendicularem ad Superficiem, si, positâ IM juxta motûs directionem, ipsi FE æqualem, detur in M perpendicularis ML ad FE, & ducatur huic parallela IL. Tunc Pressio, ex motu oriunda, se habet ad Pressionem quam Superficies patitur, ut IM ad ML *: talemque Pressionem Superficies FE in omnibus punctis patitur; Fluidum enim, quod in omnibus punctis tangit Superficiem, à continuò accedente Fluido, talem patitur Actionem. Ita res sese non haberet, si de motu Corporum separatòrum ageretur; tunc enim numerus Corporum, in Superficiem EF incurrentium, æqualis esset numero Corporum, quæ, sublatâ superficiei EF, in Superficiem EH impingi possent; Fluida verò agunt semper in omnia puncta Superficierum, quas premunt.

Si Pressio per LM in duas solvatur, ductâ LN perpendiculari ad IM, designabit NM Actionem, quâ Corpus, juxta directionem motûs Fluidi, propellitur.

Actio nunc tota in Conum ad Actionem in Cylindrum, ut Coni Superficies convexa ad Cylindri Basin; tales enim sunt Superficies, in quas Pressiones agunt; id est, ut EF ad EH: & ut Actio, quæ in singulis punctis in Conum agit, juxta directionem motûs Fluidi, ad Actionem, quæ in singulis punctis Cylindrum propellit, id est, ut NM ad IM. Ratio ex his composita est ratio producti EF per NM ad productum EH per IM.

Quæ producta propter æquales EF, IM, sunt ut NM ad EH, aut ML; sunt enim æquales hæc lineæ; propter æqualia & similia Triangula IML, EFH. Sunt etiam similia Triangula LMN, LMI *: quare MN ad ML, ut ML ad MI, aut ut EH ad EF. Ergo Resistentia Coni se habet ad Cylindri Resistentiam, positis ambobus rectis, habentibus Bases æquales, & Velocitatibus æqualibus, juxta axium directiones, in eodem

1949.
TAB. LX.
Fig. 6.

* 1917.

* 319.

* 8. El. VI.

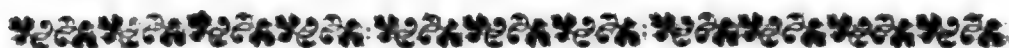
dem Fluido, ageratis, ut Semidiameter Basis ad rectam in Coni superficie à vertice ad punctum Baseos ducta; ut diximus in N. 1918.

1950. Ponamus nunc Cylindrum cum Sphærâ, diametros æquales habentes, eâdem Velocitate, in eodem Fluido, moveri, Cylindrumque juxta axeos directionem transferri.

TAB. LXI. Sit hic A B L M, dum Sphæra representatur per D F E G; estque C centrum. Resistencia, quam patitur pars Baseos Cylindri, infinitè exigua, *li*, se habet ad Resistenciam, quam patitur pars respondens F f Superficie Sphæræ, ductis I H, *ib*, ad axem Cylindri, ideoque ad directionem motûs, parallelis, ut F f ad F g, quæ ad A B parallela ducitur; quod patet hic applicando Demonstrationem datam in Numero præcedenti. Triangula F f g, F H C, ambo rectangula, & habentia Angulos æquales f F g, C F H, quorum singulorum defectus ab Angulo recto est Angulus g F C, sunt similia: ergo $Ff, Fg :: FC \text{ aut } IH, FH$.

Idcirco si I H representat Resistenciam quam patitur pars Superficie *Ii*, F H ipsam representabit, quam patitur pars respondens F f Superficie Globi. Et, cum hæc demonstratio ad singula Superficie Hemisphærii D F E puncta possit applicari, sequitur, Cylindrum A D E B, Hemisphærio circumscriptum, se habere ad ipsum Hemisphærium, ut integra Resistencia Cylindri ad integram Sphæræ Resistenciam; quæ ergo Resistenciæ sunt ut tria ad duo, ut monui in N. 1919.

1951. Ex iisdem hisce principiis, quæ Corporum quorumcunque Resistencias spectant, deducuntur. Ex, gr. facile ex his probatur, Cylindri recti, cujus Altitudo Diametro æqualis est, Resistenciam ex secundâ causâ eandem esse, si Velocitas eadem fuerit, juxta quamcunque directionem hîce feratur.



CAPUT XVI.

De Retardatione Corporum in Fluidis motorum.

1953. V Idimus superius Corpus in Fluido motum Resistenciam pati *, darique Pressionem motui contrariam, quâ Corpus retardari manifestum est *.

* 1885.

* 708.

Cum duplex detur Resistencia, Corpus etiam ex duplici causâ à motu suo amittit.

1954. Natura utriusque Resistencie cum diversa sit, generant hæc Retardationes diversas, in ipsis illis casibus, in quibus Pressiones, quas in Corpus exerunt, sunt æquales: quod ex pecu-

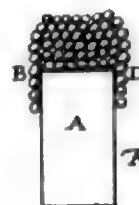


Fig. 4.

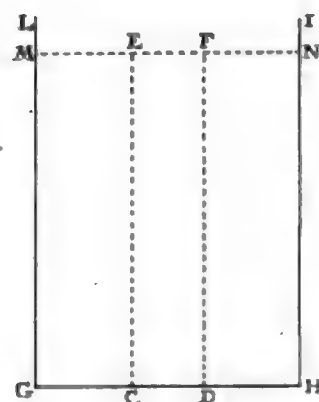


Fig. 5.

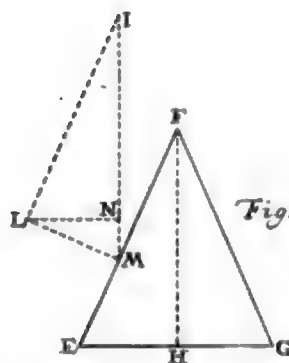
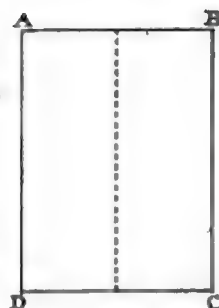


Fig. 6.





peculiari examine utriusque Resistentiæ deducimus.

In casu in quo Corpus quiescit, dum Fluidum movetur, 1955.
causæ, quæ, si Corpus moveretur, hoc retardarent, nunc
huic motum communicant; & est hæc *Velocitas acqui-*
ta, equalis ipsi Retardationi, quam patitur Corpus, quan-
do, quiescente Fluido, Corpus movetur, eâ Velocitate, quam
*in casu primo Fluidum habuit **. * 1892.

In casu autem hoc, in quo Fluidum movetur, Cohæsi 1956.
partium immediatè nunquam motum Corpori potest commu-
nicare, sed tantum mediante motu aliarum particularum,
*ut explicavimus *; quod non itidem ad secundam cau-* * 1896.
sam Resistentiæ applicari potest, quæ immediatè Cor-
pori motum communicat: quare ex Principiis omnino 1957.
diversis, quæ Retardationes, ex hisce diversis Resistentiis
oriundas, spectant, deducenda sunt.

Quando Corpus quiescit, & Fluidum movetur, par- 1958.
ticulæ, quæ ad latera defluunt, Cohæsiōem superant,
& hæ ex Vi suâ amittunt; quæ Actio consideranda
est, ad determinandam Velocitatem ex hac Corpori
communicatam, sed difficilior est hujus Celeritatis de-
terminatio; quam tamen in Scholio ultimo hujus Cap.
explicabo, in quo etiam scrupulos quosdam tollam.

Præstabit hic retardationem determinare, quam pa-
titur Corpus in casu, in quo hoc movetur, & Fluidum
quiescit.

Vidimus Resistentiam ex primâ causâ ejusdem esse 1959.
Naturæ cum Resistentiâ Corporum mollium, dum in
his Cavitas formatur *. * 1887.

Vidimus etiam Cavitatem hanc proportionem sequi
ipsius Vis amissæ in hac formandâ *; Cavitas autem, * 841.1
quam Corpus in Fluido efficit, dum per hoc move-

1960. tur, *Spatio percurso* proportionalis est : ergo & huic *Spatio Vis*, ex hac *Resistentiâ ex primâ causâ amissa*, proportionalis est.

Corpus, quod in vacuo verticaliter in altum projicitur, in adscensu suo amittit continuò Vim proportionalem *Spatio percurso* *; sequitur igitur Retardatio, in hoc adscensu, eandem rationem, quam sequitur

1961. Retardatio Corporis, *oriunda ex Resistentiâ, de quâ agimus*; sed Retardatio Corporis adscendentis est *equabi-*

* 377. *lis* *; ergo & talis est Retardatio, quam examinamus.

1962. *Quamdiu ergo idem Corpus, eodem modo, per idem Fluidum movetur, quacunque Velocitate feratur, sepositâ Resistentiâ ex secundâ causâ, aequalibus Temporibus, aequales gradus Velocitatis amittit*; & percurrento Spatium deter-

* 1960. minatum *, quod Quadrato Velocitatis in initio pro-

* 1961. 377. portionale erit *, in Tempore, ipsi Velocitati huic proportionali *, integrum amittet motum.

* 1961. 377. Hinc videmus *Corpora in Fluido mota tandem quiescere*,

1963. quod communi admissâ opinione, de Viribus ipsis Velocitatibus proportionalibus, difficulter admodum explicari poterit, si queat; nam nisi Tempore infinito tota Velocitas consumi non posset.

Retardatio ex secundâ causâ determinatur, pònendo Corpus quiescens, & Fluidum in hoc incurrens; quia facilius investigatur Velocitas, quæ Corpori quiescenti à Fluido communicatur, quàm Retardatio quam Corpus patitur; præstabit ergo Velocitatem hanc considerare, quæ, ab ipsâ Retardatione Corporis agitati

* 1955. per Fluidum quiescens, non differt *.

1964. Pressio, quam in Corpus quiescens exferit Fluidum, immediatè Corpus potest transferre; unde sequitur,

Ve-

Velocitatem infinitè exiguam, Momento infinitè exiguo constanti, communicari, proportionalem ipsi Spatio, per quod Corpus hoc quiescens, Actione Fluidi, immediatè transfertur; quod Spatium ipsi Pressioni proportionale est *; quæ ipsa rationem sequitur Quadrati Velocitatis *. * 133.
* 1895.

Diminutiones idcirco Velocitatis, quas Corpus in Fluido motum, Momentis, infinitè exiguis, aequalibus, ex Resistentiâ ex secundâ causâ, patitur, sunt ut Quadrata Velocitatum ipsius Corporis. 1965.

Ex quâ demonstratione sequitur nunquam Corpus, ex solâ Resistentiâ ex secundâ causâ, integram posse amittere Velocitatem. 1966.

Patet etiam in omni casu Retardationem, ex hac Resistentiâ, eandem cum ipsâ rationem sequi, quamdiu Corpus motum eandem Materia quantitatem continet; ubi autem hæc est diversa, Retardatio est, ceteris paribus, inversè ut hæc Materia quantitas *. Ex quibus facile videmus, quomodo, positis demonstratis in Capite præcedenti, Retardationes pro variis Corporibus, & Variis Fluidis, inter se conferri possint. 1967.
1968.
* 138.

*Si de Spheris, Cylindris, aut Conis similibus, ex. gr. agatur, positis Cylindris, & Conis, juxta axium directiones motis, erunt Retardationes ex secundâ causâ directè ut Quadrata Diametrorum *, ut Quadrata Velocitatum *, ut Densitates Fluidorum *; & inversè ut Densitates Corporum *, & Cubi Diametrorum *; sed ratio directâ Quadratorum, & inversa Cuborum Diametrorum, ad inversam ipsarum Diametrorum reducitur; Idcirco, junctis rationibus ultimâ & primâ, sunt Retardationes inversè ut Diametri.* 1969.
1912.
* 1965.
* 1967.
1934.
* 1962.
* 1968.

Nu-

1970. Numeri in harum rationum ratione compositâ deteguntur, multiplicando, pro singulis Corporibus, Fluidi Densitatem per Quadratum Velocitatis Corporis, & dividendo productum hoc per Diametrum ductam in Densitatem Corporis, divisionumque quotientes exprimunt Retardationum relationes.
1971. Hæ etiam deteguntur, si, pro singulis Corporibus;
 * 1937. Pondus, quod valet Resistentiam *, dividatur per Corporis pondus; quotientes enim sunt ut Retardationes *.
 * 1967.
 1968. 156.
1972. Dum Corpus in Fluido retardatur, singulis momentis, cum mutatâ Velocitate, mutatur Retardatio; unde varia circa motum Corporis in Fluido continuatum, deducuntur, quorum quædam in Scholiis, huic Capiti subjunctis, demonstramus; horum pauca hîc indicabo.
1973. *Sepositâ, ut in ultimis Propositionibus, Resistentiâ ex partium Cohesione, moveatur Corpus per Fluidum, percurreret hoc Spatia equalia, Temporibus inequalibus, quæ erunt in Progressione geometricâ; in quâ eâdem Progressione, sed inversâ, sunt Velocitates in initiis horum momentorum.*
1974. *Si Globus, aut Cylindrus rectus, juxta axeos directionem moveantur per Fluidum, Cylindri Longitudo, aut Globi Diameter, se habebunt ad Spatia, quibus percurrendo Corpora hæc respectivè dimidium Velocitatis amittunt, in ratione compositâ Densitatis Fluidi ad Densitatem Corporis, & numeri 10000. ad 13863.*
1975. *Corporis autem, quod in Fluido movetur, Retardatio ab utrâque causâ Resistentiæ pendet, & est pro parte equalis*, pro parte ut Quadratum Velocitatis*.*
 * 1961.
 * 1965.
- Quod etiam ad Corpora adscendentia & descendentia applicari potest.

Cor.

Corpus Fluidi specificè gravius, quod adscendit, aut Flui- 1976.
do specificè levius, quod descendit, præter Retardationem, ex
*inertiâ Fluidi oriundam **, *aliâ equabilem patitur, non* * 1965.
*modo ex Cohæsione **, *sed præterea, in primo casu, ** 1963.
*ex Gravitate respectivâ **, *in secundo, ex Vi, quâ in* * 1491. 370.
*Fluido sursum pellitur **. * 1476.

E contra, si *Corpus, specificè Fluido, quo immergitur, 1977.*
gravius, descendat, aut Fluido levius adscendat, continuo
acceleratur Vi, quæ valet differentiam Gravitatum speci-
*ficarum Corporis & Fluidi **; *quæ Acceleratio, à Gra-* * 1478.
*vitæ oriunda, æquabilis est **: *minuitur hæc Retarda-* * 370.
*tione à Cohæsione oriundâ, sed æquabiliter **, *& est* * 1963.
adhucdum æquabilis Acceleratio. Cum autem Retar-
datio ex secundâ causâ cum Velocitate crescat, minui- 1978.
tur continuo Acceleratio; & Corpus magis ac magis accedit
ad Velocitatem quandam maximam determinatam, ad
quam tamen nunquam pertingere potest.

Illâ verò est Velocitas maxima, in quâ Retardatio Acce- 1979.
lerationi æqualis est; si enim ad hanc pertingeret Cor-
pus, æquabiliter motum continuaret, Pressionibus op-
positis sese mutuò destruentibus.

Corpus Cylindricum hanc acquirit Velocitatem maximam, 1980.
in Vacuo cadendo ab Altitudine, quæ se habet ad Cylindri
Longitudinem, si hic juxta Axeos directionem in Fluido de-
scendat, aut si de Globo agatur, ad hujus Diametrum,
ut differentia Densitatis Corporis, in Fluido moti, cum Fluidi
*Densitate ad hanc Fluidi Densitatem **; *si nempe seponamus* * 1940.
Retardationem ex partium Cohæsione oriundam; quâ autem 1941.
positâ minor erit Altitudo à quâ, in Vacuo cadendo,
Corpus acquirit Velocitatem maximam, de qua agimus.

Relictis nunc motibus in lineis rectis, pauca etiam ad-
dam de motu Pendulorum. Aaaa Sic

1981. Sit ABD arcus Cycloidis, in quo Pendulum vibratur; B punctum infimum. Acceleratio ex Gravitate in puncto quocunque ut E, est ut EB *; sed hæc à Cohæsione minuitur æquabiliter *; sit hæc diminutio ut BF, Acceleratio erit nunc ut EF, & in A erit ut AF. Adscensu Corporis, Retardatio in G, à Gravitate oriunda, erit ut GB, à Cohæsione erit ut BF, & ex his causis conjunctis est ut GF; & in totâ Vibratione, sepositâ aliâ Resistentiâ, Corpus respectu puncti F movetur, ut in Vacuo agigaretur respectu B.

TAB. XLI.
Fig. 2.
* 414
* 1962.

Descensum ideo vocabimus motum Penduli usque ad F, & adscensum motum ultra punctum hoc; agam enim de Pendulis à parte A descendentibus.

1982. Ut autem demonstremus, quæ obtinent, quando Pendulum etiam Resistentiâ ex secundâ causâ retardatur, fingam Resistentiâ, quæ Retardationem generat in ratione Velocitatis; quasdamque, hac positâ, propositiones demonstrabo; quibus expositis, facilius patebunt, quæ locum habent, quando Retardatio est ut Quadratum Velocitatis.

1983. *Positâ nunc Retardatione in ratione ipsius Velocitatis, & Pendula duo, omnino similia, in Cycloide oscillata, inaequales peragant Vibrationes, eodemque momento cadere incipiant; moveri inchoant Velocitatibus, quæ sunt ut Arcus descensu describendi *; si hæc Impressiones primi momenti solæ considerentur, post Tempus quodcunque Celeritates erunt in eâdem ratione ac in principio; nam Retardationes, quæ sunt ut ipsæ Velocitates, harum proportionem immutare nequeunt; ratio enim inter quantitates non mutatur, additione, aut subtractione, quantitatum in eâdem ratione*. Temporibus igitur*

* 16.17.18.
El. V.

igitur æqualibus, utcumque inter movendum ex Resi-
 stentiâ mutetur Corporis Celeritas, Spatia percurrun-
 tur, quæ sunt ut Velocitates in principio *; id est, * 119.
 ut Arcus descensu describendi: idcirco, post Tempus
 quodcumque, Corpora sunt in horum Arcuum punctis
 respondentibus. In hisce autem punctis Acceleratio-
 nes sunt in eâdem ratione quàm in principio *; & * 414.
 ratio inter Celeritates, quæ ex Resistentiâ non varia-
 tur, ex Acceleratione etiam nullam mutationem pati-
 tur. In adscensu motus Corporum retardatur, sed,
 in punctis respondentibus, Retardationes sunt in eâ-
 dem ratione, in quâ sunt in descensu Accelerationes.
 Ubique ergo, in punctis respondentibus, Celeritates sunt
 in eâdem ratione. Cum autem, iisdem momentis, Cor-
 pora sint in hisce punctis respondentibus, sequitur mo-
 tum amborum eodem momento destrui, id est, *iisdem*
Temporibus Vibrationes absolvi. Spatia, in integris Vibra-
 tionibus percurfa, cum æqualibus Temporibus percur-
 rantur, & cum, in singulis momentis, Velocitates sint
 inter se in eâdem ratione, sunt quoque in hac ratione;
 id est, *Arcus, integrarum Vibrationum, sunt ut Arcus* 1984:
descensu descripti, quorum dupla sunt Arcus in Vacuo de-
 scribendi. Ergo *Defectus Arcuum, in Fluido descriptorum,* 1985.
ab Arcubus, in Vacuo describendis, sunt differentix
 quantitatum in eâdem ratione, & *sunt ut Arcus descensu*
descripti *.

* 16.17. Et
V.

Crescat nunc Retardatio in ratione duplicatâ Velocita-
 tis & Vibrationes inæquales peragat Corpus pendulum, ma-
 jores erunt magis diuturnæ, propter Resistentiam magis
 crescentem quam in casu N. 1982.

1986.

Celeritates tamen, positis Arcubus non admodum inæqua- 1987.
 libus,

Aa aa 2

- libus, in Arcuum descriptorum punctis respondentibus, sunt ubique quam proximè in eadem ratione, & quidem ratione Arcuum descensu descriptorum. Si Retardatio esset in ratione Celeritatis, hæc proportio obtineret; nunc verò turbatur, propter majorem Resistentiam in majori Vibratione, quâ motus in hac magis minuitur. Sed duplici ex causâ magis acceleratur. 1. Vibratio hæc major diutius durat *; Corpusque diutius hæret in certo Spatio, quàm in Spatio respondenti in Vibratione minori; ideo per longius Tempus acceleratur. 2. Defectus Arcus descripti, ab Arcu in Vacuo describendo, major est, servatâ proportionem, in Vibratione majori; quia in hac Retardatio magis differt à Retardatione in minori Vibratione, quàm in N. 1984. Puncta ergo respondentia, servatâ proportionem, magis à Puncto F, in Arcu majori quàm in minori, distant, quamdiu in hoc Corpus descendit; major ideò, servatâ proportionem, in illo datur Acceleratio; quia hæc est ut Corporis distantia à puncto F. Datur ergo compensatio, & memorata proportio instauratur. In adscensu Corporis, duratio Retardationis concurrit cum ipsâ Retardatione ad hanc turbandam proportionem; sed nunc minus in majori Arcu puncta respondentia, servatâ proportionem, à puncto F distant, quàm in minori, & ex Gravitate minor, servatâ proportionem, Retardatio datur; & ita jam, servata proportione, crevit differentia distantiae punctorum respondentium à puncto infimo, ut ex hoc solo facilè compensatio detur.
- Retardationes, quæ sunt ut Quadrata Celeritatum, sunt igitur ubique, in punctis respondentibus, proximè ut Quadrata Arcuum descensu descriptorum; &, in eadem

dem etiam erunt ratione summæ omnium Retardationum^{* 12. El. V.}; quæ sunt *differentiæ inter Arcus descensu & ad- 1989.*
scensu proximo descriptos. Hæ ergo differentiæ, *si Vi-*
brationes non fuerint admodum inæquales, sunt quàm pro-
ximè ut Quadrata Arcuum descensu descriptorum. Hoc
etiam cum Experimentis satis exactè congruit.

M A C H I N A,

*Quæ Experimenta de Pendulorum Retardationibus
instituantur.*

Arca AB tres Pedes longa, & Pedem unum lata 1990.
& altitudinis unius Pedis, Aquâ impletur; Lamellæ *i*, TAB. LXI.
fixæ, & medio Arcæ respondenti, Pendulum *g p* sus- Fig. 3.
penditur. Constat hoc ex Filo æneo *g h*, septem aut
octo Pedes longo, & ex Globo plumbeo *p*, Diametri
unius Pollicis cum semisse. Quando Pendulum quie-
scit, distat Globus ab Arcæ fundo tribus Pollicibus. In
P Globus major plumbeus, Diametri trium Pollicum,
cum memorato Filo jungitur; ut Globus *p* in Aquâ
minus retardetur.

Lamella memorata *i* separatim in I exhibetur, fir- Fig. 4.
matur hæc duabus cochleis in Lignum penetrantibus,
& cum hac cohærent duæ minores Lamellæ L & M,
perforatæ ut axem, circa quem Pendulum movetur,
recipiant. Axis hic acutus est ab inferiori parte, ut
axis Libræ, & hæret in solido æneo O, ipsi Filo Pen-
duli juncto. Foraminibus inseritur axis, sublatâ La-
mellâ M, quæ, iterum applicata, firmatur auxilio
cochleæ *n*.

Juxta latitudinem Arcæ, super hujus ora, moveri Fig. 5.
potest Tabella lignea altitudinis circiter quinque Polli-
cum, cui applicantur Regulæ divisæ æneæ, CD, CD,

Aaaa 3

&

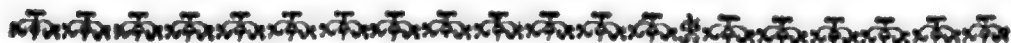
& Indices F, F , ad Angulos, à Pendulo descensu & adscensu descriptos, mensurandos, methodo in N. 737. traditâ.

EXPERIMENTUM.

1991. Regulæ CD, CD , ita disponantur, ut extremitates D, D Pendulo respondeant, quando hoc quiescit, & ut inter illas extremitates distantia detur æqualis Diametro Fili ænei cui Corpora P, p , cohærent. Dimittatur Pendulum successivè à variis Altitudinibus, quæ in singulis occasionibus Indice notantur: deteguntur Altitudines ad quas Pendulum adscendit, si variis vicibus ab eadem Altitudine dimittatur, & Index alter mutetur, donec ad hunc Pendulum in adscensu appellat; sed, remoto parum Indice, ad ipsum non pertingat.

Differentiæ Arcuum, adscensu & descensu descriptorum, erunt proximè inter se ut Quadrata Arcuum descensu descriptorum, si ad hoc attendamus, æqualiter Vibrationes singulas esse minuendas; propter Resistentiam ex partium cohæsione.

Notandum autem Pendulum non esse dimittendum nisi quiescente Aquæ superficie.



SCHOLIUM I.

De Logarithmicâ.

Quæ in Scholiis sequentibus, de Retardationibus Corporum, in Fluidis motorum, demonstrantur, Linæ Logarithmicæ proprietates pro fundamento habent. Formationem ideo hujus Curvæ, proprietatesque, quibus in sequentibus indigemus, in hoc Scholio exponam.

1992. Sit AB recta, & in hac partes infinitè exiguæ AD, DF, FH , &c. æquales inter se. Sint præterea ad AB , perpendiculares AC, DE, FG, HI , &c. infinitè parum differentes, & quæ sint in Progressione continuâ geometricâ

TAB. LXII.

Fig. 1.

metricâ. Si nunc Curva transeat per extremitates C, E, G, I, &c. erit hæc Logarithmica, cujus Asymptotos erit AB, ad quam continuo Curva accedit, & ad quam nunquam pertingere potest.

Eadem datur ratio inter Ordinatas duas quascunque, si inter ipsas eadem detur distantia. AC se habet ad HI, ut LM ad RS, si distantia AH distantia LR fuerit æqualis. Ratio enim, quæ datur inter AC & HI, componitur ex rationibus AC ad DE, DE ad FG, & FG ad HI; ratio LM ad RS, componitur ex rationibus LM ad NO, NO ad PQ, & PQ ad RS: rationes componentes singulæ sunt æquales inter se *; numerique rationum componentium, in utroque casu, idem est; propter æquales distantias AH, LR: ergo & æquales sunt rationes compositæ. Q: D. E. 1993. * 1994.

DEFINITIO 1.

Logarithmus Ordinata cujuscunque dicitur Abscissa ipsi respondens, ubicunque initium Abscissarum ponatur. 1994.

DEFINITIO 2.

Distantia inter duas Ordinatas vocatur Logarithmus rationis, quæ inter ipsas datur. Estque differentia Logarithmorum ipsarum Ordinatarum. 1995.

Positis iterum AH & LR æqualibus, habemus

AC, HI::LM, RS *; & dividendo
AC—HI=TC, AC::LM—RS=VM, LM *. Quare est
TC, VM::AC, LM*. * 1993. * 17. El. V. * 16. El. V.

Id est, Ordinata sunt inter se ut harum singularum differentia cum aliis Ordinatis, æqualiter ab his distantibus. 1996.

In puncto quocunque C, Logarithmicæ CM, ductâ Tangente CT, quæ TAB. Asymptoton secat in T, habetur Subtangens AT: & est hæc constans in omnibus Curvæ punctis; ductâque in M tangente MV, erunt æquales AT, LV. LXII. Fig. 2. Ut hoc pateat sint AD, LN, infinite exiguæ, & æquales; ductisque Ordinatis DE, NO, sint Ec, Om, ipsi AB parallelæ. Triangula CcE, 1997. CAT, sunt similia; ut & MmO & MLV; ergo. 1998.

Cc, cE::CA, AT, Altern. Cc, CA::cE, AT; etiam.

Mm, mO::ML, LV, Altern. Mm, ML::mO, LV.

Sed Cc, Mm::CA, ML*, & altern. Cc, CA::Mm, ML; ergo & cE, AT::mO, LV: sed sunt æquales cE, mO; idcirco & AT, LV. * 1996.

Quod demonstrandum erat.

Si, servatis Ordinatis AC, DE, FG, HI &c. servatâque æqualitate distantiarum AD, DF, PH, &c. distantia hæc augeantur, aut minuantur, manifestum est Logarithmicam mutari, Subtangenterque etiam mutari in eadem ratione, in quâ distantia hæc mutantur; nam in triangulo CcE, servato latere Cc, si mutetur cE, in Triangulo simili CAT, cujus latus CA servatur, in eadem ratione cum cE mutabitur AT. 1999. TAB. LXII. Fig. 1. Fig. 2.

Etiam in eadem ratione, in quâ singulæ distantia minores mutantur, mutantur summæ distantiarum quarumcunque: id est ut mutatur AD sic & mutatur AH, Log. rationis AC ad HI; unde sequitur, in diversis Logarithmicis Subtangentes esse inter se, ut sunt Logarithmi rationum æqualium. Fig. 1. 2000.

In Tabulis Logarithmorum, quas editas habemus, Logarithmus rationis unius. 2001.

unius ad decem est ipsa Unitas; & Logarithmi rationum intermediarum per fractiones decimales exprimuntur, estque Subtangens Logarithmicæ Tabularum 0,43429.44819.

S C H O L I U M II.

De Retardatione in genere.

2002. **R**etardatio, & Acceleratio*, mensuratur, positis Momentis infinitè exiguis æqualibus; Retardatio, quæ à primâ causâ pendet, æquabilis dicitur, quia diminutiones Velocitatis, æqualibus Temporibus, sunt æquales*. Retardatio ex secundâ causâ dicitur ut Quadratum Velocitatis, quia diminutiones, in Momentis infinitè exiguis æqualibus, sunt ut hæc Quadrata*.
- * 1962. 2003. In singulis autem Momentis, infinitè exiguis, Retardationes, & Accelerationes, durante hoc Momento, sunt æquabiles; nam in tali Momento mutatio in Actione respectivâ pro nullâ haberi potest; ergò, si momenta differant, erunt
2004. Retardationes, & Accelerationes, ut ipsa momenta; id est, sunt hæc in momentis infinitè exiguis inæqualibus, in ratione compositâ rationis Retardationum, & Accelerationum, positis Momentis æqualibus*, & rationis ipsorum Momentorum inæqualium*.
2005. Quando Spatiola infinitè exigua sunt æqualia, momenta quibus singula Spatiola percurruntur, sunt inversè ut Velocitates*, ergo Retardationes, & Accelerationes, quas Corpus patitur, percurrendo singula talia Spatiola æqualia, sunt directè ut Retardationes, positis Momentis æqualibus, & inversè ut Velocitates*.
- * 120. 2006. Ideo in Retardatione ex primâ causâ, si Spatiola infinitè exigua fuerint æqualia, sunt Velocitatis diminutiones inversè ut Velocitates*.
- * 377. 1962. 2007. In Retardatione ex secundâ causâ sunt Velocitatis diminutiones, in Spatiolis æqualibus, directè ut Quadrata Velocitatum, & inversè ut ipsæ Velocitates*, id est directè ut Velocitates.

S C H O L I U M III.

De Retardatione ex primâ Causâ.

2008. **S**it AC Spatium, in quo Corpus totam amittit Velocitatem, quando TAB. LXI. ex primâ causâ solâ retardatur, dum Velocitas in initio repræsentatur Fig. 5. lineâ AD.

- Dum Spatium hoc AC à Corpore percurritur, patitur hoc easdem mutationes, quibus subicitur Corpus adscendens, quod solâ retardaretur Gravitate, & quod ad Altitudinem AC adscendendo, totam amitteret Velocitatem*. Quadratum igitur Velocitatis in A se habet ad Quadratum Velocitatis in alio puncto quocunque B, ut AC ad BC*. Si ergo fuerit AD ad BE, in ratione subduplicatâ AC ad BC, repræsentabit BE Velocitatem in B. Datur
- * 377. 1962. * 380. 374.

tur autem ratio hæc inter Ordinatæ Parabolæ, quæ transit per C & D, posita C extremitate Diametri AC *.

* 1. a. Fig. 3. lib. 3. prop. 1. 2009.

Idcirco, si Parabolæ Diameter representat Spatium percursum, Ordinata ad Diametrum Velocitates, in punctis quibuscunque, designabunt, si Corpus ex solâ primâ causâ retardetur, aut aliam quamcunque retardationem æquabilem patiatur.

Si spatiola Aa & Bb, infinitè exigua, fuerint æqualia, diminutiones Velocitatum DF, GE, erunt inversè ut ipsæ Velocitates AD, BE*; Si Aa aut Bb mutetur, mutatur in eadem ratione DF aut GE; ergo in Parabolâ, differentia infinitè exigua Ordinarum vicinarum sunt directè ut differentia Abscissarum respondentium, & inversè ut ipsæ Ordinata. Quod etiam ex solâ consideratione Parabolæ deduci potuisset.

* 1006. 2010.

Si duo dentur Corpora, æqualibus Velocitatibus mota, quæ diversas patiuntur Retardationes ex primâ causâ, aut in genere Retardationes diversas æquabiles, sunt Spatia, quibus percurrendo integra Velocitates tolluntur, inversè ut Retardationes in Momentis æqualibus, ut hoc facile deducitur ex demonstratis de adscensu super Planis inclinatis. Nam Velocitatibus æqualibus Corpora ad eandem adscendunt Altitudinem super Planis diversis*; id est Spatia, quibus percurrendo integras amittunt Velocitates, sunt ut Planorum Longitudines, positis Altitudinibus æqualibus: sed in hoc casu sunt Pressiones, quibus Corpora super his Planis descendere conantur, quæ sunt ut Velocitates eodem Tempore communicatæ, aut sublata, in ratione inversâ Longitudinum*. Q. D. E.

2011.

* 399.

* 341.

SCHOLIUM IV.

De Retardatione ex secundâ Causâ.

SI AB, Logarithmica Asymptotos, Spatium à Corpore in Fluido percursum representat, poterunt Velocitates, in singulis punctis, Ordinatis representari; sunt enim Velocitatum decrementa, in Spatiis infinitè exiguis æqualibus, AD, DF, FH, &c. ut ipsæ Velocitates*, & decrementa Ordinarum AC, DE, FG, &c. ut ipsæ Ordinata*.

2012. TAB. LXII. Fig. 1.

* 2007. * 1996.

Unde sequitur, si Spatia fuerint æqualia, ut AL, LX, XB, Velocitates in punctis A, L, X, B, quæ designantur Ordinatis AC, LM, XZ, BK, esse in Progressione geometricâ*; ut notavimus in N. 1973.

2013.

* 1993.

Sit AT Logarithmicæ Asymptotos; BY Logarithmica; BM ejusdem continuationis, in situ contrario posita.

2014. TAB. LXII. Fig. 3.

* 1995.

* 1993.

* 17. El. VI.

Si nunc sumamus Ordinatam quamcunque, ut TYM; Logarithmus rationis TM ad AB est AT*, qui etiam est Logarithmus rationis AB ad TY; sunt ergo in continuâ Proportionem TM, AB, TY*: & Quadratum AB valet TM x TY*; suntque æqualia eidem Quadrato AB, ideoque inter se, Rectangula omnia ut TY x TM, SX x SL; PE x PG, &c.

Idcirco crescunt Ordinata, quæ Curvâ BM terminantur, ut minuuntur

2015.

Bbbb

respon-

respondentes, quæ Curvâ BY terminantur; suntque primæ inversè ut secundæ.

2016. Spatiola infinitè exigua Velocitate æquabili singula percurruntur; sunt ergo Momenta, quibus talia Spatiola æqualia AC, CP, PQ, &c. percurruntur, inversè ut Velocitates, quibus hæc ipsa percurruntur*; id est, inversè ut AB, CD, PE, &c.*; aut directè ut AB, CF, PG &c.*; quæ sunt ut differentiæ Bb, Ff, Gg &c.*.

Totum igitur Tempus, quo linea ut AQ percurritur, omnibus hisce differentiis conjunctim repræsentatur, id est, lineâ NH; eodem modo OM repræsentat Tempus, quo QT percurritur: si vero Spatia AQ, QT, fuerint æqualia, erit NH ad OM, ut QH ad TM*; id est, inversè ut QK ad TY*, aut AB ad QK*.

Tempora ergo, quibus Spatia æqualia successivè percurruntur, sunt inversè ut Velocitates in fine, aut inversè ut Velocitates in initiis Spatiolorum, ut monuimus in N. 1973.

2018. Ponamus iterum Corpus, quod in lineâ AB movetur, & ex secundâ causâ solâ retardatur; sit AC Velocitas in A, & CM Logarithmica, quæ in aliis punctis Velocitates determinat*; ut hac Curvâ, & Tabulis, utamur in computationibus, necesse est, ut determinemus magnitudinem Subtangente Logarithmica, quæ usu venire potest in casu quocunque proposito; aut, quod idem est, debemus determinare, in Figurâ datâ quacunque, quodnam Spatium Subtangente repræsentatur.

Ponamus AC esse Velocitatem, quæ si Corpus in Fluido seratur, Resistencia ex secundâ causâ ipsi pondus Corporis æqualis sit.

2019. Ergo Corporis pondus, id est, *Pressio ex Gravitate*, quæ Corpus adscendens retardat, æqualis est *Pressioni*, quam Corpus, de quo agimus, ex *Resistentiâ ex secundâ causâ* patitur. Pressiones hæc ambæ immediatè Corpus transferunt, quando in hoc agunt: ergo *æqualiter eundem Motum ejusdem Corporis* mutare possunt; estque Retardatio, quam Corpus in Fluido patitur in primo Momento, æqualis Velocitati, quam in Momento æquali Corpus adscendens, & quod Gravitate retardatur, amittit.

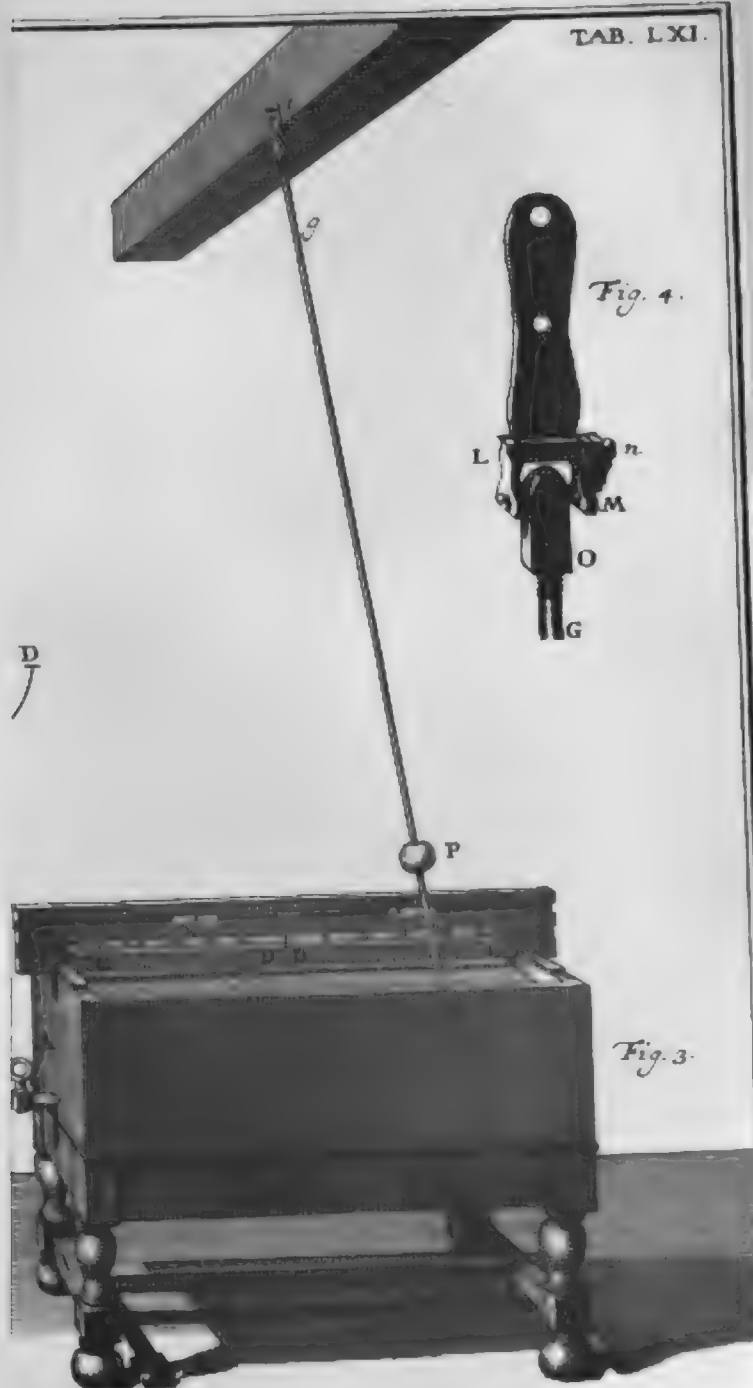
2020. Sit nunc Cc Retardatio, quam Corpus patitur percurrendo AD, erit Cc Velocitas, quam Corpus amittit, adscendendo ad Altitudinem AD, quando Gravitate retardatur. Concipiamus nunc Parabolam descriptam, cujus Axis sit in AB, & quæ per puncta C & E transeat, id est, eandem habeat Tangentem CT cum Logarithmicâ, quæ per C & E transit, & cujus Asymptotus est AB.

Ordinate Logarithmicæ hujus designabunt Velocitates Corporis in Fluidi motu, cujus Velocitas in A est AC*: & AX Axis Parabola, cujus Vertex est X, demonstrabit Altitudinem, ad quam Corpus, Velocitate AC in altum projectum, & solâ Gravitate retardatum, potest adscendere*; igitur XA, dimidium Subtangente AT*, designat Altitudinem à quâ Corpus in vacuo cadendo acquirit Velocitatem, quâ si Corpus per Fluidum moveatur, Resistenciam patitur pondus ipsius Corporis æqualem, quæ Altitudo datur*.

Hæc positis sequentia sponte sequuntur. Sit AL spatium à Corpore percursum.

U

* 1009
2021.
* 1a hinc
sit con. ib.
2. prop. 10.
* 1940.



D
/

Fig. 4.

Fig. 3.

Ut AX, Altitudo, à quâ Corpus, in Vacuo cadendo, acquirit Velocitatem, qua dat Resistentiam Ponderi Corporis æqualem, ad AL, spatium à Corpore in Fluido percursum, ita dimidium Subtangente Tabularum, id est AX, numeris Tabularum expressa, ad AL iisdem numeris designatam, id est, ut 0, 21714. 72409. * ad Logarithmum rationis inter Velocitates in initio & in fine Spatii *.

Numeri quicunque in Tabulis, quorum Logarithmorum differentia est Logarithmus Rationis detectus, sunt inter se ut hæ Velocitates *.

Eadem hac Regulâ, datâ ratione inter Velocitates in initio & fine Spatii percursi, detegitur Spatium hoc.

Logarithmus rationis 2. ad 1. habetur, subtrahendo ex Log. numeri duo 0, 30102. 99957. Log. 0. Unitatis; ergo ut 0, 21714. 72409, ad 0, 30102. 99957, id est, ut 100000000000. ad 13861945972, ita Altitudo, a quâ, in Vacuo cadendo, Corpus acquirit Velocitatem, quæ dat Resistentiam ponderi æqualem, ad Spatium, in quo Corpus dimidium Velocitatis amittit *. Congruit hoc cum indicatis in N. 1974.

Si in puncto quocunque Retardatio ex secundâ causâ fiat æqualis, Spatium in quo tota destruitur Velocitas dimidiatâ Subtangente repræsentatur, ut sequitur ex demonstratione N. 2019., quæ & hic applicari potest; cum autem Subtangens constans sit *, sequitur etiam in Fluido homogeneo, quale in his ubique ponimus, Spatium illud non mutari, quomodocunque varietur Velocitas; & hoc æquari Alitudini à quâ, in Vacuo cadendo, Corpus acquirit Velocitatem, quâ positâ, Resistentia ponderi æqualis est *.

SCHOLIUM V.

De ambabus Retardationibus conjunctim.

Si AM linea, quam Corpus in Fluido percurrit; sit hæc Asymptotus Logarithmicæ ISP, cujus AI est Ordinata; sit præterea GFB Parabola, TAB. cujus Axis est IB; Vertex B; Ordinata GI, parallela AM; Parameter LXII. BI. Si AB fuerit ad BI, ut Retardatio ex primâ causâ ad Retardationem ex secundâ in puncto A, poterit Velocitas in puncto quocunque, ut C, determinari. Nam si in hoc puncto detur CD, ad AM perpendicularis, Ordinata Logarithmicæ, & per D ducta sit DF ad IG & AM parallela, erunt GI & FE, ut Velocitates in punctis A, & C, si Logarithmica ritè determinata sit; de quâ determinatione statim agam.

Ut hoc demonstremus ponimus Aa & Cc infinitè exiguas, & æquales; si Velocitates, in punctis a & c, ut in puncto C determinantur, erunt hæ KH & ef; decrements ergo Velocitatum, dum spatia æqualia Aa, Cc percurruntur, sunt Gg & FL; demonstrandum, si Gg resolvatur in duas partes quæ sint ut AB ad BI, FL posse resolvi in duas ita, ut partes primæ utriusque decrementi sint inversè ut GI ad FE *, & secundæ directè in eadem ratione GI, aut BI * (quia hæc est Parabolæ Parameter), ad FE *: id est,

Bbbb 2

debe-

2021.

* 2001.

* 2012.

2023.

* 1995.

1993.

2024.

2025.

* 2011.

2026.

* 1997.

* 2011.

2027.

TAB.

LXII.

Fig. 4.

2028.

* 2006.

* Le Hire

sed. can. lib

3. prop. 2.

* 2007.

debemus probare Gg se habere ad FL, ut $\frac{AB}{GI} + \frac{BI}{GI}$ ad $\frac{AB}{FE} + \frac{FE}{GI}$.

* 1010. Hæc autem est demonstratio; Gg, FL :: $\frac{IK}{GI}$, $\frac{Ee}{FE}$ *; sed IK, Ee :: AI,

* 1006. AB *; ergo Gg, FL :: $\frac{AI}{GI} = \frac{AB}{GI} + \frac{BI}{GI}$, $\frac{AE}{FE} = \frac{AB}{FE} + \frac{BE}{FE}$.

* La Hire
fist. con. lib.
3. prop. 2.

Verum $\frac{BE}{FE} = \frac{BE \times FE}{FE \times FE} = \frac{BE \times FE}{BE \times BI} = \frac{FE}{BI} = \frac{FE}{GI}$ propter æquales BI,

GI: Ergo Gg, FL :: $\frac{AB}{GI} + \frac{BI}{GI}$, $\frac{AB}{FE} + \frac{FE}{GI}$. Quod demonstrandum erat.

Spatium in quo Corpus totam amittit Velocitatem est BP, aut AQ, in puncto enim Q Velocitas nulla est *.

1019. Ut nunc ipsam Logarithmicam determinemus, & hæc Figura computationi inserviat, Spatium, datâ lineâ representatum, determinandum est; ut & ratio quæ datur inter IB & BA; ad quæ sine Experimentis, circa ipsas Retardationes institutis, pervenire non possumus.

1030. Ponimus ergo Experimento detectum fuisse Spatium AQ, in quo Corpus totam amittit Velocitatem; quo Spatio dato, ratio inter AB & BI, quæ est ratio Retardationum in puncto A, nempe in initio, detegi potest, sequenti modo.

2031. Velocitas in A lineâ GI, aut BI ipsi æquali, representatur; & Retardatio, dum Spatium Aa percurritur, est Gg, ut vidimus; hæc (propter Subtangenter Parabolæ duplam Abscissæ BI *, ideoque duplam GI) dimidium est ipsius gH, aut ik.

* La Hire
fist. con. lib.
2. prop. 10.

Logarithmicam ISP tangit linea IKO; sumptâ AM duplâ AO, ductâque IM, quæ secat ki in m, erit ki dupla mi, quæ ergo Gg æqualis est, Retardationemque representat.

Sit ad AI parallela MT; quam in N secat BP producta; ita ut æquales sint AB, MN, ut & BI, NT; ductâ ergo IN, quæ mi secat in n erit AB, ad BI, id est, prima Retardatio ad secundam in puncto A, ut mn, ad pi; representant idcirco hæc separatim utramque Retardationem; nam summa Retardationes conjunctim designat.

Est nunc ni Retardatio, quam Corpus, dum BI, quæ GI æqualis est, Velocitatem in A exprimit, ex secundâ causâ solâ patitur. Si igitur concipiamus Logarithmicam IR, cujus Asymptotus sit BN, & quæ transeat per I & n, designabit PR Velocitatem quam Corpus, si ex solâ secundâ causâ retardaretur, superstitem haberet, percurrento Spatium, Experimento detectum, AQ, aut BP *; potestque ratio inter BI & PR detegi *.

* 1012.

* 1012.

Subtangens Logarithmicæ IR est BN, aut AM dupla AO, quæ est Subtangens Logarithmicæ IP.

* 1000.

Si ergo AQ, æqualis BP, Logarithmo rationis BI ad PR, in duas partes æquales dividatur in V, & VS detur perpendicularis ad AQ, erit BI ad PR, ut AI ad VS *. Sunt autem in continuâ Proportionem AI, VS, QP

QP *; ergo AI⁹ ad VS⁹, id est, BI⁹ ad PR⁹, ut AI ad QP, aut AB; * 1999.
& dividendo

$$BI^9 - PR^9, PR^9 :: AI - AB = BI, AB.$$

Quod sic enuntiari potest: ut *Quadratum Velocitatis Corporis in initio minus* 2032.
Quadrato Velocitatis, quam, si Corpus ex solâ secundâ causâ retardaretur, su-
perfitem haberet, post percursum Spatium, in quo, dum ex ambabus causis re-
tardatur, totum motum amittit, ad hoc ultimum Quadratum, ita Retardatio ex
secundâ causâ ad Retardationem ex primâ, in primo momento motus.

His præmissis, computatione detegimus Velocitatem in puncto quocunque 2033.
dato lineæ AQ, ut C.

Quærimus in numeris Tabularum Logarithmum rationis BI ad PR*, * 2012.
qui est Logarithmus rationis AI ad VS; si hic duplicetur habemus nume-
rum qui repræsentat AQ, si ponamus ISP esse Logarithmicam Tabularum:
demonstrata enim Logarithmicam quamcunque applicari possunt; Dicatur
hic numerus L.

Ut spatium AQ, in quo Corpus totum motum amittit, ad Spatium da-
tum AC, id est, AQ ad AC, ita L ad Logarithmum rationis AI ad CD
aut AI ad AE: qui ergo datur, potestque designari litterâ M.

Sumto nunc ad libitum numero, qui designat AI, Log. AI — M erit * 1997.
Log. numeri qui designat CD*, aut AE. Log. AI — L est Log. nu-
meri, qui designat QP, aut AB: quos numeros determinamus: dantur
ergo tres numeri, qui sunt inter se ut AI, AE, AB; quare ex primis duo-
bus subtracto ultimo, restant numeri, qui sunt ut BI ad BE, id est, ut
Quadrata Velocitatum in A & C*, in initio & puncto dato.

Operatione contrariâ, datis Velocitatibus GI & FE, & Spatio AQ, * 2017;
in quo Corpus totam amittit Velocitatem, detegitur punctum C. Nam *La Hire*
datâ AQ, detegitur ratio inter BI & BA*; sumtoque numero qui Ve- *sect. con. lib.*
locitatem GI, æqualem BI, exprimit, datur BA; sed ut GI⁹ ad FE⁹ 3. prop. 1.
ita BI ad BE, datur ergo numerus qui lineam hanc exprimit; ideo- 2034.
que numeros determinamus, qui sunt inter se ut AB, AE, AI. Ex * 2032.
demonstratis autem constat * differentiam Log. AI, AB, ad differen- * 2038.
tiam Log. AI, AE, ita AQ ad AC, spatium percursum, quod ergo
detegitur.

Determinatur etiam CQ, Spatium in quo Corpus amittit totum Motum, 2035.
datâ aliâ Velocitate FE in initio, subtrahendo nempe AC ex AQ.

Posuimus Experimento detectum fuisse spatium AQ, in quo Corpus 2036.
totam amittit Velocitatem, quando in A, id est, in initio, habet Velo-
citatem, cum quâ ipsum Experimentum fuit institutum. Si verò, datâ aliâ
Velocitate, Experimentum fuisset tentatum; tali ex. gr., quæ se haberet
ad Velocitatem in initio, ut FE ad GI, easdem computationes inire
possemus *.

Spatium Experimento detectum est CQ. Si ponamus IR esse Loga- 2037.
rithmicam Tabularum, cum BI sit æqualis GI Velocitati in A, detegimus
numerus Tabularum qui exprimit XP*, aut CQ; hic numerus exprimit * 2012.
dimidiatam CQ, si agatur de Logarithmicâ IDP*; duplicato igitur nume- * 1000.

ro habemus CQ, Log. rationis inter CD & QP, id est, AE & AB. Cum verò detur ratio inter FE & GI, datur etiam ratio inter BE, BI, quæ illius est duplicata; ex quibus deducimus numeros qui sunt ut BI ad AB, ut in N. 2031.

- Si nunc concipiamus, datâ Velocitate GI, solam locum habere Retardationem ex secundâ causâ, hancque æquabilem fieri, datur Spatium in quo tota destruitur Velocitas*; hoc autem Spatium se habet ad Spatium, in quo, solâ Resistentiâ ex primâ causâ, tota Velocitas destruitur, ut AB ad BI*; quæ ratio cum detur*, etiam determinamus Spatium hoc. Spatia autem hæc, in diversis Fluidis, sunt inversè ut partium Cohæsiones*.
- * 2026.
2038.
* 2011.
* 2032.
2037.
2039.
* 2011.

S C H O L I U M VI.

De Corporibus in altum projectis.

2040. **C**orpus, Fluido specificè gravius, quod in hoc in altum projicitur, tribus ex causis retardatur, ex Gravitate, & ambabus causis in hoc Capite explicatis. Retardatio ex Gravitate, & ex primâ causâ, sunt ambæ æquabiles*, & conjunctæ æquabilem tantum efficiunt Retardationem; quare & hic applicari possunt, quæ in superiori Scholio demonstrata sunt.
- * 377. 1961.
2041.
2042. Si ergo unico Experimento constet, ad quam Altitudinem Corpus in Fluido, datâ Velocitate, adscendit, sequentia Problemata solvuntur.
1. Detegitur Altitudo, ad quam, datâ aliâ Velocitate quacunque, Corpus adscendere potest*.
 - * 2015.
 2043. 2. Datâ Velocitate in initio, detegitur Velocitas in puncto dato*.
 - * 2033.
 2044. 3. Detegitur, datâ Velocitate, Spatium, in quo, sepositâ Resistentiâ ex secundâ causâ, solâ Retardatione ex Gravitate respectivâ & Cohæsione conjunctim, Corpus Motum suum amitteret*.
 - * 2018.
 2045. 4. Detegitur Spatium in quo Corpus, datâ Velocitate motum, ex solâ Cohæsione Motum amitteret.
 2046. Nam cum Velocitas detur, datur Altitudo, ad quam Corpus in Vacuo adscendere potest; est hæc ad Altitudinem ad quam in Fluido Corpus, dum solâ Gravitate respectivâ retardatur, adscendit, ut Gravitatis hæc respectiva est ad pondus integrum*.
 - * 2011.
- Est verò Altitudo hæc ultima ad Altitudinem, ad quam adscendit Corpus, dum Gravitate respectivâ & Cohæsione retardatur, quæ Altitudo etiam datur*, ut Retardatio ex his ambabus causis ad Retardationem ex solâ Gravitate respectivâ*.
- * 2044.
* 2011.
2047. Idcirco dividendo ut differentia harum Altitudinum ad ultimam, ita Retardatio ex Cohæsione ad Retardationem ex Gravitate respectivâ; & in eadem ratione Altitudo dum sola Gravitatis respectiva retardat, ad Spatium, in quo solâ Cohæsione Motus perit*.
- * 2011.
2048. 5. Tandem, datâ Velocitate, detegimus Spatium, in quo Corpus in Motu horizontali, dum Cohæsione & Inertiâ retardatur, Motum amitteret. Quod distinctius explicandum est.

Datur

Datur in præcedenti computatione ratio inter Retardationem ex Cohæsione & Retardationem ex Gravitate respectivâ *. Datur idcirco ratio inter primam harum & ipsarum summam. Datur quoque Altitudo, ad quam datâ Velocitate, Corpus adscendit, dum totum motum amittit, quando ex hisce duabus causis, ut & Inertiâ, retardatur *; unde deducimus rationem, quæ datur inter Retardationem ex Cohæsione & ex Gravitate respectivâ conjunctim, id est, inter dictam summam, & Retardationem ex Inertiâ *. Ratio quæ ex his ambabus rationibus componitur, illa est, quæ datur inter Retardationem ex Cohæsione & Retardationem ex Inertiâ. Si hæc referamus ad figuram Scholii præcedentis, datur ratio inter AB & BI, positâ GI Velocitate, de quâ agitur; & queritur AQ. Posset quidem FE haberi pro Velocitate propositâ, in quo casu ex ratione, inter BE & FE, Parameter BI Parabolæ detegenda foret; sed determinatæ sese adstringere Figuræ inutile est.

Ex notâ ratione inter AB & BI deduci potest ratio BI ad PR*; quâ datâ detegitur BP*, aut AQ.

Corpus Fluidi specificè levius, eodem modo in hoc sursum fertur, ac gravius Fundum petit; quare demonstrata in hoc Scholio, ad Corpora Fluidis specificè leviora, & in his motu impresso descendencia, referri possunt.

SCHOLIUM VII.

De Corporibus in Fluidis cadentibus.

Corpus, quod in Fluidi sponte cadit, continuò æquabiliter acceleratur *, sed interea Resistentiam patitur, quæ est ut Quadratum Velocitatis *.

Quæ motum hunc spectant etiam Parabola, & Logarithmicâ, exhibentur.

Sit QAR Logarithmicæ BDH Asymptotæ: Ordinata hujus Curvæ ad Asymptoton perpendicularis AB; quæ etiam est Axis Parabolæ BFQ, cuius Parametrum ponimus AB, & Verticem in B.

Si AR representet Spatium cadendo percursum, posito in A puncto ex quo Corpus demittitur, determinatur Velocitas in puncto quocunque ut C, ductâ CD ad AB parallelâ, & per D ad RAQ parallelâ DEF; Velocitatem quesitam designabit Parabolæ Ordinata EF, dum AQ Velocitatem maximam exprimit, ad quam Corpus non pertingit, nisi post percursum Spatium AR in infinitum productum.

Hæc patebunt si, sumtis ad libitum Spatiolis, æqualibus, infinitè exiguis, Cc, Gg demonstremus augmenta Velocitatum, quæ hic fL & kM exprimunt, esse inter se inverse ut lineæ FE & KI, quas Velocitates exprimere dicimus, sublatis partibus, quæ sunt ut ipsæ hæ lineæ FE & KI *.

2049.
* 2047.

* 2042.

* 2032.

TAB.
LXII.
Fig. 4.

* 2031.
* 2032.
2050.

2051.
* 370. 1961.
* 1965.

2052.
TAB.
LXII.
Fig. 5.

* 2006.
2007. 2051.

fL5

* 2010. $fL, kM :: \frac{Ee}{FE}, \frac{Ii}{KI} :: \frac{CD}{FE} = \frac{BA}{FE} - \frac{BE}{FE}, \frac{GH}{KI} = \frac{BA}{KI} - \frac{BI}{KI}^*$
 * 1996.

* La Hire
 sed BE x BA = FE x FE*; ergo $\frac{BE}{FE} = \frac{FE}{BA}$. Eodem modo $\frac{BI}{KI}$
 3. prop. 2. $= \frac{KI}{BA}$. Idcirco

$$fL, kM :: \frac{BA}{FE} - \frac{FE}{BA}, \frac{BA}{KI} - \frac{KI}{BA}$$

2053. Quod demonstrandum erat.

Ut Figurâ hac in computatione utamur, Velocitas maxima, ad quam Corpus pertingere potest, & quæ QA repræsentatur, determinanda est:

Quærimus igitur Velocitatem, quâ concessâ, Retardatio ex secundâ causâ Accelerationi, ex Pondere respectivo, demtâ Retardatione ex primâ causâ, æqualis est; hæc enim est uniformis Acceleratio, quæ, Retardatione ex secundâ causâ, destruenda est, ut Acceleratio cesset*.

* 1979.

2054. Hic iterum Experimento indigemus; detur idcirco Altitudo, ad quam, in Fluido, Corpus, datâ Velocitate quacunque, adscendit; ex hac notâ, elicimus rationem inter Accelerationem ex Pondere respectivo & Retardationem ex Cohæsione*; ideoque rationem Accelerationis hujus ad hanc ipsam, demtâ Retardatione ex Cohæsione: estque hæc ratio ipsa, quæ datur inter Altitudinem, à quâ Corpus in Vacuo cadendo acquirit Velocitatem, quæ dat Resistentiam ponderi respectivo æqualem, quæ Altitudo datur*, & Altitudinem à quâ Corpus, in Vacuo cadendo, acquirit Velocitatem quæsitam QA*.

* 1937.
 1938.
 * 374. 1965.

2055. Hac autem detectâ Altitudine, detegimus etiam aliam à quâ nempe Corpus in Fluido cadendo, sepositâ Resistentia ex secunda causâ, hanc eandem Velocitatem QA acquireret; est enim Altitudo in Vacuo ad Altitudinem in Fluido, ut Retardatio ex pondere respectivo, demtâ Retardatione ex Cohæsione partium, ad Retardationem ex integro pondere*. Concipiamus hanc Altitudinem repræsentari lineâ BA, b O designabit Velocitatem, eodem modo cadendo ab Altitudine B b, acquisitam*.

* 2011.

2056. Præterea debemus determinare Spatium, notâ quadam portione rectæ AR, designatum; quod fiet si ad hoc attendamus; in principio casus Corpus accelerari pondere respectivo, demtâ Retardatione ex primâ causâ, quia hæc Acceleratio æquabilis est; non autem retardari ex secundâ causâ, quia Velocitas nulla est; ideoque Velocitatem b O, in primo momento infinitè exiguo, cadendo ab Altitudine quæ A a repræsentatur, acquiri ut in motu indicato, cadendo per B b; repræsentantque idcirco B b & A a, in his lineis diversis, Spatia æqualia: sed est B b ad A a, aut b N, ut BA ad AP, Logarithmicæ subtangentem; designant ergo etiam BA & AP Spatia æqualia; Spatiumque, subtangente repræsentatum, est Altitudo, à quâ Corpus in Fluido cadendo, sepositâ Resistentiâ ex inertia, Velocitatem maximam acquirere potest.

2057.

Ubi

MATHEMATICA. LIB. III. CAP. XVI. 569

Ubi nunc Tabulis utendum est, patet, Altitudinem hanc se habere ad Altitudinem quamcunque datam, AG, ut Subtangens Tabularum o, 43439, 44819. * ad numerum in Tabulis, qui Altitudinem datam exprimit. Numerus hicce est Logarithmus rationis BA & GH, quæ ergo ratio datur; quare etiam datur ratio AB & BI, quæ est ratio Quadratorum Velocitatum AQ & IK *; id est, Velocitatis maxima & Velocitatis, quam Corpus in Fluido revera acquirit, cadendo ab Altitudine datâ AG *.

2058.

* 1001.

* La Hire
fess. con. lib.
3. prop. 3.
* 1052.

S C H O L I U M VIII.

Illustratio quorundam quæ ad retardationem spectant.

Varia circa Retardationes illustranda sunt, quæ, dum ex ante demonstratis sequuntur, non tamen bene inter se, aut cum ante demonstratis, convenire videntur, saltem primo intuitu; quos ut removeam scrupulos, & ipsis sublati, magis, mutuâ omnium partium convenientiâ, confirmantur & Virium & Retardationum Theoriæ, Scholium hoc reliquis addere necessarium duxi.

Scrupulus primus spectat quod diximus in N^o. 2003., Retardationem & Accelerationem, in singulis Momentis infinitè exiguis, durante Momento, esse æquabiles; difficultas autem datur respectu Accelerationis, & spectat convenientiam hujus Propositionis cum demonstratis de Viribus insitis.

2059.

Concipiamus Corpus quiescens in Fluido agitato; hoc illi in Momento primo, infinitè exiguo, Velocitatem, infinitè exiguam, communicat: Dividatur Momentum in duas partes æquales, in singulis partibus æqualis communicatur Velocitas, propter Accelerationem æquabilem; id est, in primâ parte unicus gradus, infinitè exiguus, Vis, & in secundâ tres similes gradus communicantur Corpori *; licet Actio respectiva non aucta fuerit, quod impossibile videtur.

2060.

* 753.

Ut hunc tollamus scrupulum distinguendum dicimus inter Actiones absolutas & Actiones respectivas. Dum has consideramus, in casu de quo agitur, æquales sunt gradus Velocitatis, qui in partibus æqualibus momenti, infinitè exigui, communicantur, propter non sensibiliter mutatam Actionem respectivam; etiam, ad Motus respectivos attendendo, non major Vis in secundâ parte quàm in primâ, ipsius Momenti, Corpori imprimatur: Corpus, cui superadditur gradus unus Velocitatis, unicum gradum Vis acquirit in Nave, in qua Corpus quiescebat, quacunque Velocitate hæc feratur.

2061.

In examine autem Actionum absolutarum non tantum Actiones respectivas, sed & absolutæ, considerandæ veniunt; ut hoc antea demonstravimus, ubi de Collisionibus egimus *. Corpus A Velocitate a motum, in Corpus B incurrens, majorem huic communicat Vim, si B ad eandem partem cum A feratur, quàm si quiesceret *, licet Velocitas respectiva in illo

* 995.

* 996. 997.

C c c c

casu 998.

casu minor sit, si modo Velocitas Corporis B certum limitem non excedat. Diversa est Actio in Corpus pro diversa Vi, qua jam gaudet, & impossibile si videatur, Corpus idem, eodem modo motum, in idem Corpus incurrens, majorem huic communicare Vim in certo casu, in quo Velocitas respectiva est minor, ad non bene intellectam Virium Theoriam illud referendum est; quod enim Experimentis immediatè probatur, ad impossibilia minime referri posse clarum est; sed rem ipsam satis illustravimus *.

* 1001

2063.

Quando ex Causis Effectus determinare suscipimus, ad hos integros debemus attendere. Ubi de Actione respectiva agitur, Effectui respectivo integro proportionalis illa erit; si Actio sit absoluta, omnem Effectum quemcumque considerare debemus; & omnibus Effectibus junctis Causa respondet.

Ad Fluidorum Actiones hæc referri debere clarum est; & cum Actionum respectivarum, & absolutarum, mutationes non eandem sequantur rationem, etiam in Effectibus respectivis, & absolutis, eandem rationem locum habere non posse clare patet.

2064.

Scrupulus secundus, in hoc Scholio removendus, spectat Retardationem

* 1961. ex primâ causâ, quam æquabilem esse demonstravimus *; unde sequitur ex

* 1896. Actione, à Cohæsione partium oriundâ, quam superius explicavimus *, æquali Tempori, æqualem Corpori quiescenti communicari Velocitatem,

* 1955. quacunque Velocitate Fluidum in hoc incurrat *.

1962.

Hæc autem convenire non videntur cum ante demonstratis: videmus enim Corpus, ex Actione à partium Cohæsione oriunda, quando in Loco

* 1888. retinetur, pati Pressionem, quæ ad instar Velocitatis augetur *; & circa

1911.

Pressionem in genere demonstravimus, hanc Corpori quiescenti, in momento determinato, infinitè exiguo, communicare Velocitatem, quæ ipsius

* 133. 355. Pressionis rationem sequitur *.

2065.

Fundamentum ratiocinii, quo hanc tolli credimus difficultatem, superius

* 1956. indicavimus *, ipsum nunc ratiocinium clarius explicabimus.

Diximus distinguendum inter Pressionem, quæ immediatè Corpus transfert, & Pressionem quæ non immediatè Corpus transfert. De primâ agitur in N°. 133.; & ipsius demonstratio non potest applicari ad casum, in quo Pressio, quæ separat particulas, ita agit, ut & eodem Tempore Obstaculum transferre debeat.

Hæc actiones, toto cælo distinctas, exserit, pro ut in Obstacula immobilia aut mobilia, majora, aut minora, agit. Ut autem, quæ hoc genus Pressionum spectant, determinemus, quæ sequuntur consideranda erunt.

TAB. LXII.

Fig. 6.

Actio Fluidi in Corpus, ex Cohæsione partium oriunda, analogæ & similis est Actioni, quam Corpora ut A, B, Filo juncta, in Corpus C. exserunt, dum ad latera hujus transeunt, Filumque, Actione suâ in C, frangunt *.

* 1896.

Corpora A & B, quamdiu partes Fili coherent, premunt punctum C; Filo fracto cessat Pressio; sed si statim, eodem modo, alia duo similia D & F, premant, & post hæc G & H, &c. dabitur Pressio, quæ à Pressione Fluidi, ex Cohæsione oriundâ, non differt. Satis ergo erit demonstrare.

strare, motis hisce Corporibus, æquali Tempore, æqualem Corpori C communicari Velocitatem, quacunque Velocitate ferantur Corpora A, B, D, F, G, H, &c. quæ æqualia ponimus, & æquali Velocitate mota; ipsa autem hæc Corpora in Obstaculum immobile exserere Pressionem, quæ sequitur rationem Velocitatis, qua feruntur.

Corpus omne, quod quiescit, aut cujus Velocitas datur, eo magis resistit 2066. quo celerius acceleratur; dum enim determinatum gradum Velocitatis acquirat, determinatus gradus Vis ipsi communicatur; & dum gradum determinatum Vis acquirat, determinatam exserit Resistentiam *: hæc idcirco eadem est, sive lentius sive velocius gradus hucce Vis communicetur, considerando nempe totalem Resistentiam. Eâdem de causâ, Resistentia instantanea eo major est, quo celerius Corpus acceleratur; totalis enim Resistentia sequitur proportionem Resistentiæ instantaneæ, & Temporis, per quod duravit; si ergo hoc minuatur illa augenda erit, ut totalis Resistentia servetur: Tempus verò minuitur in ratione, in qua ipsa Acceleratio augetur, & crescit cum ipsâ Acceleratione instantanea Resistentia, si totalis Resistentia determinata sit. 2067.

Quando Acceleratio æquabilis est, resistit Corpus in ratione Velocitatis quam habet *.

Generaliter ergo Corporis, quod acceleratur, instantanea Resistentia est in ratione compositâ Velocitatis, quam habet, & ipsius Accelerationis. 2068.

Si ergo constans sit Resistentia instantanea, Velocitas Corporis est inversè, ut Acceleratio. 2069.

Propositio hæc ad casum de quo agitur applicanda nunc est.

Corpora A & B in Corpus C agunt, donec hujus instantanea Resistentia, quæ sola cum Pressione contrariè agere potest, æqualis sit ipsi Pressioni qua Fili partes coherent; Acceleratio eo usque durat; sed ubi hæc datur æqualitas, cessat Actio, & Filum frangitur; &, sive celerius sive lentius moveantur Corpora A & B, constans, quæ Cohæsioni partium Fili æqualis sit, Corporis C instantanea Resistentia desideratur, ut Filum frangatur. Sed quo velocius A & B moventur, eo major est Acceleratio, dum hæc protrahunt Corpus C; eo ergo minor Velocitas ipsi C communicata est, dum frangitur Filum *. Si ex. gr. tripla sit Velocitas Corporum A & B in uno casu quàm in alio, dum in utroque C quiescit; quia in casu primo tripla est Acceleratio, tertia pars Velocitatis tantum Corpori C communicatur, dum durat Actio Corporum in C. Si hic gradus Velocitatis fuerit exiguus, ut Actio respectiva sequentium Corporum D & F non sensibilibiter differat, hæc æqualem gradum Velocitatis communicabunt; & nisi post tria fila confraeta habeat C Velocitatem, quam habet, dum unicum dirumpitur Filum in secundo casu. Sed in Tempore, in quo, in secundo casu, sola Corpora A & B juxta C transeunt, in primo transeunt, A, B, & D, F, ut & G, H; id est, tria Fila in primo casu franguntur, dum unicum in secundo dilaceratur, & æqualibus Temporibus memoratæ æquales communicantur Velocitates. Quod demonstrandum erat. Simile quid antea vidimus ubi de Corporum Collisione egimus *. 2070.

Res vulgo nota est Corpori, quod Filo protrahitur, eo minorem communicari Velocitatem, dum Filum frangitur, quo celerius hoc trahitur; 2071.

Cccc 2

hac

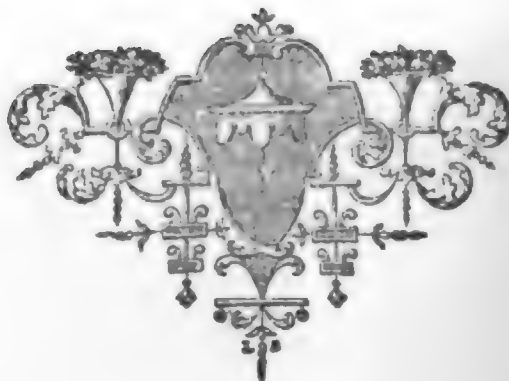
572. PHYSICES ELEMENTA &c.

hac de causâ si lente Corpus acceleretur, ipsi magna poterit communicari Velocitas, licet tenui Filo trahatur.

2072. Quando Corpora A & B, frangendo Filum, Vim communicant Corpori C, ex Viribus amittunt, quantum communicant, & quantum desideratur, ad Filum dilacerandum; eo ergo minus ex Vi amittunt, quo celerius moventur.

2073. Si ex loco cedere nequeat Obstacleum C, unicus est effectus Actionis Corporum A & B, & ex Vi tantum amittunt, quantum desideratur ad Filum frangendum; & Actio, quam patitur illud quod retinet C in loco, eadem est pro singulis Filis quæ franguntur. In præcedenti casu, quo lentius moventur Corpora A & B, eo diutius agunt antequam C resistat quantum requiritur, ut Filum dilaceretur; in hoc autem casu eo ipso momento quo Filum ad Corpus C accedit, hæc jam datur Resistencia: Quare in hoc casu Actio, quam patitur C, sequitur rationem Filorum, determinato Tempore fractorum; id est, Velocitatis Corporum. Quod etiam demonstrandum erat.

LIBRI TERTII FINIS.



1749



